

ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ
Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
Қазақстан Республикасының Ғылым
Академиясының Әл-Фараби атындағы
Қазақ ұлттық университетінің

NEWS

OF THE ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
Al-Farabi Kazakh
National University

SERIES
PHYSICO-MATHEMATICAL

3 (337)

MAY – JUNE 2021

PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

ALMATY, NAS RK

NAS RK is pleased to announce that News of NAS RK. Series physico-mathematical journal has been accepted for indexing in the Emerging Sources Citation Index, a new edition of Web of Science. Content in this index is under consideration by Clarivate Analytics to be accepted in the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index, and the Arts & Humanities Citation Index. The quality and depth of content Web of Science offers to researchers, authors, publishers, and institutions sets it apart from other research databases. The inclusion of News of NAS RK. Series of chemistry and technologies in the Emerging Sources Citation Index demonstrates our dedication to providing the most relevant and influential content of chemical sciences to our community.

Қазақстан Республикасы Ұлттық ғылым академиясы «ҚР ҰҒА Хабарлары. Физикалық-математикалық сериясы» ғылыми журналының Web of Science-тің жаңаланған нұсқасы Emerging Sources Citation Index-те индекстелуге қабылданғанын хабарлайды. Бұл индекстелу барысында Clarivate Analytics компаниясы журналды одан әрі the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index және the Arts & Humanities Citation Index-ке қабылдау мәселесін қарастыруда. Web of Science зерттеушілер, авторлар, баспашылар мен мекемелерге контент тереңдігі мен сапасын ұсынады. ҚР ҰҒА Хабарлары. Химия және технология сериясы Emerging Sources Citation Index-ке енуі біздің қоғамдастық үшін ең өзекті және беделді химиялық ғылымдар бойынша контентке адалдығымызды білдіреді.

НАНПК сообщает, что научный журнал «Известия НАНПК. Серия физико-математическая» был принят для индексирования в Emerging Sources Citation Index, обновленной версии Web of Science. Содержание в этом индексировании находится в стадии рассмотрения компанией Clarivate Analytics для дальнейшего принятия журнала в the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index и the Arts & Humanities Citation Index. Web of Science предлагает качество и глубину контента для исследователей, авторов, издателей и учреждений. Включение Известия НАНПК в Emerging Sources Citation Index демонстрирует нашу приверженность к наиболее актуальному и влиятельному контенту по химическим наукам для нашего сообщества.

Бас редактор:

МҰТАНОВ Ғалымқайыр Мұтанұлы, техника ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, ҚР БҒМ ҒК «Ақпараттық және есептеу технологиялары институты» бас директорының м.а. (Алматы, Қазақстан) Н=5

Редакция алқасы:

ҚАЛИМОЛДАЕВ Мақсат Нұрәділұлы (бас редактордың орынбасары), физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, ҚР БҒМ ҒК «Ақпараттық және есептеу технологиялары институты» бас директорының кеңесшісі, зертхана меңгерушісі (Алматы, Қазақстан) Н=7

БАЙГУНЧЕКОВ Жұмаділ Жаңабайұлы (бас редактордың орынбасары), техника ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Кибернетика және ақпараттық технологиялар институты, Сатпаев университетінің Қолданбалы механика және инженерлік графика кафедрасы, (Алматы, Қазақстан) Н=3

ВОЙЧИК Вальдемар, техника ғылымдарының докторы (физика), Люблин технологиялық университетінің профессоры (Люблин, Польша) Н=23

БОШКАЕВ Қуантай Авғазыұлы, Ph.D. Теориялық және ядролық физика кафедрасының доценті, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н=10

QUEVEDO Hernando, профессор, Ядролық ғылымдар институты (Мехико, Мексика) Н=28

ЖҮСПОВ Марат Абжанұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, теориялық және ядролық физика кафедрасының профессоры, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н=7

КОВАЛЕВ Александр Михайлович, физика-математика ғылымдарының докторы, Украина ҰҒА академигі, Қолданбалы математика және механика институты (Донецк, Украина) Н=5

МИХАЛЕВИЧ Александр Александрович, техника ғылымдарының докторы, профессор, Беларусь ҰҒА академигі (Минск, Беларусь) Н=2

РАМАЗАНОВ Тілекқабұл Сәбитұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің ғылыми-инновациялық қызмет жөніндегі проректоры, (Алматы, Қазақстан) Н=26

ТАКИБАЕВ Нұрғали Жабағаұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н=5

ТИГИНЯНУ Ион Михайлович, физика-математика ғылымдарының докторы, академик, Молдова Ғылым Академиясының президенті, Молдова техникалық университеті (Кишинев, Молдова) Н=42

ХАРИН Станислав Николаевич, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Қазақстан-Британ техникалық университеті (Алматы, Қазақстан) Н=10

ДАВЛЕТОВ Асқар Ербуланович, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н=12

КАЛАНДРА Пьетро, Ph.D (физика), Наноқұрылымды материалдарды зерттеу институтының профессоры (Рим, Италия) Н=26

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online),

ISSN 2224-346X (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.).

Қазақстан Республикасының Ақпарат және қоғамдық даму министрлігінің Ақпарат комитетінде 14.02.2018 ж. берілген № 16906-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік.

Тақырыптық бағыты: *физика-математика ғылымдары және ақпараттық техникалар саласындағы басым ғылыми зерттеулерді жариялау.*

Мерзімділігі: жылына 6 рет.

Тиражы: 300

Редакцияның мекен-жайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., тел.: 272-13-19, 272-13-18
<http://www.physico-mathematical.kz/index.php/en/>

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2021

Типографияның мекен-жайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

Главный редактор:

МУТАНОВ Галимкаир Мутанович, доктор технических наук, профессор, академик НАН РК, и.о. генерального директора «Института информационных и вычислительных технологий» КН МОН РК (Алматы, Казахстан) Н=5

Редакционная коллегия:

КАЛИМОЛДАЕВ Максат Нурадилович, (заместитель главного редактора), доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, советник генерального директора «Института информационных и вычислительных технологий» КН МОН РК, заведующий лабораторией (Алматы, Казахстан) Н=7

БАЙГУНЧЕКОВ Жумадил Жанабаевич, (заместитель главного редактора), доктор технических наук, профессор, академик НАН РК, Институт кибернетики и информационных технологий, кафедра прикладной механики и инженерной графики, университет Сатпаева (Алматы, Казахстан) Н=3

ВОЙЧИК Вальдемар, доктор технических наук (физ.-мат.), профессор Люблинского технологического университета (Люблин, Польша) Н=23

БОШКАЕВ Куантай Авгазыевич, доктор Ph.D, преподаватель, доцент кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=10

QUEVEDO Hemando, профессор, Национальный автономный университет Мексики (UNAM), Институт ядерных наук (Мехико, Мексика) Н=28

ЖУСУПОВ Марат Абжанович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=7

КОВАЛЕВ Александр Михайлович, доктор физико-математических наук, академик НАН Украины, Институт прикладной математики и механики (Донецк, Украина) Н=5

МИХАЛЕВИЧ Александр Александрович, доктор технических наук, профессор, академик НАН Беларуси (Минск, Беларусь) Н=2

РАМАЗАНОВ Тлеккабул Сабитович, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, проректор по научно-инновационной деятельности, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=26

ТАКИБАЕВ Нургали Жабагаевич, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=5

ТИГИНЯНУ Ион Михайлович, доктор физико-математических наук, академик, президент Академии наук Молдовы, Технический университет Молдовы (Кишинев, Молдова) Н=42

ХАРИН Станислав Николаевич, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, Казахстанско-Британский технический университет (Алматы, Казахстан) Н=10

ДАВЛЕТОВ Аскар Ербуланович, доктор физико-математических наук, профессор, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=12

КАЛАНДРА Пьетро, доктор философии (Ph.D, физика), профессор Института по изучению наноструктурированных материалов (Рим, Италия) Н=26

«Известия НАН РК. Серия физика-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online),

ISSN 2224-346X (Print)

Собственник: Республиканское общественное объединение «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы).

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации Министерства информации и общественного развития Республики Казахстан № 16906-Ж выданное 14.02.2018 г.

Тематическая направленность: *публикация приоритетных научных исследований в области физико-математических наук и информационных технологий.*

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, оф. 219, тел.: 272-13-19, 272-13-18

<http://www.physico-mathematical.kz/index.php/en/>

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2021

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

MUTANOV Galimkair Mutanovich, doctor of technical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, acting director of the Institute of Information and Computing Technologies of SC MES RK (Almaty, Kazakhstan) H=5

Editorial board:

KALIMOLDAYEV Maksat Nuradilovich (Deputy Editor-in-Chief), doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, Advisor to the General Director of the Institute of Information and Computing Technologies of SC MES RK, Head of the Laboratory (Almaty, Kazakhstan) H=7

BAYGUNCHEKOV Zhumadil Zhanabayevich, (Deputy Editor-in-Chief), doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Institute of Cybernetics and Information Technologies, Department of Applied Mechanics and Engineering Graphics, Satbayev University (Almaty, Kazakhstan) H=3

WOICIK Waldemar, Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor, Lublin University of Technology (Lublin, Poland) H=23

BOSHKAYEV Kuantai Avgazievich, PhD, Lecturer, Associate Professor of the Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=10

QUEVEDO Hemando, Professor, National Autonomous University of Mexico (UNAM), Institute of Nuclear Sciences (Mexico City, Mexico) H=28

ZHUSSUPOV Marat Abzhanovich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor of the Department of Theoretical and Nuclear Physics, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=7

KOVALEV Alexander Mikhailovich, Doctor in Physics and Mathematics, Academician of NAS of Ukraine, Director of the State Institution «Institute of Applied Mathematics and Mechanics» DPR (Donetsk, Ukraine) H=5

MIKHALEVICH Alexander Alexandrovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of NAS of Belarus (Minsk, Belarus) H=2

RAMAZANOV Tlekkabul Sabitovich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, Vice-Rector for Scientific and Innovative Activity, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=26

TAKIBAYEV Nurgali Zhabagaevich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=5

TIGHINEANU Ion Mikhailovich, Doctor in Physics and Mathematics, Academician, Full Member of the Academy of Sciences of Moldova, President of the AS of Moldova, Technical University of Moldova (Chisinau, Moldova) H=42

KHARIN Stanislav Nikolayevich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, Kazakh-British Technical University (Almaty, Kazakhstan) H=10

DAVLETOV Askar Erbulanovich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=12

CALANDRA Pietro, PhD in Physics, Professor at the Institute of Nanostructured Materials (Monterotondo Station Rome, Italy) H=26

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

Physical-mathematical series.

ISSN 2518-1726 (Online),

ISSN 2224-346X (Print)

Owner: RPA «National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan» (Almaty). The certificate of registration of a periodical printed publication in the Committee of information of the Ministry of Information and Social Development of the Republic of Kazakhstan **No. 16906-Ж**, issued 14.02.2018

Thematic scope: *publication of priority research in the field of physical and mathematical sciences and information technology.*

Periodicity: 6 times a year.

Circulation: 300

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
<http://www.physico-mathematical.kz/index.php/en/>

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2021

Address of printing house: ST «Aruna», 75, Muratbayev str, Almaty.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 337 (2021), 20 – 25

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.42>

UDC 514.83, 514.84, 51-71, 51-73

MPHTИ 27.31.21, 27.35.00, 27.33.17

G.B. Bauyrzhan, K.R. Yesmakhanova, K.K. Yerzhanov

L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

E-mail: bauyrzhan.g.b@gmail.com

**SOLITON GEOMETRY USING THE LAX PAIR
OF ISOMONODROMIC DEFORMATION**

Abstract. Physical processes are described using mathematical models. Many of them are non-linear in nature. For this reason, the theory of a nonlinear medium is relevant and very extensive. From a mathematical point of view, the subject of physics of nonlinear phenomena is systems described by nonlinear partial differential equations that have partial solutions - solitons. A traveling wave that rapidly decreases at infinity is called a solitary wave or soliton. Soliton theory has many fundamental methods for detailed analysis of processes. One of these methods is the geometric interpretation of the physical process.

This paper is devoted to the study of the Lax pair of isomonodromic deformation. The isomonodromy condition is equivalent to the existence of a compatible pair of linear equations, the Lax pair. In this pair, one of the equations undergoes deformation, and the other describes the deformation. Isomonodromic deformation is the theory of isomonodromy (that is, monodromy conservation) of the deformation of ordinary differential equations. This method was used to obtain expressions for the coordinate angle. It is proved that the deformation of a system is isomonodromic if and only if the first and second fundamental forms that define this deformation satisfy the integrability condition. It is shown that, similarly, the area of a soliton surface is represented as a semi-saddle graph.

Key words: Lax pairs, isomonodromic deformation, area, Gaussian curvature, soliton, first and second fundamental forms.

Introduction.

1. The method of isomonodromic deformations appeared in modern science in the works of Jimbo-Miwa-Sato [1-2],[10], and Flaschka-Newel [3], and has been actively used and developed since then. They considered systems of general position, that is, systems in which all irregular singular points are nonresonant. The construction of the surface of isomonodromic deformations became possible in many respects after the proof of several theorems about the properties of systems of linear differential equations. The method of isomonodromic deformations [4],[5] is used to study nonlinear equations, its idea is to implement a nonlinear equation as an isomonodromic condition of a certain system, and this interpretation provides essential information about the nonlinear equation. Under the surface, we consider the set Σ at points $A(x, y, t)$, where x, y, t coordinates are defined in the following

$$x = \varphi(u, v), \quad y = \psi(u, v), \quad z = \chi(u, v). \quad (1)$$

In three-dimensional Euclidean space E^3 surface is represented using the position vector $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ is defined

$$\vec{r} = \vec{r}(u, v) = \varphi(u, v)\vec{i} + \psi(u, v)\vec{j} + \chi(u, v)\vec{k}. \quad (2)$$

where $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ are unit vectors directed along the axes of the Cartesian coordinate system. Considering isomonodromic equations, we can describe them as deformations of integrable equations. Lax pair

$$\Phi_x = U\Phi, \quad \Phi_t = V\Phi, \quad (3)$$

where U, V have form

$$U = \begin{pmatrix} \lambda & -v \\ u & -\lambda \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} -2\lambda^2 - vu & 2\lambda v + v_x \\ -\lambda u + u_x & 2\lambda^2 + uv \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Next, we will deal with three-dimensional space. The standard coordinates of points in this space will be denoted by x, y, t . Our first task is to move from the regions in R^3 to the surfaces in R^3 [6]. To find the inner geometry in a surface [7],[8], we need to find the first fundamental form, i.e., the square of the vector of the differential position vector

$$I = \vec{r}_u^2 du^2 + 2(\vec{r}_u, \vec{r}_v) dudv + \vec{r}_v^2 dv^2. \quad (5)$$

In the surface Σ at each point shows the square shape of the tangent of the differentials du and dv . For the first fundamental form, we use the following notation:

$$E = \vec{r}_u^2, \quad F = (\vec{r}_u, \vec{r}_v), \quad G = \vec{r}_v^2. \quad (6)$$

In this case, using (6), we get the following

$$I = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2. \quad (7)$$

Find the first fundamental form

$$\vec{r}_u^2 = -\frac{1}{2} \text{trace}(r_u^2), \quad \vec{r}_{uv} = -\frac{1}{2} \text{trace}(\vec{r}_u, \vec{r}_v), \quad \vec{r}_v^2 = -\frac{1}{2} \text{trace}(r_v^2), \quad (8)$$

$$\vec{r}_u^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{r}_{uv} = \begin{pmatrix} -4\lambda & 2v \\ 2u & -4\lambda \end{pmatrix}, \quad \vec{r}_v^2 = \begin{pmatrix} 16\lambda^2 - 4uv & 0 \\ 0 & 16\lambda^2 - 4uv \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$$E = -1, \quad F = 16\lambda^2 - 4uv, \quad G = 4\lambda. \quad (10)$$

Using (10) we have obtained calculations of the first fundamental form

$$I = -du^2 + (-32\lambda^2 + 8uv)dudv + 4\lambda dv^2, \quad (11)$$

if

$$d\vec{r} = \vec{r}_u du + \vec{r}_v dv, \quad \delta\vec{r} = \vec{r}_u \delta u + \vec{r}_v \delta v, \quad (12)$$

then the desired angle will be determined by the formula

$$\cos \omega = \frac{(\vec{d}\vec{r}, \vec{\delta}\vec{r})}{\sqrt{d\vec{r}^2} \sqrt{\delta\vec{r}^2}} \quad (13)$$

$$d\vec{r} = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2, \quad \delta\vec{r} = E\delta u^2 + 2F\delta u\delta v + G\delta v^2, \quad (14)$$

$$(\vec{d}\vec{r}, \vec{\delta}\vec{r}) = Edu\delta u + F(du\delta v + dv\delta u) + Gdv\delta v, \quad (15)$$

using (14), (15) then the expressions will be as follows

$$\cos \omega = \frac{Edu\delta u + F(du\delta v + dv\delta u) + Gdv\delta v}{\sqrt{Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2} \sqrt{E\delta u^2 + 2F\delta u\delta v + G\delta v^2}}, \quad (16)$$

from (16) we can obtain expressions for the coordinate angle

$$du \neq 0, \quad dv = 0, \quad \delta u = 0, \quad \delta v \neq 0, \quad (17)$$

$$\cos \omega = \frac{Fdu\delta v}{\sqrt{Edu^2} \sqrt{G\delta v^2}} = \frac{F}{\sqrt{EG}} = \frac{-16\lambda^2 + 4uv}{\sqrt{-4\lambda}}, \quad (18)$$

The cross-product, as is known, the module is equal to the area of the parallelogram constructed on the vectors of the cofactors, which in turn is equal to the product of their modules to the sine of the angle between them (taken positively). In this case, we get an expression for the sine of the angle between the coordinate lines at a given point

$$\sin \omega = \sqrt{1 - \cos^2 \omega} = \sqrt{1 - \frac{EG - F^2}{EG}} = \sqrt{\frac{-4\lambda - (-16\lambda^2 + 4uv)^2 + 4uv}{-4\lambda}}. \quad (19)$$

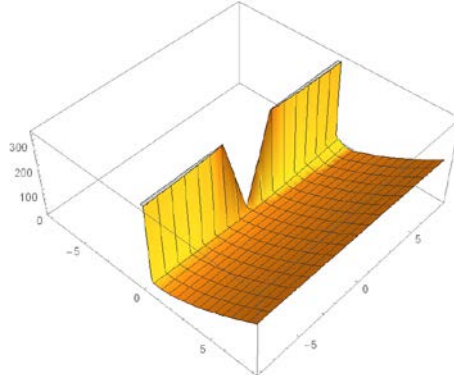


Figure 1 – Sine of the angle between the coordinate lines

2. The second fundamental form

The main issue in the local theory of surfaces is the curvature of the surface, i.e. the nature of its difference from the plane. It turns out that this question is divided into two parts: internal, concerning the geometry of the surface and expressed in terms of its metric, i.e. the first quadratic forms, and external, concerning its location in space, which is another differential form. The shape of shapes in space is a relative concept associated with the choice of a group of transformations of space[9],[10]. As the main group, we take the group of movements of the affine space-transformations that preserve the distance. We have seen that for a curve in space, its shape is completely determined by two functions – the functions of curvature and torsion. For surfaces, a similar fact holds: the shape of a surface is determined by two quadratic shapes. To each point of the surface Σ in addition to the unit normal vector \vec{n}

$$n = \frac{\begin{pmatrix} 0 & 2v \\ 2u & 0 \end{pmatrix}}{4\sqrt{uv}}. \quad (20)$$

We define the second differential of the position vector

$$d^2r = \vec{r}_{uu}du^2 + 2\vec{r}_{uv}dudv + \vec{r}_{vv}dv^2 + \vec{r}_u d^2u + \vec{r}_v d^2v. \quad (21)$$

The second fundamental form called the surface Σ is called the scalar product of the vectors d^2r and \vec{n}

$$II = (d^2\vec{r}, \vec{n}) = (\vec{r}_{uu}, \vec{n})du^2 + 2(\vec{r}_{uv}, \vec{n})dudv + (\vec{r}_{vv}, \vec{n})dv^2. \quad (22)$$

For the coefficients of the second fundamental forms accepted designation

$$e = (\vec{r}_{uu}, \vec{n}), \quad g = (\vec{r}_{vv}, \vec{n}), \quad f = (\vec{r}_{uv}, \vec{n}). \quad (23)$$

using (23), we can rewrite the second fundamental form so

$$II = edu^2 + 2fdudv + gdv^2. \quad (24)$$

where

$$e = \frac{2uv}{\sqrt{uv}}, \quad f = \frac{8\lambda^2uv + 4u^2v^2 + 4\lambda u_x v - 4\lambda uv_x}{\sqrt{uv}}, \quad g = \frac{4\lambda uv - u_x v + uv_x}{\sqrt{uv}}. \quad (25)$$

substituting (25) into (24), we thus got the box of quadratic forms on the surface. Note that its coefficients are the scalar products of the derivatives of the position vector and the normal vector of the surface at a given point

$$II = \frac{2uv}{\sqrt{uv}} du^2 + 2 \frac{8\lambda^2 uv + 4u^2 v^2 + 4\lambda u_x v - 4\lambda uv_x}{\sqrt{uv}} dudv + \frac{4\lambda uv - u_x v + uv_x}{\sqrt{uv}} dv^2. \tag{26}$$

The second quadratic form provides information about the geometric properties of the surface, primarily about its spatial shape. The physical meaning of the second fundamental form is the shortest distance from another point to the tangent drawn to the first point.

The average curvature is called the half-sum (sometimes the sum) the principal curvatures of H

$$H = \frac{-((8(\lambda uv + 4(-\lambda u - u^2 v(4\lambda^2 - uv) + u(8\lambda^4 - 2\lambda^2 uv))))}{8\sqrt{uv}(\lambda - 4\lambda^2 + uv)} + \frac{v(1 + 128\lambda^3 - 32\lambda uv)u_x - u(1 + 128\lambda^3 - 32uv)v_x}{8\sqrt{uv}(\lambda - 4\lambda^2 + uv)}. \tag{27}$$

Gaussian (or total) curvature (or simply a curvature) is the product of the principal curvatures of K

$$K = \frac{(8v(-4\lambda^2 uv + u^2 v(2\lambda^2 + uv)^2) + 8\lambda^2 v^2 u_x^2 - u(uv + 16\lambda uv(2\lambda + uv))v}{2uv(\lambda + 64\lambda - 32\lambda^2 uv + 4vu^2)} + \frac{8\lambda^2 u^2 v_x^2 + vu_x(uv + 16\lambda uv(2\lambda^2 + uv) - 16\lambda^2 uv_x)}{2uv(\lambda + 64\lambda - 32\lambda^2 uv + 4vu^2)}. \tag{28}$$

here H is the average curvature, K is the Gaussian curvature of a surface at a given point. In addition to lengths and angles, the metric allows you to calculate areas. The tangent vectors that we took to be the sides of the parallelogram at any of the vertices of the subdivision. It can be seen that the sum of these expressions' overall squares is the integral sum for the double integral taken over the domain in which the diffeomorphism of the local map is defined. This fact will be the basis of the definition. So, the area of the area S of the surface is determined by

$$S = \iint EG - F^2 = \iint \sqrt{-4\lambda - (-16\lambda^2 + 4uv)^2}. \tag{29}$$

All normal sections, excluding the asymptotic one, have a convexity direction in one direction of the normal, but the section of the asymptotic direction may have a complex structure that requires special analysis. In the simplest case, it has an inflection point at a given point, and then the area of the soliton surface has half-saddle.

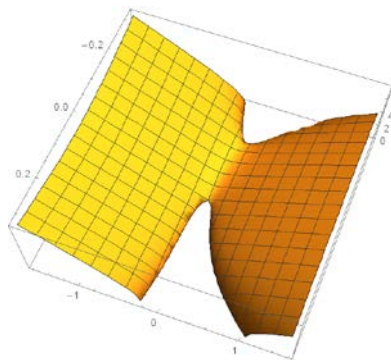


Figure2- Soliton area of isomonodromic deformation

Conclusion.

Thus, the problem of isomonodromic deformation using the Lax pair to find the soliton geometry was considered. As a result, the Gaussian curvature and the mean curvature were found in this paper. The most important result here is the first and second fundamental forms. This is the most important object of differential geometry since it defines the internal geometry of the set of solitons, their shape, which does not

depend on the location in space. Expressions for the coordinate angle were also found here. And most importantly - the area of the site was found, which has the shape of a surface-a semi-saddle. That is, the properties of soliton solutions of the problem under study were found by this geometric method.

Acknowledgements

This work was supported by the Ministry of Education and Science of Kazakhstan under grants AP08856912.

Г.Б. Бауыржан, К.Р. Есмаханова, К.К. Ержанов

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

ИЗОМОНОДРОМДЫ ДЕФОРМАЦИЯНЫҢ ЛАКС ЖҰБЫН ҚОЛДАНУ АРҚЫЛЫ СОЛИТОНДЫҚ ГЕОМЕТРИЯ

Аннотация. Физикалық процестер математикалық модельдердің көмегімен сипатталады. Олардың көпшілігі сызықты емес сипатқа ие. Осы себепті сызықты емес орта теориясы өзекті және өте кең тараған. Математикалық тұрғыдан алғанда, Солитондар сызықтық емес құбылыстар физикасының пәні - жеке шешімдері бар жеке туындылардағы сызықтық емес тендеулермен сипатталатын жүйелер. Шексіздікке тез түсетін толқын жалғыз толқын немесе солитон деп аталады. Солитон теориясында процестерді егжей-тегжейлі талдаудың көптеген іргелі әдістері бар. Осындай әдістердің бірі-физикалық процесті геометриялық түсіндіру.

Бұл жұмыс изомонодромдық деформацияның лакс жұбын зерттеуге арналған. Изомонодромның жағдайы үйлесімді сызықтық тендеулер жұбының, Лакс жұбының болуымен тең. Бұл жұпта тендеулердің бірі деформацияға ұшырайды, ал екіншісі деформацияны сипаттайды. Изомонодромдық деформация-қарапайым дифференциалдық тендеулердің изомонодромияның (яғни монодромияның сақталуы) деформациясының теориясы. Бұл әдіс координаталық бұрыш үшін өрнектерді алды. Жүйенің деформациясы осы деформацияны анықтайтын бірінші және екінші іргелі формалар интегралдау шартын қанағаттандырған кезде ғана изомонодромды екендігі дәлелденді. Солитон бетінің ауданы жартылай шөгінді график ретінде ұсынылатыны көрсетілген.

Түйін сөздер: Лакс жұптары, изомонодромдық деформация, аудан, Гаусс қисықтығы, солитон, бірінші және екінші іргелі формалар.

Г.Б. Бауыржан, К.Р. Есмаханова, К.К. Ержанов

Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

E-mail:bauyrzhan.g.b@gmail.com

СОЛИТОННАЯ ГЕОМЕТРИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАРЫ ЛАКСА ИЗОМОНОДРОМНОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Аннотация. Физические процессы описываются с помощью математических моделей. Многие из них имеют нелинейный характер. По этой причине теория нелинейной среды актуальна и очень обширна. С математической точки зрения предметом физики нелинейных явлений являются системы, описываемые нелинейными уравнениями в частных производных, которые имеют частные решения – солитоны. Быстроубывающая на бесконечности бегущая волна называется уединенной волной или солитоном. Теория солитонов имеет множество фундаментальных методов для подробного анализа процессов. Одним из таких методов является геометрическая интерпретация физического процесса.

Настоящая работа посвящена изучению пары Лакса изомонодромной деформации. Условие изомонодромии равноценно существованию совместимой пары линейных уравнений, пары Лакса. В этой паре одно из уравнений подвергается деформации, а другое описывает деформацию. Изомонодромная деформация – это теория изомонодромии (то есть сохранения монодромии)

деформации обыкновенных дифференциальных уравнений. Этим методом были получены выражения для координатного угла. Доказано, что деформация системы изомонодромна тогда и только тогда, когда первые и вторые фундаментальные формы, задающие данную деформацию, удовлетворяют условию интегрируемости. Показано, что аналогично площадь солитонной поверхности представляется как график-полуседло.

Ключевые слова: пары Лакса, изомонодромная деформация, площадь, гауссова кривизна, солитон, первая и вторая фундаментальные формы.

Information about authors:

Bauyrzhan Gulnur Bauyrzhanqyzy L.N. Gumilyov Eurasian National University, PhD student, bauyrzhan.g.b@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-8410-6640>

Yesmakhanova Kuralay Ratbaykyzy, L.N. Gumilyov Eurasian National University, candidate of physical-mathematical sciences, associated professor, kryesmakhanova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-4305-5939>

Yerzhanov Koblandy Kanayevich, L.N. Gumilyov Eurasian National University, candidate of physical-mathematical sciences, PhD yerzhanovkk@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-0732-2080>

REFERENCES

[1] M. Jimbo, T. Miwa, M. Sato. (1979) Holonomic quantum fields II // Publ. RIMS 1979, V. 15. — P. 201-278.

[2] H. Flashka, A. C. Newell. (1980) Monodromy and spectrum preserving deformations // Comm. Math. Phys. — 1980. — V. 76. — P. 67-116.

[3] A. Bolibruch, (1997) On Isomonodromic Deformations of Fuchsian Systems, J. Dynam. Control Systems 3(4) (1997) 589–604.

[4] G. Mahoux, (1999) Introduction to the Theory of Isomonodromic Deformations of Linear Ordinary Differential Equations with Rational Coefficients, Chapter 2 of R. Conte, Ed., The Painlevé Property: One Century Later, CRM Series in Mathematical Physics. Springer-Verlag (1999).

[5] G. Bauyrzhan, K. Yesmakhanova, K. Yerzhanov, S. Ybyraiymova (2019) Soliton surfaces for complex modified Korteweg-de Vries equation // Conference: 8th International Conference on Mathematical Modeling in Physical Sciences (ICMSQUARE) Location: Bratislava, SLOVAKIA Date: AUG 26-29, 2019

[6] Meirambay, A.; Yerzhanov, (2019) Solution of the deformed Schwarzschild metric by the Yang-Baxter equation. 8TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON MATHEMATICAL MODELING IN PHYSICAL SCIENCE. Volume: 1391, number: 012108(2019), Pages: 8-14

[7] A.S. Fokas, M.J. Ablowitz. (1983), On the initial value problem of the second Painlevé Transcendent // Comm. Math. Phys., 91 (1983), pp. 381-403. <https://doi.org/10.1007/BF01208781>

[8] Flaschka, H., Newell, A.C. (1980), Monodromy- and spectrum-preserving deformations I. // Commun. Math. Phys. 76, 65–116 (1980). <https://doi.org/10.1007/BF01197110>

[9] M. Jimbo, T. Miwa. (1981), Monodromy preserving deformation of linear ordinary differential equations with rational coefficients. III // Physica D, 4 (1981), pp. 26-46.

[10] Alexander R. Its Victor Yu. Novoksheno. (1986), The Isomonodromic Deformation Method in the Theory of Painlevé Equations // Springer, Berlin, Heidelberg. 1986

МАЗМҰНЫ-СОДЕРЖАНИЕ-CONTENTS

<i>Ахметов Б.С., Нұралбай Қ.</i> ЛОГИСТИКА ЖӘНЕ КӨЛІК АКАДЕМИЯСЫНЫҢ МЫСАЛЫНДА ПЕРСОНАЛДЫ БАСҚАРУ КЕЗІНДЕГІ ДЕРЕКТЕРДІ ТАЛДАУ АЛГОРИТМІ.....	6
<i>Askarova A.S., Bolegenova S.A., Nugymanova A.O., Bolegenova S.A., Gabitova Z.Kh.</i> NUMERICAL SIMULATION OF HEAT AND MASS TRANSFER PROCESSES DURING THE COMBUSTION OF SOLID FUEL OF DIFFERENT MOISTURE IN COMBUSTION CHAMBERS OF POWER PLANTS.....	12
<i>Bauyrzhan G.B., Yesmakhanova K.R., Yerzhanov K.K.</i> SOLITON GEOMETRY USING THE LAX PAIR OF ISOMONODROMIC DEFORMATION.....	20
<i>Baishemirov Zh, Kasenov S., Askerbekova J., Beibitkyzy A.</i> NUMERICAL SOLUTION OF THE INVERSE PROBLEM FOR THE ACOUSTIC EQUATION.....	26
<i>Джумагулова К.Н., Сейсембаева М.М., Шаленов Е.О.</i> ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА УБЕГАНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ НА ОСНОВЕ ЭФФЕКТИВНОГО ДИНАМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА.....	33
<i>Денисюк Э.К., Айманова Г.К., Шомшекова С.А., Рева И.В., Кругов М.А.</i> СПЕКТРАЛЬНЫЕ И ФОТОМЕТРИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СЕЙФЕРТОВСКОЙ ГАЛАКТИКИ NGC 5548.....	40
<i>Yeskendiroya Y.V.</i> ABOUT STABILITY OF DIFFERENCE DYNAMIC SYSTEMS (DDS) ON THE FIRST APPROACH.....	50
<i>Исмайылова Ф.Б., Исмайылов Г.Г., Новрузова С.Г.</i> ОБ УЧЕТЕ РЕЛАКСАЦИОННЫХ СВОЙСТВ МУЛЬТИФАЗНЫХ СИСТЕМ ПРИ ГИДРАВЛИЧЕСКОМ РАСЧЕТЕ ТРУБОПРОВОДОВ.....	58
<i>Ibraimova A.T.</i> EVOLUTION EQUATIONS OF THE RESTRICTED THREE-BODY PROBLEM WITH VARIABLE MASSES.....	65
<i>Kondratyeva L.N., Reva I.V., Krugov M.A., Aimanova G.K., Kim V.Y.</i> SPECTRAL AND PHOTOMETRIC STUDY OF SOME WOLF-RAYET STARS.....	75
<i>Минасянц Г.С. Минасянц Т.М., Томозов В.М.</i> ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОГО РАЗВИТИЯ ВЫСОКОЭНЕРГИЧНОГО ГАММА-ИЗЛУЧЕНИЯ ВСПЫШЕК В 23 ЦИКЛЕ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК СОЛНЕЧНЫХ ВСПЫШЕК В 24 ЦИКЛЕ АКТИВНОСТИ.....	85
<i>Манапбаева А.Б., Есімбек Ж., Алимгазинова Н.Ш., Кызгарина М.Т., Атамұрат А.Б.</i> N22 ШАҢ КӨПІРШІКТЕРІ ЖАНЫНДАҒЫ ЖАС ЖҰЛДЫЗ ОБЪЕКТІЛЕРІН АНЫҚТАУ.....	96
<i>Минглибаев М.Дж., Мырзабаева А.Ә.</i> ЕКІ БЕЙСТАЦИОНАР ДЕНЕНІҢ ІЛГЕРІЛМЕЛІ-АЙНАЛМАЛЫ ҚОЗҒАЛЫСЫ.....	106

<i>Омарова Г.Т., Омарова Ж.Т., Омаров Ч.Т.</i> К ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ.....	113
<i>Tereshchenko V. M.</i> SPECTROPHOTOMETRIC STANDARDS 8 ^m - 10 ^m . IV. THE STARS-STANDARDS ALONG +61 PARALLEL.....	121
<i>Temirbekov A., Malgazhdarov Y., Tleulessova A., Temirbekova L.</i> FICTITIOUS DOMAIN METHOD FOR THE NAVIER-STOKES EQUATIONS.....	128
<i>Телқожа А.Н., Кульджабеков А.Б.</i> УРАН КЕН ОРЫНДАРЫНДАҒЫ ПРОЦЕССТЕРДІ ПАРАЛЛЕЛЬ БАҒДАРЛАМАУ АРҚЫЛЫ МОДЕЛЬДЕУ.....	138
<i>Filippov V.A., Vdovichenko V.D., Karimov A.M., Lysenko P.G., Teifel V.G.,</i> COMPARATIVE ANALYSIS OF THE BEHAVIOR OF WEAK ABSORPTION BANDS OF AMMONIA AT 552 AND 645 NM IN THE SPECTRUM OF JUPITER.....	148
<i>Шестакова Л.И., Кенжебекова А.И.</i> СУБЛИМАЦИЯ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ ВБЛИЗИ БЕЛОГО КАРЛИКА G29-38.....	156
<i>Yurin D., Kalambay M., Ibraimova A., Mahmet H., Makukov M.</i> TWISTED COSMIC WEB AS THE ORIGIN OF SPIRAL STRUCTURE IN DISK GALAXIES.....	167
ҒАЛЫМДЫ ЕСКЕ АЛУ – ПАМЯТИ УЧЕНЫХ – MEMORY OF SCIENTISTS Геннадий Сергеевич Минасянц.....	179
Эммануил Яковлевич Вильковиский.....	180

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

(Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

[www:nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)

<http://physics-mathematics.kz/index.php/en/archive>

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Редакторы: *М.С. Ахметова, Р.Ж. Мрзабаева, Д.С. Аленов*
Верстка на компьютере *В.С. Зикирбаева*

Подписано в печать 12.06.2021.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
11 п.л. Тираж 300. Заказ 3.