

ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫ

әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
Қазақстанның ұлттық ғылым академиясының
әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің

NEWS

OF THE ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
al-Farabi Kazakh National University

SERIES
PHYSICO-MATHEMATICAL

6 (340)

NOVEMBER – DECEMBER 2021

PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

ALMATY, NAS RK

NAS RK is pleased to announce that News of NAS RK. Series physico-mathematical journal has been accepted for indexing in the Emerging Sources Citation Index, a new edition of Web of Science. Content in this index is under consideration by Clarivate Analytics to be accepted in the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index, and the Arts & Humanities Citation Index. The quality and depth of content Web of Science offers to researchers, authors, publishers, and institutions sets it apart from other research databases. The inclusion of News of NAS RK. Series of chemistry and technologies in the Emerging Sources Citation Index demonstrates our dedication to providing the most relevant and influential content of chemical sciences to our community.

Қазақстан Республикасы Ұлттық ғылым академиясы «ҚР ҰҒА Хабарлары. Физикалық-математикалық сериясы» ғылыми журналының Web of Science-тің жаңаланған нұсқасы Emerging Sources Citation Index-те индекстелуге қабылданғанын хабарлайды. Бұл индекстелу барысында Clarivate Analytics компаниясы журналды одан әрі the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index және the Arts & Humanities Citation Index-ке қабылдау мәселесін қарастыруда. Web of Science зерттеушілер, авторлар, баспашылар мен мекемелерге контент тереңдігі мен сапасын ұсынады. ҚР ҰҒА Хабарлары. Химия және технология сериясы Emerging Sources Citation Index-ке енуі біздің қоғамдастық үшін ең өзекті және беделді химиялық ғылымдар бойынша контентке адалдығымызды білдіреді.

НАН РК сообщает, что научный журнал «Известия НАН РК. Серия физико-математическая» был принят для индексирования в Emerging Sources Citation Index, обновленной версии Web of Science. Содержание в этом индексировании находится в стадии рассмотрения компанией Clarivate Analytics для дальнейшего принятия журнала в the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index и the Arts & Humanities Citation Index. Web of Science предлагает качество и глубину контента для исследователей, авторов, издателей и учреждений. Включение Известия НАН РК в Emerging Sources Citation Index демонстрирует нашу приверженность к наиболее актуальному и влиятельному контенту по химическим наукам для нашего сообщества.

Бас редактор:

МҰТАНОВ Ғалымқайыр Мұтанұлы, техника ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, ҚР БҒМ ҒК «Ақпараттық және есептеу технологиялары институты» бас директорының м.а. (Алматы, Қазақстан) Н=5

Редакция алқасы:

ҚАЛИМОЛДАЕВ Мақсат Нұрәділұлы (бас редактордың орынбасары), физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, ҚР БҒМ ҒК «Ақпараттық және есептеу технологиялары институты» бас директорының кеңесшісі, зертхана меңгерушісі (Алматы, Қазақстан) Н=7

БАЙГУНЧЕКОВ Жұмаділ Жанабайұлы (бас редактордың орынбасары), техника ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Кибернетика және ақпараттық технологиялар институты, Сағпаев университетінің Қолданбалы механика және инженерлік графика кафедрасы, (Алматы, Қазақстан) Н=3

ВОЙЧИК Вальдемар, техника ғылымдарының докторы (физика), Люблин технологиялық университетінің профессоры (Люблин, Польша) Н=23

БОШКАЕВ Қуантай Авғазыұлы, Ph.D. Теориялық және ядролық физика кафедрасының доценті, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н-10

QUEVEDO Hemando, профессор, Ядролық ғылымдар институты (Мехико, Мексика) Н=28

ЖҮСПОВ Марат Абжанұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, теориялық және ядролық физика кафедрасының профессоры, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н=7

КОВАЛЕВ Александр Михайлович, физика-математика ғылымдарының докторы, Украина ҰҒА академигі, Қолданбалы математика және механика институты (Донецк, Украина) Н=5

МИХАЛЕВИЧ Александр Александрович, техника ғылымдарының докторы, профессор, Беларусь ҰҒА академигі (Минск, Беларусь) Н=2

РАМАЗАНОВ Тілекқабыл Сәбитұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің ғылыми-инновациялық қызмет жөніндегі проректоры, (Алматы, Қазақстан) Н=26

ТАКИБАЕВ Нұрғали Жабағаұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н=5

ТИГИНЯНУ Ион Михайлович, физика-математика ғылымдарының докторы, академик, Молдова ғылым Академиясының президенті, Молдова техникалық университеті (Кишинев, Молдова) Н=42

ХАРИН Станислав Николаевич, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Қазақстан-Британ техникалық университеті (Алматы, Қазақстан) Н=10

ДАВЛЕТОВ Асқар Ербуланович, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н=12

КАЛАНДРА Пьетро, Ph.D (физика), Наноқұрылымды материалдарды зерттеу институтының профессоры (Рим, Италия) Н=26

«ҚР ҰҒА Хабарлары.

Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online),

ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктеуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.). Қазақстан Республикасының Ақпарат және қоғамдық даму министрлігінің Ақпарат комитетінде 14.02.2018 ж. берілген **№ 16906-Ж** мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік.

Тақырыптық бағыты: *математика, информатика, механика, физика, ғарыштық зерттеулер, астрономия, ионосфера.*

Мерзімділігі: жылына 6 рет.

Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекен-жайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., тел.: 272-13-19

<http://www.physico-mathematical.kz/index.php/en/>

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2021

Типографияның мекен-жайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Мұратбаев көш., 75.

Главный редактор:

МУТАНОВ Галимкаир Мутанович, доктор технических наук, профессор, академик НАН РК, и.о. генерального директора «Института информационных и вычислительных технологий» КН МОН РК (Алматы, Казахстан) Н=5

Редакционная коллегия:

КАЛИМОЛДАЕВ Максат Нурадилович, (заместитель главного редактора), доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, советник генерального директора «Института информационных и вычислительных технологий» КН МОН РК, заведующий лабораторией (Алматы, Казахстан) Н=7

БАЙГУНЧЕКОВ Жумадил Жанабаевич, (заместитель главного редактора), доктор технических наук, профессор, академик НАН РК, Институт кибернетики и информационных технологий, кафедра прикладной механики и инженерной графики, университет Сатпаева (Алматы, Казахстан) Н=3

ВОЙЧИК Вальдемар, доктор технических наук (физ.-мат.), профессор Люблинского технологического университета (Люблин, Польша) Н=23

БОШКАЕВ Куантай Авгазыевич, доктор Ph.D, преподаватель, доцент кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=10

QUEVEDO Hemando, профессор, Национальный автономный университет Мексики (UNAM), Институт ядерных наук (Мехико, Мексика) Н=28

ЖУСУПОВ Марат Абжанович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=7

КОВАЛЕВ Александр Михайлович, доктор физико-математических наук, академик НАН Украины, Институт прикладной математики и механики (Донецк, Украина) Н=5

МИХАЛЕВИЧ Александр Александрович, доктор технических наук, профессор, академик НАН Беларуси (Минск, Беларусь) Н=2

РАМАЗАНОВ Тлеккабул Сабитович, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, проректор по научно-инновационной деятельности, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=26

ТАКИБАЕВ Нургали Жабагаевич, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=5

ТИГИНЯНУ Ион Михайлович, доктор физико-математических наук, академик, президент Академии наук Молдовы, Технический университет Молдовы (Кишинев, Молдова) Н=42

ХАРИН Станислав Николаевич, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, Казахстанско-Британский технический университет (Алматы, Казахстан) Н=10

ДАВЛЕТОВ Аскар Ербуланович, доктор физико-математических наук, профессор, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=12

КАЛАНДРА Пьетро, доктор философии (Ph.D, физика), профессор Института по изучению наноструктурированных материалов (Рим, Италия) Н=26

«Известия НАН РК.

Серия физико-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online),

ISSN 1991-346X (Print)

Собственник: Республиканское общественное объединение «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы).

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации Министерства информации и общественного развития Республики Казахстан № 16906-Ж выданное 14.02.2018 г.

Тематическая направленность: *математика, информатика, механика, физика, космические исследования, астрономия, ионосфера.*

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, оф. 219, тел.: 272-13-19

<http://www.physico-mathematical.kz/index.php/en/>

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2021

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief:

MUTANOV Galimkair Mutanovich, doctor of technical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, acting director of the Institute of Information and Computing Technologies of SC MES RK (Almaty, Kazakhstan) H=5

Editorial board:

KALIMOLDAYEV Maksat Nuradilovich (Deputy Editor-in-Chief), doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, Advisor to the General Director of the Institute of Information and Computing Technologies of SC MES RK, Head of the Laboratory (Almaty, Kazakhstan) H=7

BAYGUNCHEKOV Zhumadil Zhanabayevich, (Deputy Editor-in-Chief), doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Institute of Cybernetics and Information Technologies, Department of Applied Mechanics and Engineering Graphics, Satbayev University (Almaty, Kazakhstan) H=3

WOICIK Waldemar, Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor, Lublin University of Technology (Lublin, Poland) H=23

BOSHKAYEV Kuantai Avgazievich, PhD, Lecturer, Associate Professor of the Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=10

QUEVEDO Hemando, Professor, National Autonomous University of Mexico (UNAM), Institute of Nuclear Sciences (Mexico City, Mexico) H=28

ZHUSSUPOV Marat Abzhanovich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor of the Department of Theoretical and Nuclear Physics, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=7

KOVALEV Alexander Mikhailovich, Doctor in Physics and Mathematics, Academician of NAS of Ukraine, Director of the State Institution «Institute of Applied Mathematics and Mechanics» DPR (Donetsk, Ukraine) H=5

MIKHALEVICH Alexander Alexandrovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of NAS of Belarus (Minsk, Belarus) H=2

RAMAZANOV Tlekkabul Sabitovich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, Vice-Rector for Scientific and Innovative Activity, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=26

TAKIBAYEV Nurgali Zhabagaevich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=5

TIGHINEANU Ion Mikhailovich, Doctor in Physics and Mathematics, Academician, Full Member of the Academy of Sciences of Moldova, President of the AS of Moldova, Technical University of Moldova (Chisinau, Moldova) H=42

KHARIN Stanislav Nikolayevich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, Kazakh-British Technical University (Almaty, Kazakhstan) H=10

DAVLETOV Askar Erbulanovich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=12

CALANDRA Pietro, PhD in Physics, Professor at the Institute of Nanostructured Materials (Monterotondo Station Rome, Italy) H=26

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

Owner: RPA «National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan» (Almaty). The certificate of registration of a periodical printed publication in the Committee of information of the Ministry of Information and Social Development of the Republic of Kazakhstan No. 16906-Ж, issued 14.02.2018

Thematic scope: *mathematics, computer science, mechanics, physics, space research, astronomy, ionosphere.*

Periodicity: 6 times a year.

Circulation: 300 copies.

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, Almaty, 050010, tel. 272-13-19

<http://www.physico-mathematical.kz/index.php/en/>

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 6, Number 340 (2021), 128–135

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.109>

UDC 517.95

IRSTI 27.19.15

Sartabanov Zh.A.^{1*}, Aitenova G.M.², Toremuratova G.S.¹

¹K. Zhubanov Aktobe Regional University, Aktobe, Kazakhstan;

²M. Utemisov West Kazakhstan University, Uralsk, Kazakhstan.

E-mail: sartabanov42@mail.ru

MUTUAL REDUCTION OF LINEAR MULTIPERIODIC SYSTEMS OF EQUATIONS WITH DIFFERENTIATION OPERATORS

Abstract. One important method for simplifying problems in the theory of differential equations is the reducibility of the systems under consideration to systems of a simpler form, in the sense of the solvability of the problems posed. It is known that the basis of the reducibility theory was laid by A.M. Lyapunov [1] and was developed by N.P. Erugin [2], which is attractively covered in [3]. A special place is occupied by questions of reducibility of linear systems with periodic and multi-frequency periodic coefficients to systems with constant coefficients. In this direction, there are both well researched sections and poorly researched problems. In our opinion, one of the reasons for the poor research of these problems is the lack of a general approach to the issue of reducibility. For example, consider a linear homogeneous system of ordinary differential equations with continuous periodic coefficients. By averaging over the independent variable, we obtain a system with constant coefficients. The question arises: is the original system reducible to the resulting system? Obviously there will be no answer.

We will be in the same position if we pose the question of the mutual reducibility of two linear systems with continuous periodic coefficients, although they are separately reducible to systems with constant coefficients. The situation is even worse for the mutual reducibility of two linear systems with multifrequency oscillatory coefficients, the reducibility of which to systems with constant coefficients has not yet been resolved. The last question can be investigated by passing to systems of partial differential equations with multiperiodic coefficients and with a linear homogeneous operator of differentiation in the directions of vector fields [4-7], [10-12].

This article is devoted to the study of the problem of mutual reducibility of linear homogeneous systems with multiperiodic coefficients, where a system with a differentiation operator along the direction of the main diagonal is first considered, and then the results of this particular case are generalized to the general case. Thus, on the basis of multiperiodic transformation matrices, a connection is established between mutually reducible systems that have similar monodromy matrices in a certain generalized sense.

Key words: reducibility, mutual reducibility, systems, operator of differentiation, differentiation along the diagonal, multiperiodicity, matricant, monodromy.

Introduction. Mutual reducibility of systems with differentiation operator by diagonal.

We consider linear systems with multiperiodic coefficients and a differentiation operator

$$D = \frac{\partial}{\partial \tau} + \sum_{j=1}^m \frac{\partial}{\partial t_j} = \frac{\partial}{\partial \tau} + \left\langle e, \frac{\partial}{\partial t} \right\rangle \quad (*) \text{ along the main diagonal } t_1 = \dots = t_m = \tau \text{ of the space of variables}$$

$(\tau, t) = (\tau, t_1, \dots, t_m) \in R \times R \times \dots \times R = R \times R^m$ in the form

$$Dx = P(\tau, t)x, \tag{1.1}$$

$$Dy = Q(\tau, t)y, \tag{1.2}$$

where $P = P(\tau, t)$ and $Q = Q(\tau, t)$ are continuous multiperiodic with periods $(\theta, \omega) = (\theta, \omega_1, \dots, \omega_m)$ by $(\tau, t) \in R \times R^m$ and continuously differentiable by $t = (t_1, \dots, t_m) \in R^m$ n - functions:

$$P(\tau + \theta, t + \omega) = P(\tau, t) \in C_{\tau, t}^{(0, e)}(R \times R^m), \tag{1.3}$$

$$Q(\tau + \theta, t + \omega) = Q(\tau, t) \in C_{\tau, t}^{(0, e)}(R \times R^m). \tag{1.4}$$

Here we used the notation: $e = (1, \dots, 1)$ is m -vector, $\frac{\partial}{\partial t} = \left(\frac{\partial}{\partial t_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial t_m} \right)$ is vector operator, $\langle \cdot \rangle$ is the sign of the scalar product, $R = (-\infty, +\infty)$ is the number axis, the periods $\omega_0 = \theta, \omega_1, \dots, \omega_m$ are rationally incommensurable, $C_{\tau, t}^{(0, e)}(R \times R^m)$ is class of vector-matrix functions $x = (x_1, \dots, x_n)$ of order $(0, e) = (0, 1, \dots, 1)$, smooth by $(\tau, t) \in R \times R^m$, $e = (1, \dots, 1)$ is m -vector.

Systems (1.1) and (1.2) are called mutually reducible if there exists a non-singular smooth multiperiodic n -matrix $T = T(\tau, t)$ with the same periods (θ, ω) such that the linear change

$$x = T(\tau, t)y \tag{1.5}$$

leads to one another of systems (1.1) and (1.2).

Thus, the matrix $T(\tau, t)$ must satisfy the conditions:

$$\det T(\tau, t) \neq 0, \quad T(\tau + \theta, t + \omega) = T(\tau, t) \in C_{\tau, t}^{(0, e)}(R \times R^m) \tag{1.6}$$

Let us pose the problem of establishing the condition for the mutual reducibility of systems (1.1) - (1.2) with properties (1.3) - (1.4) on the basis of transformation (1.5) with properties (1.6).

Obviously, applying the operator D to relation (1.5), we have

$$Dx = DT \cdot y + T \cdot Dy. \tag{1.5'}$$

Putting (1.5) and (1.5') into equation (1.1) by virtue of equation (1.2), we obtain the matrix equation

$$DT = P(\tau, t)T + TQ(\tau, t) \tag{1.7}$$

for determining the matrix T .

Let $U(\tau, t) = U(\tau, t + \omega)$ and $V(\tau, t) = V(\tau, t + \omega)$ be the matricants of systems (1.1) and (1.2) respectively:

$$DU(\tau, t) = P(\tau, t)U(\tau, t), \quad U(0, t) = E, \tag{1.8}$$

$$DV(\tau, t) = Q(\tau, t)V(\tau, t), \quad V(0, t) = E, \tag{1.9}$$

where E is the identity matrix.

Then these systems have matrix solutions

$$X(\tau, t) = U(\tau, t)X_0(t - e\tau), \tag{1.10}$$

$$Y(\tau, t) = V(\tau, t)Y_0(t - e\tau), \tag{1.11}$$

with initial ω -periodic smooth matrices

$$X_0(t + \omega) = X_0(t) \in C_t^{(e)}(R^m), \quad \det X_0(t) \neq 0, \tag{1.10_0}$$

$$Y_0(t + \omega) = Y_0(t) \in C_t^{(e)}(R^m), \quad \det Y_0(t) \neq 0. \tag{1.11_0}$$

Note that the non-singularity of the initial matrices $X_0(t)$ and $Y_0(t)$ is additionally assumed, since we are investigating non-singular solutions $T(\tau, t)$ of the matrix equation (1.7) satisfying conditions (1.6).

By virtue of conditions (1.8), (1.9), (1.10), (1.11) and (1.10₀), (1.11₀), the general solution $T(\tau, t)$ of equation (1.7) has the form

$$T(\tau, t) = U(\tau, t)X_0(t - e\tau)Y_0^{-1}(t - e\tau)Y^{-1}(t - e\tau), \tag{1.12}$$

with the initial condition

$$T(0, t) = X_0(t)Y_0(t) \equiv T_0(t). \tag{1.12_0}$$

It's obvious that

$$\det T(\tau, t) \neq 0, \quad (\tau, t) \in R \times R^m,$$

since, $\det U(\tau, t) \neq 0$, $\det V(\tau, t) \neq 0$ and $\det T_0(t) \neq 0$.

It is also clear what $T(\tau, t)$ is ω -periodic by t :

$$T(\tau, t + \omega) = T(\tau, t), \quad (\tau, t) \in R \times R^m. \tag{1.13}$$

Property (1.13) follows from the analogous properties of the factors of matrix (1.12).

Now let us establish the condition for the matrix $T(\tau, t)$ to be θ -periodic by τ .

Since $U(\tau, t)$ and $V(\tau, t)$ have the properties

$$U(\tau + \theta, t) = U(\tau, t)U(\theta, t - e\tau), \quad (1.14)$$

$$V(\tau + \theta, t) = V(\tau, t)V(\theta, t - e\tau) \quad (1.15)$$

substituting (1.12) into equality (1.6), taking into account (1.14) and (1.15), we obtain

$$U(\tau, t)U(\theta, t - e\tau)T_0(t - e\tau - e\theta)V^{-1}(\theta, t - e\tau)V^{-1}(\tau, t) = U(\tau, t)T_0(t - e\tau)V^{-1}(\tau, t).$$

Hence, for the initial matrix (1.12₀), we obtain the condition

$$U(\theta, t - e\tau)T_0(t - e\tau - e\theta) = T_0(t - e\tau)V(\theta, t - e\tau), \quad (1.16)$$

ensuring the θ -periodicity of solution (1.12) by $\tau \in R$.

The matrices $U(\theta, t)$ and $V(\theta, t)$ are called monodromy matrices of systems (1.1) and (1.2) by $\tau \in R$.

We write condition (1.16)

$$T_0(t) = U(\theta, t)T_0(t - e\theta)V^{-1}(\theta, t). \quad (1.17)$$

Thus, the theorem is proved.

Theorem 1. Under conditions (1.3) and (1.4), the multiperiodic systems (1.1) and (1.2) are mutually reducible if and only if there is a matrix $T_0(t + \omega) = T_0(t) \in C_t^{(e)}(R^m)$, satisfying condition (1.17).

Note that if the monodromy matrices $U(\theta, t)$ and $V(\theta, t)$ are related to the similarity condition

$$U(\theta, t) = CV(\theta, t)C^{-1} \quad (1.18)$$

with a nonsingular constant matrix C , then condition (1.17) is satisfied at $T_0 = C$.

In particular, when $C = E$ is a unit matrix, then from (1.18) we have

$$U(\theta, t) = V(\theta, t) \text{ and } T_0 = E. \quad (1.19)$$

Consequently, condition (1.19) guarantees the mutual reducibility of two systems of type (1.1) and (1.2) with properties (1.3) and (1.4) using transformation (1.5) with conditions (1.6).

If conditions (1.17) can be represented in the form

$$U(\theta, t) = T_0(t)V(\theta, t)T_0^{-1}(t - e\theta), \quad (1.20)$$

then (1.20) resembles the similarity formula for the monodromy matrices U and V of systems (1.1) and (1.2) with the similarity matrix $T_0(t)$, where the inverse matrix $T^{-1}(\sigma)$ has arguments $\sigma = t - e\theta$ with a delay of the period θ by τ .

In particular, the systems are θ -periodic by all variables, then, due to the ω -periodicity of the similarity matrix $T(t)$ from (1.20) we obtain the similarity formula for two monodromy matrices:

$$U(\theta, t) = T_0(t)V(\theta, t)T_0^{-1}(t).$$

Then we can formulate a corollary to Theorem 1.

Corollary 1. Under conditions (1.3) and (1.4), the systems (1.1) and (1.2) with a common period $\theta = \omega_1 = \dots = \omega_m$ are mutually reducible if and only if their monodromy matrices are similar.

As we see, relation (1.20) generalizes the concept of the similarity of two variable matrices. Consequently, it can be taken as a generalized concept of similarity with a matrix $T_0(t)$ with arguments delayed by θ .

2. Mutual reducibility of systems with a multiperiodic differentiation operator

Consider the systems

$$Dx = P(\tau, t)x, \quad (2.1)$$

$$Dy = Q(\tau, t)y \quad (2.2)$$

with general linear differentiation operator

$$D = \frac{\partial}{\partial \tau} + \sum_{k=1}^m a_k(\tau, t) \frac{\partial}{\partial t_k}, \quad (**)$$

where the matrices, $P(\tau, t)$, $Q(\tau, t)$ and the vector function $a(\tau, t) = (a_1(\tau, t), \dots, a_m(\tau, t))$ have the properties of (θ, ω) -periodicity, continuity and smoothness of the order $(0, e)$ by $(\tau, t) \in R \times R^m$, $e = (1, \dots, 1)$ is a vector. The class of such vector-matrix functions was briefly denoted by $C_{\theta, \omega}^{(0, e)}(R \times R^m)$.

Hence,

$$a(\tau, t) \in C_{\theta, \omega}^{(0, e)}(R \times R^m), \quad P(\tau, t) \in C_{\theta, \omega}^{(0, e)}(R \times R^m), \quad Q(\tau, t) \in C_{\theta, \omega}^{(0, e)}(R \times R^m). \quad (2.3)$$

Let us pose the problem of the mutual (one to the other) reducibility of systems (2.1) and (2.2) under condition (2.3) on the basis of the non-singular linear transformation

$$\bar{x} = T(\tau, t)y \tag{2.4}$$

with a matrix $T(\tau, t)$, possessing properties

$$\det T(\tau, t) \neq 0, (\tau, t) \in R \times R^m; T(\tau, t) \in C_{\theta, \omega}^{(1, e)}(R \times R^m). \tag{2.5}$$

Under the condition $a \in C_{\theta, \omega}^{(0, e)}(R \times R^m)$ from relations (2.3), the operator D admits the characteristic $h(s, \tau, t)$

$$\frac{dh(s, \tau, t)}{ds} = a(s, h(s, \tau, t)) \tag{2.6}$$

at $s \in R$, satisfying the condition $h(\tau, \tau, t) = t$ and possessing the properties

- 1°. $h(s, \tau, t) \in C_{s, \tau, t}^{(1, 1, e)}(R \times R \times R^m)$,
- 2°. $h(s, \tau, t + \omega) = h(s, \tau, t)$,
- 3°. $h(s + \theta, \tau + \theta, t) = h(s, \tau, t)$,
- 4°. $h(s, \tau^0, h(\tau^0, \tau, t)) = h(s, \tau, t)$,
- 5°. $Dh(s, \tau, t) = 0$.

Based on (2.3), (2.6) and (2.7) by the iteration method from the integral equations

$$U(\tau, t) = E + \int_0^\tau P(s, h(s, \tau, t))U(s, h(s, \tau, t))ds, \tag{2.8}$$

$$V(\tau, t) = E + \int_0^\tau Q(s, h(s, \tau, t))V(s, h(s, \tau, t))ds, \tag{2.9}$$

we have matricants $U(\tau, t)$ and $V(\tau, t)$ systems (2.1) and (2.2) by τ , with respect to, which have the following properties:

- $DU(\tau, t) = P(\tau, t)U(\tau, t), U(0, t) = E,$
- $DV(\tau, t) = Q(\tau, t)V(\tau, t), V(0, t) = E;$
- $U(\tau + \theta, t) = U(\tau, t)U(\theta, h(\theta, \tau, t)),$
- $V(\tau + \theta, t) = V(\tau, t)V(\theta, h(\theta, \tau, t));$
- $U(\tau, t + \omega) = U(\tau, t),$
- $V(\tau, t + \omega) = V(\tau, t).$

Note that properties (2.10) can be easily proved by virtue of relations (2.6) - (2.9).

By virtue of (2.4), we have

$$Dx = DT \cdot y + T \cdot Dy. \tag{2.4'}$$

Putting (2.4), (2.4') by virtue of (2.1) and (2.2), it is easy to obtain equation

$$DT = P(\tau, t)T - TQ(\tau, t) \tag{2.11}$$

for determining the transformation matrix T .

The solutions of the matrix equation (2.11) by virtue of (2.8)-(2.10) are defined in the form

$$T(\tau, t) = U(\tau, t)T_0(h(0, \tau, t))V^{-1}(\tau, t), \tag{2.12}$$

moreover

$$T(0, t) = T_0(t),$$

where $T_0(t)$ is an arbitrary initial matrix with properties

$$\det T_0(t) \neq 0, t \in R^m; T_0(t + \omega) = T_0(t) \in C_t^{(e)}(R^m). \tag{2.13}$$

Now let's calculate the value of $T(\tau, t)$ when τ is shifted by θ :

$$\begin{aligned} T(\tau + \theta, t) &= U(\tau + \theta, t)T_0(h(0, \tau + \theta, t))V^{-1}(\tau + \theta, t) = \\ &= U(\tau, t)U(\theta, h(0, \tau, t))T_0(h(-\theta + \theta, \tau + \theta, t))V^{-1}(\theta, h(0, \tau, t))V^{-1}(\tau, t) = \\ &= U(\tau, t)U(\theta, h(0, \tau, t))T_0(h(-\theta, \tau, t))V^{-1}(\theta, h(0, \tau, t))V^{-1}(\tau, t). \end{aligned} \tag{2.14}$$

Further, equating (2.14) with (2.12), we obtain condition

$$T_0(h(0, \tau, t)) = U(\theta, h(0, \tau, t))T_0(h(-\theta, \tau, t))V^{-1}(\theta, h(0, \tau, t)) \tag{2.15}$$

to ensure the θ -periodicity of the solution $T(\tau, t)$ by $\tau \in R$.

Thus, the transformation matrix $T(\tau, t)$ has the property of θ -periodicity by τ of the form

$$T(\tau + \theta, t) = T(\tau, t), \quad \tau \in R \times R^m,$$

if and only if condition (2.15) is satisfied. So, all the conditions given in (2.5) are satisfied.

We will formulate the obtained result on the solution of the problem posed in the form of the following theorem.

Theorem 2. For the mutual reducibility of systems (2.1) and (2.2) with the differentiation operator (***) under conditions (2.3), it is necessary and sufficient that there exists the matrix $T_0(t)$ satisfying conditions (2.13) and (2.15).

In particular, when $a_k = c_k - \text{const} \neq 0$, then the characteristics h_k are determined by relations of the form

$$h_k(s, \tau, t) = t_k - c_k(\tau - s), \quad k = \overline{1, m}.$$

Hence,

$$h(s, \tau, t) = (h_1(s, \tau, t), \dots, h_m(s, \tau, t)) = (t_1 - c_1(\tau - s), \dots, t_m - c_m(\tau - s)).$$

The differentiation operator D has the form

$$D = \frac{\partial}{\partial \tau} + \sum_{k=1}^m c_k \frac{\partial}{\partial t_k} \equiv \frac{\partial}{\partial \tau} + \left\langle c, \frac{\partial}{\partial t} \right\rangle \equiv D_c, \quad c = (c_1, \dots, c_m). \quad (2.16)$$

Since, $h(0, \tau, t) = t - c\tau$ and $h(-\theta, \tau, t) = t - c\tau - c\theta$, then condition (2.15) on mutual reducibility with diagonal requirements on ω -periodicity by t and non-singularity of $T_0(t)$ has the form

$$\begin{aligned} T_0(t - c\tau) &= U(\theta, t - c\tau) T_0(t - c(\tau + \theta)) V^{-1}(\theta, t - c\tau), \\ T_0(t + \omega) &= T_0(t), \quad \det T(t) \neq 0. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Then we obtain a corollary from Theorem 2.

Corollary 2. For the mutual reducibility of systems (2.1) and (2.2) with the differentiation operator (2.16) under the conditions $P(\tau, t) \in C_{\theta, \omega}^{(0, e)}(R \times R^m)$ and $Q(\tau, t) \in C_{\theta, \omega}^{(0, e)}(R \times R^m)$, it is necessary and sufficient that the initial matrix $T_0(t)$ of the transformation matrix $T(\tau, t)$ defined by relation (2.12) satisfies condition (2.17).

The above corollary serves as an example to illustrate Theorem 2, which is a generalized Theorem 1.

In **conclusion**, we note that at present there are many works devoted to the research of solutions of differential equations by various interesting methods. Here are some of them [8, 9].

Сартабанов Ж.А.^{1*}, Айтенова Г.М.², Торемуратова Г.С.¹

¹Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті, Ақтөбе, Қазақстан;

²М. Өтемісов атындағы Батыс Қазақстан университеті, Орал, Қазақстан.

E-mail: sartabanov42@mail.ru

ДИФФЕРЕНЦИАЛДАУ ОПЕРАТОРЛЫ СЫЗЫҚТЫ КӨППЕРИОДТЫ ТЕНДЕУЛЕР ЖҮЙЕЛЕРІНІҢ ӨЗАРА КЕЛТІРІМДІЛІГІ

Аннотация. Дифференциалдық тендеулер теориясының есептерін ықшамдаудың маңызды әдістерінің бірі қойылған есептің шешімділігі мағынасында, қарастырылатын жүйелердің қарапайымдырақ түрдегі жүйелерге келтірімділігі болып табылады. Келтірімділік теориясының негізін А.М. Ляпунов [1] қалап, Н.П. Еругин [2] дамытқаны белгілі, бұл теория [3] еңбегінде жақсы келтірілген.

Салыстырмалы түрде кең және терең зерттелген, периодты және көппериодты коэффициентті сызықты жүйелердің тұрақты коэффициентті жүйелерге келтірімділік сұрағы ерекше орын алады. Сонымен қатар, бұл бағытта жақсы зерттелген бөлімдер де, әлсіз зерттелген есептер де бар, ал қазіргі уақытта шешілмеген мәселелер де бар. Біздің ойымызша, бұл мәселелердің нашар зерттелуінің себептерінің бірі, мәселелерді шешуге жалпы бағыт беретін, келтірімділік сұрағына жалпы тәсілдің болмауынан. Мысал үшін үзіліссіз периодты коэффициентті сызықты біртекті қарапайым

дифференциалдық теңдеулер жүйесін қарастырамыз. Тәуелсіз айнымалы бойынша ортандыру жолымен тұрақты коэффициентті жүйені аламыз. Осы орайда, «берілген жүйе теңдеумен алынған жүйеге келтірімді ме?» деген сұрақ туындайды. Келтірімсіз. Себебі екі жүйенің бірінің екіншісіне келтірімділік мәселесі зерттелген жоқ. Егер үзіліссіз периодты коэффициентті екі сызықты жүйенің өзара келтірімділігі жөніндегі сұрақты қойсақ, дәл осындай жауап аламыз, бірақ олар бөлек алғанда тұрақты коэффициентті жүйелерге келтірімді.

Көп жиілікті тербелмелі коэффициентте екі сызықты жүйелердің өзара келтірімділігі жөніндегі мәселе қиынырақ, олардың тұрақты коэффициентті жүйелерге келтірімділігі әлі шешілген жоқ. Соңғы сұрақты көпериодты коэффициентті және векторлық өрістердің бағыттары бойынша сызықты біртекті дифференциалдау операторлы дербес туындылы теңдеулер жүйелеріне өту жолымен зерттеуге болады [4-7], [10-12]. Бұл мақала көпериодты коэффициентті сызықты біртекті жүйелердің өзара келтірімділігі жөніндегі есепті зерттеуге арналады, мұнда әуелі негізгі диагональ бағыты бойынша дифференциалдау операторлы жүйе қарастырылады, сонан соң осы дербес жағдайдың нәтижелері жалпы жағдайға келтіріледі. Осылайша, көпериодты түрлендіру матрицалары негізінде өзара келтірімді жүйелер арасында байланыс орнатылады. Мұндай сипаттағы өзара келтірімді жүйелердің монодромия матрицалары кейбір жалпыланған мағынасында өзара ұқсас болатындығы дәлелденеді.

Түйінді сөздер: келтірімділік, өзара келтірімділік, жүйелер, дифференциалдау операторы, диагональ бойынша дифференциалдау, көпериодтылық, матрицант, монодромия.

Сартабанов Ж.А.^{1*}, Айтенова Г.М.², Торемуратова Г.С.¹

¹Актюбинский региональный университет имени К. Жубанова, Актөбе, Қазақстан;

²Западно-Қазақстанский университет имени М. Утемисова, Уральск, Қазақстан.

E-mail: sartabanov42@mail.ru

ВЗАИМНАЯ ПРИВОДИМОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ МНОГОПЕРИОДИЧЕСКИХ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ С ОПЕРАТОРАМИ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

Аннотация. Важным методом упрощения задач теории дифференциальных уравнений является приводимость рассматриваемых систем к системам более простого вида, в смысле разрешимости поставленных задач. Известно, что основа теории приводимости заложены А.М. Ляпуновым [1] и развита Н.П. Еругиным [2], которая привлекательно освещена в [3]. Особое место занимают вопросы приводимости линейных систем с периодическими и многопериодическими коэффициентами к системам с постоянными коэффициентами, которые изучены сравнительно широко и глубоко. Тем не менее, и в этом направлении имеются как хорошо изученные разделы, так и слабо исследованные задачи, а в настоящее время существуют и нерешенные проблемы. На наш взгляд, одной из причин слабой изученности этих проблем заключается в отсутствии общего подхода к вопросу приводимости, который дает общую ориентацию в решении проблем. Для примера рассмотрим линейную однородную систему обыкновенных дифференциальных уравнений с непрерывными периодическими коэффициентами. Путем усреднения по независимой переменной получим систему с постоянными коэффициентами. Возникает вопрос: приводима ли исходная система к полученной уравнением системе? Очевидно, что ответа не будет, поскольку не изучена проблема приводимости двух систем, одной к другой.

В таком же положении будем, если поставим вопрос о взаимной приводимости двух линейных систем с непрерывными периодическими коэффициентами, хотя они в отдельности приводимы к системам с постоянными коэффициентами.

Еще хуже обстоит дело о взаимной приводимости двух линейных систем с многочастотными

колебательными коэффициентами приводимость которых к системам с постоянными коэффициентами еще не решена. Последний вопрос можно исследовать путем перехода к системам уравнений в частных производных с многопериодическими коэффициентами и с линейным однородным оператором дифференцирования по направлениям векторных полей [4-7], [10-12]. Данная статья посвящена изучению задачи о взаимной приводимости линейных однородных систем с многопериодическими коэффициентами, где сначала рассматривается система с оператором дифференцирования по направлению главной диагонали, а затем результаты этого частного случая обобщаются на общий случай. Таким образом, на основе многопериодических матриц преобразования установлена связь между взаимно приводимых систем, установлено, что у взаимно приводимых систем такого характера матрицы монодромии являются подобными между собой в некотором обобщенном смысле.

Ключевые слова: приводимость, взаимная приводимость, системы, оператор дифференцирования, дифференцирования по диагонали, многопериодичность, матрицант, монодромия.

Information about authors:

Sartabanov Zhaishylyk Almaganbetovich – K.Zhubanov Aktobe Regional University, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, sartabanov42@mail.ru, <http://orcid.org/0000-0003-2601-2678>;

Aitenova Gulsezim Muratovna – M. Utemisov West Kazakhstan University, Senior Lecturer, gulsezim-88@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4572-8252>;

Toremuratova Gulbarshyn Spartakkyzy – K. Zhubanov Aktobe Regional University, 2nd year master's degree student, gulbarshyn_toremuratova@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5601-0916>.

REFERENCES

- [1] Liapunov A.M. (1950) General problem of motion stability [Obshchaia zadacha ob ustoiichivosti dvizhenii]. Moskva -L.:GITTL. (In Russian).
- [2] Erugin N.P. (1946) Reduced systems [Privodimye sistemy]. Tr. Matem. In-ta im. V.A. Steklova. (In Russian).
- [3] Demidovich B.P. (1967) Lectures on the mathematical theory of stability [Lektsii po matematicheskoi teorii ustoiichivosti]. Moskva: Nauka. (In Russian).
- [4] Kharasakhhal V.Kh. (1970) Almost periodic solutions of ordinary differential equations [Pochti-periodicheskie resheniia obyknovennykh differentsialnykh uravnenii]. Alma-Ata: Nauka. (In Russian).
- [5] Umbetzhannov D.U. (1979) Almost multiperiodic solutions of partial differential equations [Pochti mnogoperiodicheskie resheniia differentsialnykh uravnenii v chastnykh proizvodnykh]. Alma-Ata: Nauka. (In Russian).
- [6] Mukhambetova A.A., Sartabanov Zh.A. (2007) Stability of solutions of the systems of differential equations with multidimensional time [Ustoiichivost reshenii sistem differentsialnykh uravnenii s mnogomernym vremenem]. Aktobe: Print A. (In Russian).
- [7] Kulzhumieva A.A., Sartabanov Zh.A. (2013) Periodic solutions of the systems of differential equations with multidimensional time [Periodicheskie resheniia sistem differentsialnykh uravnenii s mnogomernym vremenem]. Uralsk: RITs ZKGU. (In Russian).
- [8] Dzhumabaev D.S., Bakirova E.A., Kadirbayeva Zh.M. (2018) An algorithm for solving a control problem for a differential equation with a parameter. News of NAS RK. Series of physico-mathematical. Volume 5, Number 321, 25 – 32. <https://doi.org/10.32014/2018.2518-1726.4>.
- [9] Assanova A.T., Bakirova E.A., Kadirbayeva Zh.M. (2019) Numerical implementation of solving a boundary value problem for a system of loaded differential equations with parameter. Volume 3, Number 325, 33 – 41. <https://doi.org/10.32014/2019.2518-1726.27>.
- [10] Sartabanov Zh.A. (1989) On the reducibility of linear systems of differential equations with multiperiodic coefficients [O privodimosti lineinykh sistem differentsialnykh uravnenii s mnogoperidicheskimi

koeffitsientami], *Izv. AN KazSSR. Ser. Fiz.-mat. – Izv. Academy of Sciences of the Kazakh SSR. Ser. Phys. Mat.* Volume 5, 34 – 40. (In Russian).

[11] Sartabanov Zh.A. (1995) On linear systems of differential equations with quasiperiodic coefficients [K lineinykh sistem differentsialnykh uravnenii s kvaziperiodicheskimi koeffitsientami]. *Dsp. v KazGos INTI.* 27.03.1995. P. 5967-Ka95. (In Russian).

[12] Sartabanov Zh.A., Kulzhumieva A.A. (2018) Reducibility of linear multiperiodic equations with diagonal differentiation operator [Privodimost lineinykh mnogoperiodicheskikh uravnenii s operatorom differentsirovaniia po diagonalii], *Mathematical Journal - Matematicheskij zhurnal*, Vol. 18, 1, 139-150. (In Russian).

МАХМУНЫ

ФИЗИКА

Жұмабаев Б.Т., Васильев И.В., Петровский В.Г., Исабаев К.Ж.
ҚАЗАҚСТАНДАҒЫ РАДИОФИЗИКАЛЫҚ ЗЕРТТЕУЛЕРГЕ АРНАЛҒАН ЖАҢА ПОЛИГОН.....6

Мейірбеков М.Н., Исмаилов М.Б.
КӨМІРПЛАСТИКТИ ТҮТІКТЕРДІ ОРАУ ӘДІСІМЕН ЖАСАУ БОЙЫНША ЗЕРТХАНАЛЫҚ
ҚОНДЫРҒЫНЫ ЖОБАЛАУ ЖӘНЕ ДАЙЫНДАУ.....15

Мырзатай А.А., Рзаева Л.Г. Ускенбаева Г.А., Шукирова А.К., Абитова Г.
ДЕРЕКТЕР МАССИВИ КӨЛЕМІНІҢ ЖЕЛІЛІК ЖАБДЫҚТЫҢ ІСТЕН ШЫҒУЫН БОЛЖАУ
НӘТИЖЕЛЕРІНЕ ӘСЕРІ.....28

Таймуратова Л.У., Биғожа О.Д., Сейтмұратов А.Ж., Казбекова Б.К., Аймағанбетова З.К.
ЭЛЕКТРОНДАРДЫҢ ЖОЛАРАЛЫҚ АУЫСУЛАРЫНДАҒЫ КРЕМНИДІҢТЕРІС БОЙЛЫҚ
МАГНИТКЕ ТӨЗІМДІЛІШІ.....37

ИНФОРМАТИКА

Байшолан Н., Тұрдалыұлы М., Байшоланова Қ.С., Кубаев Қ.Е., Тунгушбаев М.Т.
АҚПАРАТТЫҚ ҚАУІПСІЗДІК ОҚИҒАЛАРЫНДАҒЫ ШАБУЫЛДАРДЫ БОЛЖАУДЫ
БАҒДАРЛАМАЛЫҚ ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАЛЫҚ ҚАМТАМАСЫЗ ЕТУ.....42

Усатова О.А., Жұмабекова А.Т., Мэтсон Э., Карюкин В.И., Глесова Б.Е.
АҚПАРАТТЫҚ РЕСУРСТАРҒА ТӨНЕТІН ҚАУІП ТҮРЛЕРІ ЖӘНЕ ОЛАРДЫ МАШИНАЛЫҚ
ОҚЫТУДЫ ӘДІСТЕРІН ҚОЛДАНУ АРҚЫЛЫ АНЫҚТАУ.....48

Кожагулов Е.Т., Жексебай Д.М., Сарманбетов С.А., Максұтова А.А.
ҮЙТКІЛІ НЕЙРОНДЫҚ ЖЕЛІ КӨМЕГІМЕН ПАЙДАЛАНЫЛАТЫН МИКРОСҮЛБЕКТЕРДІҢ
ЖІКТЕУШІСІ59

Мамырбаев О.Ж., Оралбекова Д.О., Әлімхан Қ., Othman M., Жумажанов Б.
АВТОМАТТЫ СӨЙЛЕУДІ ТАҢУ ҮШІН ОНЛАЙН МОДЕЛЬДЕРДІ ҚОЛДАНУ.....66

Сейлова Н.А., Ибраев Р.Б., Горлов Л.В., Тұрдалыұлы М.
ҚАЛҚАН БЛОКТЫҚ СИММЕТРИЯЛЫҚ ШИФРЛАУ АЛГОРИТМІНІҢ СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС
ТҮЙІНІНІҢ КРИПТОГРАФИЯЛЫҚ ҚАСИЕТТЕРІ.....73

Ташенова Ж.М., Нурлыбаев Э.Н., Абдуғулова Ж.К., Аманжолова Ш.А.
ДЕРЕКТЕР ОРТАЛЫҒЫНЫҢ ЖЕЛІЛІК ИНФРАҚҰРЫЛЫМЫНЫҢ ҚАУІПСІЗДІК
ЖАҒДАЙЫН БАҒАЛАУ.....81

Шопағұлов О.А., Корячко В.П.
САРАПТАМА ЖҮЙЕЛЕРДІҢ БІЛІМ НЕГІЗІНДЕГІ КОНЦЕПТУАЛДЫҚ МОДЕЛЬДЕР.....92

МАТЕМАТИКА

Егенова Ә., Құрақбаева С., Калбаева А., Ізгаев Ж.
ТОЛҚЫНДАРДЫҢ ТАРАЛУЫНЫҢ ҰҚСАС СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС МОДЕЛЬДЕРІН ҚОЛДАНА
ОТЫРЫП, ӘРТҮРЛІ ФИЗИКАЛЫҚ ПРОЦЕСТЕРДІ СИПАТТАУДЫҢ КЕЙБІР
МӘСЕЛЕЛЕРІ.....103

Ибраев А.Т. ЭЛЕКТРОНДЫҚ АЙНАЛАРМЕН КАТОДТЫҚ ЛИНЗАЛАРДЫҢ ҚАСИЕТТЕРІН ЗЕРТТЕУ ҮШІН ДИНАМИКАЛЫҚ ҚОЗҒАЛЫСТЫҢ ӨЛШЕМ ЖҮЙЕСІН ҚҰРУ ЖӘНЕ ҚОЛДАНУ.....	114
Махажанова У.Т., Исмаилова А.А., Жумаханова А.С. БҰЛДЫР ЛОГИКАЛЫҚ ЕРЕЖЕЛЕРДІ ШЕШІМ ҚАБЫЛДАУ ПРОЦЕССІНДЕ ҚОЛДАНУДЫҢ МЫСАЛЫ.....	121
Сартабанов Ж.А., Айгенова Г.М., Торемуратова Г.С. ДИФФЕРЕНЦИАЛДАУ ОПЕРАТОРЛЫ СЫЗЫҚТЫ КӨППЕРИОДТЫ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕЛЕРІНІҢ ӨЗАРА КЕЛТІРІМДІЛІГІ.....	128
Тусупов Д.А., Муханова А.А. ШЕШІМ ҚАБЫЛДАУ ПРОЦЕССІНДЕГІ ЛОГИКАЛЫҚ ЕРЕЖЕЛЕР ҚОСЫМШАСЫ.....	136

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКА

- Жумабаев Б.Т., Васильев И.В., Петровский В.Г., Исабаев К.Ж.**
НОВЫЙ ПОЛИГОН ДЛЯ РАДИОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ В КАЗАХСТАНЕ.....6
- Мейірбеков М.Н., Исмаилов М.Б.**
ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ИЗГОТОВЛЕНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ
ПО ФОРМОВАНИЮ УГЛЕПЛАСТИКОВЫХ СТЕРЖНЕЙ МЕТОДОМ НАМОТКИ.....15
- Мырзатай А.А., Рзаева Л.Г., Ускенбаева Г.А., Шукирова А.К., Абитова Г.**
ВЛИЯНИЕ ОБЪЕМА МАССИВА ДАННЫХ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ
ОТКАЗОВ СЕТЕВОГО ОБОРУДОВАНИЯ.....28
- Таймуратова Л.У., Биғожа О.Д., Сейтмуратов А.Ж., Казбекова Б.К., Аймаганбетова З.К.**
ОТРИЦАТЕЛЬНОЕ ПРОДОЛЬНОЕ МАГНИТОСОПРОТИВЛЕНИЕ КРЕМНИЯ
НА МЕЖДОЛИННЫХ ПЕРЕХОДАХ ЭЛЕКТРОНОВ.....37

ИНФОРМАТИКА

- Байшолан Н., Турдалыулы М., Байшоланова К.С., Кубаев К.Е., Тунгушбаев М.Т.**
ПРОГРАММНОЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ АТАК
В СОБЫТИЯХ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ.....42
- Жумабекова А.Т., Усатова О.А., Мэтсон Э., Карюкин В.И., Илесова Б.Е.**
ВИДЫ УГРОЗ ИНФОРМАЦИОННЫМ РЕСУРСАМ И МЕТОДЫ ИХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ.....48
- Кожугулов Е.Т., Жексебай Д.М., Сарманбетов С.А., МаксUTOва А.А.**
КЛАССИФИКАТОР ИЗОБРАЖЕНИЙ МИКРОСХЕМ ПРИ ПОМОЩИ СВЕРТОЧНОЙ
НЕЙРОННОЙ СЕТИ.....59
- Мамырбаев О.Ж., Оралбекова Д.О., Алимхан К., Othman M., Жумажанов Б.**
РЕАЛИЗАЦИЯ ОНЛАЙНОВЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО
РАСПОЗНАВАНИЯ РЕЧИ.....66
- Сейлова Н.А., Ибраев Р.Б., Горлов Л.В., Турдалыулы М.**
КРИПТОГРАФИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НЕЛИНЕЙНОГО УЗЛА АЛГОРИТМА БЛОЧНОГО
СИММЕТРИЧНОГО ШИФРОВАНИЯ QALQAN.....73
- Ташенова Ж.М., Нурлыбаев Э.Н., Абдугулова Ж.К., Аманжолова Ш.А.**
ОЦЕНКА СОСТОЯНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ СЕТЕВОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ
ДАТА-ЦЕНТРА.....81
- Шопагулов О.А., Корячко В.П.**
КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ В БАЗАХ ЗНАНИЙ ЭКСПЕРТНЫХ СИСТЕМ.....92

МАТЕМАТИКА

- Егенова А., Куракбаева С., Калбаева А., Изтаев Ж.**
НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ОПИСАНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
С ПОМОЩЬЮ АНАЛОГИЧНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ
ВОЛН.....103

Ибраев А.Т. ПОСТРОЕНИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА ДВИЖЕНИЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ ЭЛЕКТРОННЫХ ЗЕРКАЛ И КАТОДНЫХ ЛИНЗ.....	114
Махажанова У.Т., Исмаилова А.А., Жумаханова А.С. ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ НЕЧЕТКИХ ЛОГИЧЕСКИХ ПРАВИЛ В ПРОЦЕССАХ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ.....	121
Сартабанов Ж.А., Айтенова Г.М., Торемуратова Г.С. ВЗАИМНАЯ ПРИВОДИМОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ МНОГОПЕРИОДИЧЕСКИХ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ С ОПЕРАТОРАМИ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ.....	128
Тусупов Д.А., Муханова А.А. ПРИЛОЖЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПРАВИЛ В ПРОЦЕССАХ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ.....	136

CONTENTS

PHYSICS

Zhumabayev B.T., Vassiliyev I.V., Petrovskiy V.G., Issabayev K.Zh. A NEW LANDFILL FOR RADIOPHYSICAL RESEARCH IN KAZAKHSTAN.....	6
Meirbekov M.N., Ismailov M.B. DESIGN AND MANUFACTURE OF A LABORATORY INSTALLATION FOR FORMING CARBON FIBER RODS BY WINDING.....	15
Myrzatay A.A., Rzayeva L.G., Uskenbayeva G.A., Shukirova A.K., Abitova G. THE EFFECT OF THE AMOUNT OF DATA ARRAY ON THE RESULTS OF FORECASTING NETWORK EQUIPMENT FAILURES.....	28
Taimuratova L.U., Bigozha O.D., Seitmuratov A.Zh., Kazbekova B.K., Aimaganbetova Z.K. NEGATIVE LONGITUDINAL MAGNETORESISTANCE SILICON ON INTERLINE ELECTRON TRANSITIONS.....	37

COMPUTER SCIENCE

Baisholan N., Turdalyuly M., Baisholanova K.S., Kubayev K.E., Tungyshbayev M.T. SOFTWARE AND MATHEMATICAL SUPPORT FOR ATTACK PREDICTION IN INFORMATION SECURITY EVENTS.....	42
Zhumabekova A., Ussatova O., Matson E., Karyukin V., Ilessova B. THE TYPES OF THREATS TO THE INFORMATION RESOURCES AND THE METHODS OF THEIR DETECTION WITH THE USE OF MACHINE LEARNING METHODS.....	48
Kozhagulov Y.T., Zhexebay D.M., Sarmanbetov S.A., Maksutova A.A. CLASSIFIER OF MICROCIRCUIT IMAGES USING A CONVENTIONAL NEURAL NETWORK.....	59
Mamyrbayev O.Zh., Oralbekova D.O., Alimhan K., Othman M., Zhumazhanov B. REALIZATION OF ONLINE SYSTEMS FOR AUTOMATIC SPEECH RECOGNITION.....	66
Seilova N.A., Ibrayev R.B., Gorlov L.V., Turdalyuly M. CRYPTOGRAPHIC PROPERTIES OF A NONLINEAR NODE OF A BLOCK SYMMETRIC ENCRYPTION ALGORITHM QALQAN.....	73
Tashenova Zh., Nurlybaeva E., Abdugulova Zh., Amanzholova Sh. ASSESSMENT OF THE SECURITY STATUS OF THE COMPANY'S DATA CENTER NETWORK INFRASTRUCTURE.....	81
Shopagulov O.A., Koryachko V.P. CONCEPTUAL MODELS IN THE KNOWLEDGE BASES OF EXPERT SYSTEMS.....	92

MATHEMATICS

Yegenova A., Kurakbayeva S., Kalbayeva A., Iztaev Zh. SOME PROBLEMS IN DESCRIBING VARIOUS PHYSICAL PROCESSES WITH SIMILAR NONLINEAR WAVE PROPAGATION MODELS.....	103
---	-----

Ibrayev A.T. CONSTRUCTION AND APPLICATION OF A DYNAMIC MOTION COUNTING SYSTEM FOR RESEARCHING THE PROPERTIES OF ELECTRON MIRRORS AND CATHODE LENSES.....	114
Makhazhanova U.T., Ismailova A.A., Zhumakhanova A.S. EXAMPLE OF APPLICATION OF FUZZY LOGICAL RULES IN DECISION-MAKING PROCESSES.....	121
Sartabanov Zh.A., Aitenova G.M., Toremuratova G.S. MUTUAL REDUCTION OF LINEAR MULTIPERIODIC SYSTEMS OF EQUATIONS WITH DIFFERENTIATION OPERATORS.....	128
Tussupov D.A., Mukhanova A.A. APPLICATION OF LOGICAL RULES IN DECISION-MAKING PROCESSES.....	136

**Publication Ethics and Publication Malpractice in
the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

www.nauka-nanrk.kz

<http://physics-mathematics.kz/index.php/en/archive>

**ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)**

Редакторы: *М.С. Ахметова, А. Ботанқызы, Д.С. Аленов, Р.Ж. Мрзабаева*
Верстка на компьютере *Г.Д. Жадыранова*

Подписано в печать 10.12.2021.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
9,5 п.л. Тираж 300. Заказ 6.