

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

3 (301)

МАМЫР – МАУСЫМ 2015 ж.

МАЙ – ИЮНЬ 2015 г.

MAY – JUNE 2015

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі,

Мұтанов Г. М.

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнчекөв Ж.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Ойнаров Р.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірбаев У.У.**

Р е д а к ц и я к ең е с і:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)

Главный редактор

академик НАН РК

Г. М. Мутанов

Редакционная коллегия:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.А. Ашимов**; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Ж.Ж. Байгунчеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.С. Джумадильдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Б.Н. Мукашев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.Ш. Жантаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Косов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.А. Мусабаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Р. Ойнаров**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов** (заместитель главного редактора); доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.М. Темирбеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **У.У. Умирбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2015

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

G. M. Mutanov,
academician of NAS RK

Editorial board:

A.A. Ashimov, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **Zh.Zh. Baigunchekov**, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; **A.S. Dzhumadildayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **T.S. Kalmenov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **B.N. Mukhashev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.Sh. Zhantayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Kosov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.A. Mussabayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **R. Oinarov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **N.M. Temirbekov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **U.U. Umirbayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK

Editorial staff:

I.N. Vishnievski, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2015

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 5 – 14

ON THE UNIQUE SOLVABILITY OF A NONLOCAL PROBLEM WITH INTEGRAL CONDITIONS FOR SYSTEM OF HYPERBOLIC EQUATIONS OF THE SECOND ORDER

A. T. Asanova

Institute of Mathematics and Mathematical Modeling of the MES RK, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: anarasanova@list.ru

Key words: hyperbolic, condition, integral, solvability, algorithm.

Abstract. The nonlocal boundary value problem with integral conditions for system of hyperbolic equations of the second order is considered. The questions of the existence of unique solution of the considering problem and ways of its construction are investigated. For the solve of nonlocal problem with integral conditions for system of hyperbolic equations of the second order a method of a introducing additional functional parameters is applied. We introduce a new unknown function as the values of the desired solution on the characteristics. The desired solution of nonlocal problem with integral conditions for system of the hyperbolic equations is replaced by the sum of the new unknown function and the introduced functional parameters. The consider nonlocal problem with integral conditions is reduced to an equivalent problem consisting of a Goursat problem for the system of hyperbolic equations with functional parameters and functional relations. The algorithms of finding solution to setting equivalent problem on the characteristics with functional parameters are proposed. The feasibility and convergence of the constructed algorithm are proved in the terms of the data to problem. Sufficient coefficient conditions of the unique solvability to the equivalent problem on the characteristics with functional parameters are established. Theorem of the existence unique classical solution to the nonlocal problem with integral conditions for system of hyperbolic equations of the second order is proved.

УДК 517.958:52/59

ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

A. T. Asanova

Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: гиперболическое, условие, интегральное, разрешимость, алгоритм.

Аннотация. Рассматривается нелокальная краевая задача с интегральными условиями для системы гиперболических уравнений второго порядка. Исследуются вопросы существования единственного решения рассматриваемой задачи и способы его построения. Для решения нелокальной краевой задачи с интегральными условиями для системы гиперболических уравнений второго порядка применяется метод введения дополнительных функциональных параметров. Вводятся новые неизвестные функции как значения искомого решения на характеристиках. Искомое решение нелокальной краевой задачи с интегральными условиями

для системы гиперболических уравнений заменяется на сумму новой неизвестной функции и введенных функциональных параметров. Рассматриваемая нелокальная задача с интегральными условиями сводится к эквивалентной задаче, состоящей из задачи Гурса для системы гиперболических уравнений с функциональными параметрами и функциональным соотношениям. Предложены алгоритмы нахождения решения полученной эквивалентной задачи на характеристиках с функциональными параметрами. Доказана осуществимость и сходимости построенного алгоритма в терминах данных задачи. Установлены коэффициентные достаточные условия однозначной разрешимости эквивалентной задачи на характеристиках с функциональными параметрами. Доказана теорема о существовании единственного классического решения нелокальной краевой задачи с интегральными условиями для системы гиперболических уравнений второго порядка.

Рассматривается нелокальная краевая задача с интегральными условиями для системы гиперболических уравнений второго порядка в области $\Omega = [0, T] \times [0, \omega]$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} = A(t, x) \frac{\partial u}{\partial x} + B(t, x) \frac{\partial u}{\partial t} + C(t, x)u + f(t, x), \quad (1)$$

$$\int_0^a K(t, \xi)u(t, \xi)d\xi = \psi(t), \quad t \in [0, T], \quad (2)$$

$$\int_0^b K(\tau, x)u(\tau, x)d\tau = \varphi(x), \quad x \in [0, \omega], \quad (3)$$

где $(n \times n)$ -матрицы $A(t, x)$, $B(t, x)$, $C(t, x)$, n - вектор-функция $f(t, x)$ непрерывны на Ω , $(n \times n)$ -матрица $K(t, x)$ непрерывно дифференцируема на Ω по обоим переменным, n - вектор-функции $\psi(t)$, $\varphi(x)$ непрерывно дифференцируемы на $[0, T]$, $[0, \omega]$, соответственно.

Предполагается, что функции $\psi(t)$ и $\varphi(x)$ удовлетворяют соотношению $\int_0^a \varphi(\xi)d\xi = \int_0^b \psi(\tau)d\tau$.

Пусть $C(\Omega, R^n)$ - пространство функций $u : \Omega \rightarrow R^n$, непрерывных на Ω , с нормой $\|u\|_0 = \max_{(t,x) \in \Omega} \|u(t, x)\|$, $\|u(t, x)\| = \max_{i=1, n} |u_i(t, x)|$.

Функция $u(t, x) \in C(\Omega, R^n)$, имеющая частные производные $\frac{\partial u(t, x)}{\partial x} \in C(\Omega, R^n)$,

$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} \in C(\Omega, R^n)$, $\frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial t \partial x} \in C(\Omega, R^n)$ называется классическим решением задачи (1) - (3),

если она удовлетворяет системе уравнений (1) и интегральным условиям (2), (3).

Нелокальные задачи с интегральными условиями возникают при математическом моделировании различных физических явлений, например, процессов распространения тепла [1-3], физики плазмы [4], технологии очистки кремния [5], влагопереноса в капиллярно-пористых средах [6-8] и др. Использование интегральных соотношений вместо краевых условий на искомое решение соответствующего дифференциального уравнения оказалось достаточно удобным аппаратом математического исследования. Систематическое изучение нелокальных краевых задач, в которых вместо классических краевых условий задается связь между значениями искомой функции на границе области и внутри нее, проведено в [9]. Нелокальные краевые задачи с интегральными условиями для гиперболических уравнений начали изучаться относительно недавно, некоторые классы задач и библиографию можно посмотреть в [10-21]. С помощью различных методов были получены условия классической, обобщенной разрешимости задачи с интегральными условиями для гиперболических уравнений. Задача (1)-(3) для одномерного случая при $a = \omega$, $b = T$ исследовалась в работе [19]. Выяснены условия разрешимости рассматриваемой задачи при предположении непрерывной дифференцируемости коэффициентов $A(t, x)$, $B(t, x)$.

В работах [22, 23] рассматривалась нелокальная краевая задача с интегральным условием по временной переменной для системы гиперболических уравнений со смешанной производной.

Установлены необходимые и достаточные условия корректной разрешимости исследуемой задачи в терминах исходных данных и предложены алгоритмы его нахождения.

Отметим, что при исследовании задач с интегральными условиями для гиперболических уравнений возникают ряд трудностей, связанных с изучением сопряженной задачи и построением функции Римана. Одним из путей преодоления этих трудностей является сведение их к обычным нелокальным условиям. Однако, это не всегда удается сделать на основе классических методов.

В настоящей работе нелокальная задача с интегральными условиями для системы гиперболических уравнений на основе метода введения функциональных параметров [24, 25] сведена к задаче Гурса для системы гиперболических уравнений с параметрами и функциональным соотношением. Получены условия существования единственного классического решения изучаемой задачи в терминах исходных данных. Предложен алгоритм построения приближенных решений и доказана его сходимости. Относительно коэффициентов системы гиперболических уравнений (1) предполагается только непрерывность в области Ω . Указанный метод ранее был применен к частному случаю задачи (1)-(3), при $K(t, x) = I$, где I - единичная матрица размерности n в работе [26].

Схема метода введения функциональных параметров.

Введем обозначения $\lambda(x) = u(0, x) - \frac{1}{2}u(0, 0)$, $\mu(t) = u(t, 0) - \frac{1}{2}u(0, 0)$. В задаче (1)-(3) осуществим замену искомой функции $u(t, x)$: $u(t, x) = \tilde{u}(t, x) + \lambda(x) + \mu(t)$ и перейдем к следующей задаче

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial t \partial x} &= A(t, x) \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + B(t, x) \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + C(t, x) \tilde{u} + f(t, x) \\ &+ A(t, x) \lambda'(x) + B(t, x) \dot{\mu}(t) + C(t, x) \lambda(x) + C(t, x) \mu(t), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\tilde{u}(t, 0) = 0, \quad t \in [0, T], \quad (5)$$

$$\tilde{u}(0, x) = 0, \quad x \in [0, \omega], \quad (6)$$

$$\int_0^a K(t, \xi) \tilde{u}(t, \xi) d\xi + \int_0^a K(t, \xi) \lambda(\xi) d\xi + \int_0^a K(t, \xi) d\xi \cdot \mu(t) = \psi(t), \quad t \in [0, T], \quad (7)$$

$$\int_0^b K(\tau, x) \tilde{u}(\tau, x) d\tau + \int_0^b K(\tau, x) d\tau \cdot \lambda(x) + \int_0^b K(\tau, x) \mu(\tau) d\tau = \varphi(x), \quad x \in [0, \omega], \quad (8)$$

Решением задачи (4)-(8) является тройка функций $(\mu(t), \lambda(x), \tilde{u}(t, x))$, где функция $\tilde{u}(t, x)$ имеет непрерывные производные первого порядка и смешанную производную второго порядка на Ω , функция $\mu(t)$ непрерывно дифференцируема на $[0, T]$, функция $\lambda(x)$ непрерывно дифференцируема на $[0, \omega]$, удовлетворяющая системе уравнений (4) условиям (5)-(8).

Задача (4) - (6) при фиксированных $\lambda(x)$, $\mu(t)$ является задачей Гурса относительно функции $\tilde{u}(t, x)$ в области Ω . А соотношения (7), (8) позволяют определить неизвестные параметры $\lambda(x)$, $\mu(t)$, где функции $\lambda(x)$, $\mu(t)$ удовлетворяют равенству $\lambda(0) = \mu(0)$.

Введем новые неизвестные функции $\tilde{v}(t, x) = \frac{\partial \tilde{u}(t, x)}{\partial x}$, $\tilde{w}(t, x) = \frac{\partial \tilde{u}(t, x)}{\partial t}$ и запишем ее решение в виде системы трех интегральных уравнений

$$\begin{aligned} \tilde{v}(t, x) &= \int_0^t \{ A(\tau, x) \tilde{v}(\tau, x) + B(\tau, x) \tilde{w}(\tau, x) + C(\tau, x) \tilde{u}(\tau, x) + f(\tau, x) + \\ &+ A(\tau, x) \lambda'(x) + B(\tau, x) \dot{\mu}(\tau) + C(\tau, x) \lambda(x) + C(\tau, x) \mu(\tau) \} d\tau, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \tilde{w}(t, x) = \int_0^x \{ & A(t, \xi) \tilde{v}(t, \xi) + B(t, \xi) \tilde{w}(t, \xi) + C(t, \xi) \tilde{u}(t, \xi) + f(t, \xi) + \\ & + A(t, \xi) \lambda'(\xi) + B(t, \xi) \dot{\mu}(t) + C(t, \xi) \lambda(\xi) + C(t, \xi) \mu(t) \} d\xi, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\tilde{u}(t, x) = \int_0^t \tilde{w}(\tau, x) d\tau. \quad (11)$$

Предположим, что матрица $K_1(t) = \int_0^a K(t, \xi) d\xi$ обратима для всех $t \in [0, T]$, а матрица

$$K_2(x) = \int_0^b K(\tau, x) d\tau \text{ обратима для всех } x \in [0, \omega].$$

Тогда из соотношений (7), (8) находим

$$\mu(t) = [K_1(t)]^{-1} \psi(t) - [K_1(t)]^{-1} \int_0^a K(t, \xi) \tilde{u}(t, \xi) d\xi - [K_1(t)]^{-1} \int_0^a K(t, \xi) \lambda(\xi) d\xi, \quad t \in [0, T], \quad (12)$$

$$\lambda(x) = [K_2(x)]^{-1} \varphi(x) - [K_2(x)]^{-1} \int_0^b K(\tau, x) \tilde{u}(\tau, x) d\tau - [K_2(x)]^{-1} \int_0^b K(\tau, x) \mu(\tau) d\tau, \quad x \in [0, \omega], \quad (13)$$

Продифференцировав соотношение (7) по t , а соотношение (8) – по x и учитывая обозначения, получим

$$\begin{aligned} \dot{\mu}(t) = & -[K_1(t)]^{-1} \int_0^a \frac{\partial K(t, \xi)}{\partial t} d\xi \cdot \mu(t) - [K_1(t)]^{-1} \int_0^a \frac{\partial K(t, \xi)}{\partial t} \lambda(\xi) d\xi - \\ & - [K_1(t)]^{-1} \int_0^a \frac{\partial K(t, \xi)}{\partial t} \tilde{u}(t, \xi) d\xi - [K_1(t)]^{-1} \int_0^a K(t, \xi) \tilde{w}(t, \xi) d\xi + [K_1(t)]^{-1} \dot{\psi}(t), \quad t \in [0, T], \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \lambda'(x) = & -[K_2(x)]^{-1} \int_0^b \frac{\partial K(\tau, x)}{\partial x} d\tau \cdot \lambda(x) - [K_2(x)]^{-1} \int_0^b \frac{\partial K(\tau, x)}{\partial x} \mu(\tau) d\tau - \\ & - [K_2(x)]^{-1} \int_0^b \frac{\partial K(\tau, x)}{\partial x} \tilde{u}(\tau, x) d\tau - [K_2(x)]^{-1} \int_0^b K(\tau, x) \tilde{v}(\tau, x) d\tau + [K_2(x)]^{-1} \varphi'(x), \quad x \in [0, \omega], \end{aligned} \quad (15)$$

Таким образом, имеем замкнутую систему уравнений (9) - (11), (12)-(15) для определения неизвестных $\tilde{v}(t, x)$, $\tilde{w}(t, x)$, $\tilde{u}(t, x)$, $\mu(t)$, $\lambda(x)$, $\dot{\mu}(t)$, $\lambda'(x)$.

Если известны $\mu(t)$, $\lambda(x)$, $\dot{\mu}(t)$, $\lambda'(x)$, то из (9) - (11) находим функции $\tilde{v}(t, x)$, $\tilde{w}(t, x)$, $\tilde{u}(t, x)$. Обратно, если известны функции $\tilde{v}(t, x)$, $\tilde{w}(t, x)$, $\tilde{u}(t, x)$, то из системы уравнений (12)-(15) можем найти $\mu(t)$, $\lambda(x)$, $\dot{\mu}(t)$, $\lambda'(x)$.

Так как неизвестными являются как $\tilde{v}(t, x)$, $\tilde{w}(t, x)$, $\tilde{u}(t, x)$, так и $\mu(t)$, $\lambda(x)$, $\dot{\mu}(t)$, $\lambda'(x)$, для нахождения решения задачи (4) - (8) используем итерационный метод.

Тройку $(\mu^*(t), \lambda^*(x), \tilde{u}^*(t, x))$ - решение задачи (4) - (8), определяем как предел последовательности троек $(\mu^{(m)}(t), \lambda^{(m)}(x), \tilde{u}^{(m)}(t, x))$, $m = 0, 1, 2, \dots$, по следующему алгоритму:

Шаг-0. а) Полагая в правой части интегрального соотношения (12) $\tilde{u}(t, x) = 0$, $\lambda(x) = \mu^{(0)}(0)$ находим $\mu^{(0)}(t)$ для всех $t \in [0, T]$, а в интегральном соотношении (13), полагая в правой части $\tilde{u}(t, x) = 0$, $\mu(t) = \lambda^{(0)}(0) - \lambda^{(0)}(x)$ для всех $x \in [0, \omega]$. В соотношении (14), полагая в правой части $\mu(t) = \mu^{(0)}(t)$, $\lambda(x) = \mu^{(0)}(0)$, $\tilde{u}(t, x) = 0$, $\tilde{w}(t, x) = 0$, находим $\dot{\mu}^{(0)}(t)$ для всех $t \in [0, T]$, а в соотношении (15), полагая в правой части $\lambda(x) = \lambda^{(0)}(x)$, $\mu(t) = \lambda^{(0)}(0)$, $\tilde{u}(t, x) = 0$,

$\tilde{v}(t, x) = 0$, находим $\lambda^{(0)}(x)$ для всех $x \in [0, \omega]$. Из системы интегральных уравнений (9)-(11) при $\mu(t) = \mu^{(0)}(t)$, $\lambda(x) = \lambda^{(0)}(x)$, $\dot{\mu}(t) = \dot{\mu}^{(0)}(t)$, $\lambda'(x) = \lambda^{(0)}(x)$, определяем $\tilde{v}^{(0)}(t, x)$, $\tilde{w}^{(0)}(t, x)$, $\tilde{u}^{(0)}(t, x)$ для всех $(t, x) \in \Omega$.

Шаг-1. а) Полагая в правой части интегрального соотношения (12) $\tilde{u}(t, x) = \tilde{u}^{(0)}(t, x)$, $\lambda(x) = \lambda^{(0)}(x)$, находим $\mu^{(1)}(t)$ для всех $t \in [0, T]$, а в интегральном соотношении (13), полагая в правой части $\tilde{u}(t, x) = \tilde{u}^{(0)}(t, x)$, $\mu(t) = \mu^{(0)}(t) - \lambda^{(1)}(x)$ для всех $x \in [0, \omega]$. В соотношении (14), полагая в правой части $\mu(t) = \mu^{(1)}(t)$, $\lambda(x) = \lambda^{(0)}(x)$, $\tilde{u}(t, x) = \tilde{u}^{(0)}(t, x)$, $\tilde{w}(t, x) = \tilde{w}^{(0)}(t, x)$, находим $\dot{\mu}^{(1)}(t)$ для всех $t \in [0, T]$, а в соотношении (15), полагая в правой части $\lambda(x) = \lambda^{(1)}(x)$, $\mu(t) = \mu^{(0)}(t)$, $\tilde{u}(t, x) = \tilde{u}^{(0)}(t, x)$, $\tilde{v}(t, x) = \tilde{v}^{(0)}(t, x)$, находим $\lambda^{(1)}(x)$ для всех $x \in [0, \omega]$. Из системы интегральных уравнений (9)-(11) при $\mu(t) = \mu^{(1)}(t)$, $\lambda(x) = \lambda^{(1)}(x)$, $\dot{\mu}(t) = \dot{\mu}^{(1)}(t)$, $\lambda'(x) = \lambda^{(1)}(x)$, определяем $\tilde{v}^{(1)}(t, x)$, $\tilde{w}^{(1)}(t, x)$, $\tilde{u}^{(1)}(t, x)$ для всех $(t, x) \in \Omega$.

И т.д.

Шаг- m . а) Полагая в правой части интегрального соотношения (12) $\tilde{u}(t, x) = \tilde{u}^{(m-1)}(t, x)$, $\lambda(x) = \lambda^{(m-1)}(x)$, находим $\mu^{(m)}(t)$ для всех $t \in [0, T]$, а в интегральном соотношении (13), полагая в правой части $\tilde{u}(t, x) = \tilde{u}^{(m-1)}(t, x)$, $\mu(t) = \mu^{(m-1)}(t) - \lambda^{(m)}(x)$ для всех $x \in [0, \omega]$. В соотношении (14), полагая в правой части $\mu(t) = \mu^{(m)}(t)$, $\lambda(x) = \lambda^{(m-1)}(x)$, $\tilde{u}(t, x) = \tilde{u}^{(m-1)}(t, x)$, $\tilde{w}(t, x) = \tilde{w}^{(m-1)}(t, x)$, находим $\dot{\mu}^{(m)}(t)$ для всех $t \in [0, T]$, а в соотношении (15), полагая в правой части $\lambda(x) = \lambda^{(m)}(x)$, $\mu(t) = \mu^{(m-1)}(t)$, $\tilde{u}(t, x) = \tilde{u}^{(m-1)}(t, x)$, $\tilde{v}(t, x) = \tilde{v}^{(m-1)}(t, x)$, находим $\lambda^{(m)}(x)$ для всех $x \in [0, \omega]$. Из системы интегральных уравнений (9)-(11) при $\mu(t) = \mu^{(m)}(t)$, $\lambda(x) = \lambda^{(m)}(x)$, $\dot{\mu}(t) = \dot{\mu}^{(m)}(t)$, $\lambda'(x) = \lambda^{(m)}(x)$, определяем $\tilde{v}^{(m)}(t, x)$, $\tilde{w}^{(m)}(t, x)$, $\tilde{u}^{(m)}(t, x)$ для всех $(t, x) \in \Omega$, $m = 1, 2, \dots$.

Пусть $\alpha = \max_{(t,x) \in \Omega} \|A(t, x)\|$, $\beta = \max_{(t,x) \in \Omega} \|B(t, x)\|$, $\chi = \max_{(t,x) \in \Omega} \|C(t, x)\|$, $H = \alpha + \beta + \chi$,
 $\sigma = \max_{(t,x) \in \Omega} \|K(t, x)\|$, $\sigma_1 = \max_{(t,x) \in \Omega} \left\| \frac{\partial K(t, x)}{\partial t} \right\|$, $\sigma_2 = \max_{(t,x) \in \Omega} \left\| \frac{\partial K(t, x)}{\partial x} \right\|$, $\gamma_1(t) = \left\| [K_1(t)]^{-1} \right\|$,
 $\gamma_2(x) = \left\| [K_2(x)]^{-1} \right\|$, $\bar{\gamma}_1 = \max_{t \in [0, T]} \gamma_1(t)$, $\bar{\gamma}_2 = \max_{x \in [0, \omega]} \gamma_2(x)$,

$$\kappa_1(a, b) = \max(T, \omega) \sigma \left[\bar{\gamma}_1 (e^{H(T+a)} - e^{HT}) + \bar{\gamma}_2 (e^{H(b+\omega)} - e^{Hb}) \right] + \max(\bar{\gamma}_1 a, \bar{\gamma}_2 b) \sigma,$$

$$\kappa_2(a) = (\bar{\gamma}_1 \sigma_1 a \sigma + \sigma_1 + \sigma) \bar{\gamma}_1 \max(T, \omega) \cdot [e^{H(T+a)} - e^{HT}] + (\bar{\gamma}_1 a \sigma + 1) \bar{\gamma}_1 a \sigma_1,$$

$$\kappa_3(b) = (\bar{\gamma}_2 \sigma_2 b \sigma + \sigma_2 + \sigma) \bar{\gamma}_2 \max(T, \omega) \cdot [e^{H(b+\omega)} - e^{H\omega}] + (\bar{\gamma}_2 b \sigma + 1) \bar{\gamma}_2 b \sigma_2.$$

Условия следующего утверждения позволяют установить сходимость предложенного алгоритма и однозначную разрешимость задачи (4)-(8).

Теорема 1. Пусть

i) матрицы $A(t, x)$, $B(t, x)$, $C(t, x)$, вектор-функция $f(t, x)$ непрерывны на Ω ;

ii) вектор-функции $\psi(t)$, $\varphi(x)$ непрерывно дифференцируемы на $[0, T]$, $[0, \omega]$, соответ-

ственно, и удовлетворяют соотношению $\int_0^a \varphi(\xi) d\xi = \int_0^b \psi(\tau) d\tau$;

iii) матрица $K_1(t) = \int_0^a K(t, \xi) d\xi$ обратима для всех $t \in [0, T]$, а матрица

$K_2(x) = \int_0^b K(\tau, x) d\tau$ обратима для всех $x \in [0, \omega]$;

iv) выполняется неравенство $q(a, b) = \max(\kappa_1(a, b), \kappa_2(a), \kappa_3(b)) < 1$.

Тогда задача (4) - (8) имеет единственное решение.

Доказательство. Используя нулевой шаг алгоритма из интегрального соотношения (12), определим $\mu^{(0)}(t)$:

$$\mu^{(0)}(t) = [K_1(t)]^{-1} \psi(t) - [K_1(t)]^{-1} \int_0^a K(t, \xi) d\xi \cdot \mu^{(0)}(0), \quad t \in [0, T],$$

отсюда
$$\mu^{(0)}(0) = \frac{1}{2} [K_1(0)]^{-1} \psi(0),$$

и
$$\mu^{(0)}(t) = [K_1(t)]^{-1} \psi(t) - \frac{1}{2} [K_1(0)]^{-1} \psi(0), \quad t \in [0, T], \quad (16)$$

а из интегрального соотношения (13) определим $\lambda^{(0)}(x)$:

$$\lambda^{(0)}(x) = [K_2(x)]^{-1} \varphi(x) - [K_2(x)]^{-1} \int_0^b K(\tau, x) d\tau \cdot \lambda^{(0)}(0), \quad x \in [0, \omega],$$

отсюда
$$\lambda^{(0)}(0) = \frac{1}{2} [K_2(0)]^{-1} \varphi(0),$$

и
$$\lambda^{(0)}(x) = [K_2(x)]^{-1} \varphi(x) - \frac{1}{2} [K_2(0)]^{-1} \varphi(0), \quad x \in [0, \omega]. \quad (17)$$

Из соотношений (14), (15) определяем $\dot{\mu}^{(0)}(t)$, $\lambda^{(0)'}(x)$:

$$\dot{\mu}^{(0)}(t) = -[K_1(t)]^{-1} \int_0^a \frac{\partial K(t, \xi)}{\partial t} d\xi \cdot [K_1(t)]^{-1} \psi(t) + [K_1(t)]^{-1} \dot{\psi}(t), \quad t \in [0, T], \quad (18)$$

$$\lambda^{(0)'}(x) = -[K_2(x)]^{-1} \int_0^b \frac{\partial K(\tau, x)}{\partial x} d\tau \cdot [K_2(x)]^{-1} \varphi(x) + [K_2(x)]^{-1} \varphi'(x), \quad x \in [0, \omega]. \quad (19)$$

Решая систему интегральных уравнений (9) - (11) при найденных значениях параметров, находим $\tilde{v}^{(0)}(t, x)$, $\tilde{w}^{(0)}(t, x)$, $\tilde{u}^{(0)}(t, x)$.

Имеют место оценки

$$\begin{aligned} \|\tilde{v}^{(0)}(t, x)\| &\leq \max(T, \omega) e^{H(t+x)} M, \quad \|\tilde{w}^{(0)}(t, x)\| \leq \max(T, \omega) e^{H(t+x)} M, \\ \|\tilde{u}^{(0)}(t, x)\| &\leq \max(T, \omega) e^{H(t+x)} M, \end{aligned}$$

где $M = \alpha \max_{x \in [0, \omega]} \|\lambda^{(0)'}(x)\| + \beta \max_{t \in [0, T]} \|\dot{\mu}^{(0)}(t)\| + \chi \max_{x \in [0, \omega]} \|\lambda^{(0)}(x)\| + \chi \max_{t \in [0, T]} \|\mu^{(0)}(t)\| + \max_{(t, x) \in \Omega} \|f(t, x)\|$.

Находя последующие приближения из m -го и $(m+1)$ -го шагов, $m = 1, 2, \dots$, и оценивая их разности, получим

$$\|\mu^{(m+1)}(t) - \mu^{(m)}(t)\| \leq \gamma_1(t) \int_0^a \|K(t, \xi)\| \cdot \left\| \tilde{u}^{(m)}(t, \xi) - \tilde{u}^{(m-1)}(t, \xi) \right\| + \left\| \lambda^{(m)}(\xi) - \lambda^{(m-1)}(\xi) \right\| d\xi, \quad (20)$$

$$\|\lambda^{(m+1)}(x) - \lambda^{(m)}(x)\| \leq \gamma_2(x) \int_0^b \|K(\tau, x)\| \cdot \left\| \tilde{u}^{(m)}(\tau, x) - \tilde{u}^{(m-1)}(\tau, x) \right\| + \left\| \mu^{(m)}(\tau) - \mu^{(m-1)}(\tau) \right\| d\tau, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & \|\dot{\mu}^{(m+1)}(t) - \dot{\mu}^{(m)}(t)\| \leq \gamma_1(t) \int_0^a \left\| \frac{\partial K(t, \xi)}{\partial t} \right\| d\xi \cdot \|\mu^{(m+1)}(t) - \mu^{(m)}(t)\| + \\ & + \gamma_1(t) \int_0^a \left\| \frac{\partial K(t, \xi)}{\partial t} \right\| \cdot \left\{ \|\lambda^{(m)}(\xi) - \lambda^{(m-1)}(\xi)\| + \|\tilde{u}^{(m)}(t, \xi) - \tilde{u}^{(m-1)}(t, \xi)\| \right\} d\xi + \\ & + \gamma_1(t) \int_0^a \|K(t, \xi)\| \cdot \|\tilde{w}^{(m)}(t, \xi) - \tilde{w}^{(m-1)}(t, \xi)\| d\xi, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & \|\lambda^{(m+1)}(x) - \lambda^{(m)}(x)\| \leq \gamma_2(x) \int_0^b \left\| \frac{\partial K(\tau, x)}{\partial x} \right\| d\tau \cdot \|\lambda^{(m+1)}(x) - \lambda^{(m)}(x)\| + \\ & + \gamma_2(x) \int_0^b \left\| \frac{\partial K(\tau, x)}{\partial x} \right\| \cdot \left\{ \|\mu^{(m)}(\tau) - \mu^{(m-1)}(\tau)\| + \|\tilde{u}^{(m)}(\tau, x) - \tilde{u}^{(m-1)}(\tau, x)\| \right\} d\tau + \\ & + \gamma_2(x) \int_0^b \|K(\tau, x)\| \cdot \|\tilde{v}^{(m)}(\tau, x) - \tilde{v}^{(m-1)}(\tau, x)\| d\tau, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & \|\tilde{v}^{(m+1)}(t, x) - \tilde{v}^{(m)}(t, x)\| \leq \max(T, \omega) e^{H(t+x)} \left\{ \alpha \max_{x \in [0, \omega]} \|\lambda^{(m+1)}(x) - \lambda^{(m)}(x)\| + \right. \\ & \left. + \beta \max_{t \in [0, T]} \|\dot{\mu}^{(m+1)}(t) - \dot{\mu}^{(m)}(t)\| + \chi \max_{x \in [0, \omega]} \|\lambda^{(m+1)}(x) - \lambda^{(m)}(x)\| + \chi \max_{t \in [0, T]} \|\mu^{(m+1)}(t) - \mu^{(m)}(t)\| \right\}, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} & \|\tilde{w}^{(m+1)}(t, x) - \tilde{w}^{(m)}(t, x)\| \leq \max(T, \omega) e^{H(t+x)} \left\{ \alpha \max_{x \in [0, \omega]} \|\lambda^{(m+1)}(x) - \lambda^{(m)}(x)\| + \right. \\ & \left. + \beta \max_{t \in [0, T]} \|\dot{\mu}^{(m+1)}(t) - \dot{\mu}^{(m)}(t)\| + \chi \max_{x \in [0, \omega]} \|\lambda^{(m+1)}(x) - \lambda^{(m)}(x)\| + \chi \max_{t \in [0, T]} \|\mu^{(m+1)}(t) - \mu^{(m)}(t)\| \right\}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} & \|\tilde{u}^{(m+1)}(t, x) - \tilde{u}^{(m)}(t, x)\| \leq \max(T, \omega) e^{H(t+x)} \left\{ \alpha \max_{x \in [0, \omega]} \|\lambda^{(m+1)}(x) - \lambda^{(m)}(x)\| + \right. \\ & \left. + \beta \max_{t \in [0, T]} \|\dot{\mu}^{(m+1)}(t) - \dot{\mu}^{(m)}(t)\| + \chi \max_{x \in [0, \omega]} \|\lambda^{(m+1)}(x) - \lambda^{(m)}(x)\| + \chi \max_{t \in [0, T]} \|\mu^{(m+1)}(t) - \mu^{(m)}(t)\| \right\}. \end{aligned} \quad (26)$$

Введем обозначение

$$\begin{aligned} \Delta_m = & \max \left(\max_{x \in [0, \omega]} \|\lambda^{(m+1)}(x) - \lambda^{(m)}(x)\|, \max_{t \in [0, T]} \|\dot{\mu}^{(m+1)}(t) - \dot{\mu}^{(m)}(t)\|, \right. \\ & \left. \max_{x \in [0, \omega]} \|\lambda^{(m+1)}(x) - \lambda^{(m)}(x)\| + \max_{t \in [0, T]} \|\mu^{(m+1)}(t) - \mu^{(m)}(t)\| \right). \end{aligned}$$

Тогда из соотношений (20)-(23), с учетом оценок (24)-(26), получим основное неравенство

$$\Delta_m \leq \max(\kappa_1(a, b), \kappa_2(a), \kappa_3(b)) \Delta_{m-1} = q(a, b) \Delta_{m-1}, \quad m = 1, 2, \dots \quad (27)$$

Из неравенства (27) и условия *iv*) $q(a, b) < 1$ вытекает сходимость последовательности $\{\Delta_m\}$ при $m \rightarrow \infty$ к Δ^* . Отсюда получаем равномерную сходимость последовательностей $\{\lambda^{(m)}(x)\}$, $\{\mu^{(m)}(t)\}$, $\{\dot{\mu}^{(m)}(t)\}$ при $m \rightarrow \infty$ соответственно к $\lambda^*(x)$, $\mu^*(t)$, $\dot{\mu}^*(t)$ для всех $x \in [0, \omega]$, $t \in [0, T]$. Функции $\lambda^*(x)$, $\mu^*(t)$ являются непрерывными на $[0, \omega]$, $[0, T]$, соответственно. Из равномерной сходимости последовательностей $\{\lambda^{(m)}(x)\}$, $\{\dot{\mu}^{(m)}(t)\}$ при $m \rightarrow \infty$ вытекает, что $\frac{d\lambda^*(x)}{dx} = \lambda^*(x)$ для всех $x \in [0, \omega]$ и $\frac{d\mu^*(t)}{dt} = \dot{\mu}^*(t)$ для всех $t \in [0, T]$.

На основе оценок (24), (25), (26) установим равномерную сходимость последовательностей $\{\tilde{v}^{(m)}(t, x)\}$, $\{\tilde{w}^{(m)}(t, x)\}$, $\{\tilde{u}^{(m)}(t, x)\}$ при $m \rightarrow \infty$ к функциям $\tilde{v}^*(t, x)$, $\tilde{w}^*(t, x)$, $\tilde{u}^*(t, x)$, соответственно, для всех $(t, x) \in \Omega$. Очевидно, что функция $\tilde{u}^*(t, x)$ является непрерывной на Ω и имеет непрерывные частные производные $\frac{\partial \tilde{u}^*(t, x)}{\partial x} = \tilde{v}^*(t, x)$, $\frac{\partial \tilde{u}^*(t, x)}{\partial t} = \tilde{w}^*(t, x)$ для всех $(t, x) \in \Omega$.

Тройка функций $(\mu^*(t), \lambda^*(x), \tilde{u}^*(t, x))$ является решением задачи (4)-(8). Единственность решения задачи (4)-(8) доказывается от противного.

Теорема 1 доказана.

Определим сумму функций $\tilde{u}^*(t, x) + \mu^*(t) + \lambda^*(x) = u^*(t, x)$. Из эквивалентности задач (1)-(3) и (4)-(8) следует

Теорема 2. Пусть выполнены условия i)-iv) теоремы 1.

Тогда нелокальная задача с интегральными условиями для системы гиперболических уравнений (1)-(3) имеет единственное классическое решение $u^*(t, x)$.

Заключение. Таким образом, нелокальная задача с интегральными условиями для системы гиперболических уравнений (1)-(3) путем введения новых функциональных параметров $\lambda(x)$, $\mu(t)$ как значений искомой функции $u(t, x)$ на характеристиках $t = 0$, $x = 0$ со специальным смещением в точке $(0, 0)$ и осуществления замены $u(t, x) = \tilde{u}(t, x) + \lambda(x) + \mu(t)$ сводится к эквивалентной задаче, состоящей из задачи Гурса для системы гиперболических уравнений с функциональными параметрами и интегральных соотношений относительно параметров. Построен алгоритм нахождения решения полученной задачи и доказана его сходимость. Получены условия существования единственного классического решения задачи (1)-(3) в терминах матриц $A(t, x)$, $B(t, x)$, $C(t, x)$, $K(t, x)$, чисел ω , T , a , b .

Работа выполнена в рамках проекта № 0822/ГФ4 по грантовому финансированию научных исследований МОН РК на 2015-2017 гг.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Cannon J.R. The solution of the heat equation subject to the specification of energy // Quart. Appl. Math. 1963. Vol. 217. P. 155-160.
- [2] Камынин Л.И. Об одной краевой задаче теории теплопроводности с неклассическим краевым условием // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1964. Т. 4. No 6. С. 1006-1024.
- [3] Ионкин Н.И. Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием // Дифференц. уравнения. 1977. Т. 13. No 2. С.294-304.
- [4] Самарский А.А. О некоторых проблемах современной теории дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. 1980. Т. 16. No 11. С.1221-1228.
- [5] Муравей Л.А., Филиновский А.В. Об одной нелокальной краевой задаче для параболического уравнения // Матем. заметки. 1993. Т. 4. No 3. С. 98-116.
- [6] Нахушев А.М. Краевые задачи для нагруженных интегро-дифференциальных уравнений гиперболического типа и некоторые их приложения к прогнозу почвенной влаги // Дифференц. уравнения. 1979. Т. 15. No 1. С. 96-105.
- [7] Нахушев А.М. Об одном приближенном методе решения краевых задач для дифференциальных уравнений и его приложения к динамике почвенной влаги и грунтовых вод // Дифференц. уравнения. 1982. Т. 18. No 1. С. 72-81.
- [8] Водахова В.А. Краевая задача с нелокальным условием А.М. Нахушева для одного псевдопараболического уравнения влагопереноса // Дифференц. уравнения. 1982. Т. 18. No 2. С. 280-285.
- [9] Бицадзе А.В., Самарский А.А. О некоторых простейших обобщениях линейных эллиптических задач // Доклады АН СССР. 1969. Т. 185. No 4. С. 739-740.
- [10] Нахушева З.А. Об одной нелокальной задаче для уравнений в частных производных // Дифференц. уравнения. 1986. Т. 22. No 1. С. 171-174.
- [11] Kiguradze T. Some boundary value problems for systems of linear partial differential equations of hyperbolic type // Mem. Differential Equations and Math. Phys. 1994. Vol. 1. P. 1-144.
- [12] Голубева Н.Д., Пулькина Л.С. Об одной нелокальной задаче с интегральными условиями // Матем. заметки. 1996. Т. 59. вып. 3. С. 171-174.
- [13] Bouziani A. Solution forte d'un probleme mixte avec conditions non locales pour une classe d'equations hyperboliques // Bull. Cl. Sci. Acad. Roy. Belg. 1997. Vol. 8. P. 53-70.

- [14] Гордезиани Д.Г., Авалишвили Г.А. Решения нелокальных задач для одномерных колебаний среды // Матем. моделирование. 2000. Т. 12. No 1. С. 94-103.
- [15] Пулькина Л.С. О разрешимости в L_2 нелокальной задачи с интегральными условиями для гиперболического уравнения // Дифференц. уравнения. 2000. Т. 36. No 2. С. 279-280.
- [16] Пулькина Л.С. Нелокальная задача для нагруженного гиперболического уравнения // Труды МИАН им. В.А.Стеклова. 2002. Т. 236. С. 298-303.
- [17] Нахушев А.М. Задачи со смещением для уравнений в частных производных. М.: Наука, 2006.
- [18] Ткач Б.П., Урманчева Л.Б. Численно-аналитический метод отыскания решений систем с распределенными параметрами с интегральным условием
- [19] // Нелинейные колебания. 2009. Т. 12. No 1. С. 110-119.
- [20] Пулькина Л.С., Кечина О.М. Нелокальная задача с интегральными условиями для гиперболического уравнения в характеристическом прямоугольнике // Вестн. СамГУ. Естественнаучн. сер. 2009. No 2(68). С. 80-88.
- [21] Кечина О.М. Нелокальная задача для гиперболического уравнения с условиями, заданными внутри характеристического прямоугольника // Вестн. СамГУ. Естественнаучн. сер. 2009. No 6(72). С. 50-56.
- [22] Уткина Е.А. О единственности решения полуинтегральной задачи для одного уравнения четвертого порядка // Вестн. СамГУ. Естественнаучн. сер. 2010. \No 4(78). С. 98-102.
- [23] Асанова А.Т. О нелокальной задаче с интегральным смещением для систем гиперболических уравнений со смешанной производной // Математический журнал. 2008. Т. 8. No 1. С. 9-16.
- [24] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Well-posedness of nonlocal boundary value problems with integral condition for the system of hyperbolic equations // Journal of Mathematical Analysis and Applications. 2013. Vol. 402. No 1. P. 167-178.
- [25] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Unique solvability of the boundary value problem for systems of hyperbolic equations with data on the characteristics // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2002. Vol.42. No 11. P. 1609-1621.
- [26] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Unique solvability of nonlocal boundary value problems for systems of hyperbolic equations // Differential Equations. 2003. Vol.39. No 10. P. 1414-1427.
- [27] Асанова А.Т. О разрешимости нелокальной краевой задачи с интегральными условиями для системы уравнений гиперболического типа // Математический журнал. 2014. Т. 14. No 2. С. 21-35.

REFERENCES

- [1] Cannon J.R. *The solution of the heat equation subject to the specification of energy*. Quart. Appl. Math. 1963. Vol. 21. P. 155-160.
- [2] Kamynin L.I. *On a boundary value problem in the theory of heat conduction with a nonclassical boundary condition*. Zh. Mat. and Math. nat. 1964. V. 4. No 6. p. 1006-1024. (in Russ.).
- [3] Ionkin N.I. *Solution of boundary value problems of the theory of heat conduction with a nonclassical boundary condition*. Differ. equation. 1977. V. 13. No 2. p.294-304. (in Russ.).
- [4] Samarskii A.A. *On some problems of the modern theory of differential equations*. Differential. equation. 1980. V. 16. No 11. p.1221-1228. (in Russ.).
- [5] Muravei L.A., Filinovskii A.V. *A nonlocal boundary value problem for a parabolic equation*. Mat. notes. 1993. V. 4. No 3. pp 98-116. (in Russ.).
- [6] Nahushev A.M. *Boundary problems for loaded integro-differential equations of hyperbolic type, and some of their applications to the forecast soil moisture*. Differ. equation. 1979. V. 15. No 1. pp 96-105. (in Russ.).
- [7] Nahushev A.M. *On an approximate method of solving boundary value problems for differential equations and its applications to the dynamics of soil moisture and groundwater*. Differ. equation. 1982. V. 18. No 1. pp 72-81. (in Russ.).
- [8] Vodakhova V.A. *A boundary value problem with nonlocal condition of A.M. Nakhushhev for one pseudo-equation moisture*. Differ. equation. 1982. V. 18. No 2. p. 280-285. (in Russ.).
- [9] Bitsadze A.V., Samarskii A.A. *On some simple generalizations of linear elliptic problems. Reports of the USSR Academy of Sciences*. 1969. V. 185. No 4. pp 739-740. (in Russ.).
- [10] Nahusheva Z.A. *A nonlocal problem for partial differential equations*. Differential. equation. 1986. V. 22. No 1. pp 171-174. (in Russ.).
- [11] Kiguradze T. *Some boundary value problems for systems of linear partial differential equations of hyperbolic type*. Mem. Differential Equations and Math. Phys. 1994. Vol. 1. P. 1-144. (in Russ.).
- [12] Golubeva N.D., Pulkina L.S. *A nonlocal problem with integral conditions*. Mat. notes. 1996. V. 59. Vol. 3, pp 171-174. (in Russ.).
- [13] Bouziani A. *Solution forte d'un probleme mixte avec conditions non locales pour une classe d'equations hyperboliques*. Bull. CI. Sci. Acad. Roy. Belg. 1997. Vol. 8. P. 53-70. (in Fren.)
- [14] Gordeziani D.G., Avalishvili G.A. *Decisions of non-local problems for one-dimensional medium oscillation*. Mat. Mod. 2000. V. 12. No 1. pp 94-103. (in Russ.).
- [15] Pulkina L.S. *On the solvability in a nonlocal problem with integral conditions for hyperbolic equations*. Differential. equation. 2000. V. 36. No 2. p. 279-280. (in Russ.).
- [16] Pulkina L.S. *Nonlocal Problem for a Loaded Hyperbolic Equation*. Works of the MIAS n/a Steklov. V. 2002. 236 pp 298-303. (in Russ.).
- [17] Nahushev A.M. *Problems with shift for partial differential equations*. M.: Nauka, 2006. (in Russ.).
- [18] Tkach B.P., Uрманчева L.B. *Numerical-analytical method for finding solutions of systems with distributed parameters with an integral condition*. Nonlinear oscillations. 2009. V. 12. No 1. p. 110-119. (in Russ.).

- [19] Pulkina L.S., Kechina O.M. *A nonlocal problem with integral conditions for hyperbolic equations in characteristic rectangle*. Bull. Samara State University. Estestvonauchn. Ser. 2009. No 2 (68). p. 80-88. (in Russ.).
- [20] Kechina O.M. *A nonlocal problem for a hyperbolic equation with the conditions specified in the characteristic of the rectangle*. Bull. Samara State University. Estestvonauchn. Ser. 2009. No 6 (72). p. 50-56. (in Russ.).
- [21] Utkina E.A. *Uniqueness of the solution poluintegralnoy problem for a fourth order equation*. Bull. Samara State University. Estestvonauchn. Ser. 2010. \ No 4 (78). p. 98-102. (in Russ.).
- [22] Asanova A.T. *On a nonlocal problem with integral offset for hyperbolic systems of equations with mixed derivative*. Mathematical Journal. 2008. V. 8. No 1. pp 9-16. (in Russ.).
- [23] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. *Well-posedness of nonlocal boundary value problems with integral condition for the system of hyperbolic equations*. Journal of Mathematical Analysis and Applications. 2013. Vol. 402. No 1. P.167-178. (in Russ.).
- [24] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. *Unique solvability of the boundary value problem for systems of hyperbolic equations with data on the Characteristics*. Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2002. Vol.42. No 11. P.1609-1621.
- [25] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. *Unique solvability of nonlocal boundary value problems for systems of hyperbolic equations*. Differential Equations. 2003. Vol.39. No 10. P.1414-1427.
- [26] Asanova A.T. *On the solvability pnelokalnoy boundary value problem with integral conditions for systems of hyperbolic equations*. Mathematical Journal. 2014. V. 14. No 2. p. 21-35. (in Russ.).

ЕКІНШІ РЕТТІ ГИПЕРБОЛАЛЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІ ҮШІН ИНТЕГРАЛДЫҚ ШАРТТАРЫ БАР БЕЙЛОКАЛ ЕСЕПТІҢ БІРМӘНДІ ШЕШІМДІЛІГІ ТУРАЛЫ

А. Т. Асанова

ҚР БҒМ Математика және математикалық моделдеу институты, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: гиперболалық, шарт, интегралдық, шешілімділік, алгоритм.

Аннотация. Екінші ретті гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін интегралдық шарттары бар бейлокал шеттік есеп қарастырылады. Қарастырылып отырған есептің жалғыз шешімінің бар болуы мәселелері және оны құру тәсілдері зерттеледі. Екінші ретті гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін интегралдық шарттары бар бейлокал шеттік есепті шешу үшін қосымша функционалдық параметрлер енгізу әдісі қолданылады. Жаңа белгісіз функциялар ізделінді шешімнің характеристикалардағы мәндері ретінде енгізіледі.

Гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін интегралдық шарттары бар бейлокал шеттік есептің ізделінді шешімі жаңа белгісіз функция мен енгізілген функционалдық параметрлердің қосындысына алмастырылады. Қарастырылып отырған интегралдық шарттары бар бейлокал шеттік есеп функционалдық параметрлері бар гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін Гурса есебінен және функционалдық қатынастардан тұратын пара-пар есепке келтіріледі. Алынған функционалдық параметрлері бар характеристикалардағы пара-пар есептің шешімін табудың алгоритмдері ұсынылған. Құрылған алгоритмнің жүзеге асырылымдығы мен жинақтылығы есептің берілімдері терминінде дәлелденген. Функционалдық параметрлері бар характеристикалардағы пара-пар есептің бірімәнді шешілімділігінің коэффициенттік жеткілікті шарттары тағайындалған. Екінші ретті гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін интегралдық шарттары бар бейлокал шеттік есептің жалғыз классикалық шешімінің бар болуы туралы теорема дәлелденген.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 15 – 20

**ABOUT AN ANALYTIC SOLUTION
TO THE EQUATION DESCRIBING
THE PROCESS OF SECOND HARMONIC GENERATION
IN TRANSITION METAMATERIALS****Zh. A. Kudyshev¹, A. E. Davletov¹, I. R. Gabitov², A. Kisan¹, Ye. S. Mukhametkarimov¹**¹Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan,²Arizona University, Tucson, USA.

E-mail: askar@physics.kz, ildar.gabitov@gmail.com, z.kudyshev@gmail.com

Key words: metamaterial with zero refractive index, second harmonic generation, FDTD method.

Abstract. On the basis of the classical Maxwell's equations the corresponding wave equations are derived for description of multiwave interactions in transition metamaterials whose refractive index varies along the sample from positive to negative values. The phenomenon of second harmonic generation is predicted in the transition layer near the point at which the refractive index turns zero, even at low intensities of the fundamental pumping wave. An analytical solution of the corresponding equations are found and specific recommendations are developed for the construction of a compact second harmonic generator based on transition metamaterials. Second harmonic generation process was investigated in metamaterials, refractive index, which varies from negative to positive values. Shows that zero-point refractive index increases dramatically the amount field of the fundamental wave pumping, resulting in non-linear effects even for the weak intensity falling on the pattern of the waves.

When the wavelength of characteristic size of structures in the metamaterials a record of non-local effects. In this regard, it should be noted that there is some optimal thickness of transition layer in which the efficient conversion of energy into a second harmonics will construct an efficient generator.

УДК 535:530.182

**ОБ АНАЛИТИЧЕСКОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ,
ОПИСЫВАЮЩЕГО ПРОЦЕСС ГЕНЕРАЦИИ
ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ В ПЕРЕХОДНЫХ МЕТАМАТЕРИАЛАХ****Ж. А. Кудышев¹, А. Е. Давлетов¹, И. Р. Габитов², А. Кисан¹, Е. С. Мухаметкаримов¹**¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан,²Университет Аризоны, г. Тусон, штат Аризона, США**Ключевые слова:** метаматериал с нулевым показателем преломления, генерация второй гармоники, метод FDTD.

Аннотация. На основе классических уравнений Максвелла выведены уравнения, описывающие многоволновое взаимодействие в переходных метаматериалах, показатель преломления которых меняется вдоль образца от положительных до отрицательных значений. Предсказано явление генерации второй гармоники в переходном слое, вблизи которого коэффициент преломления обращается в нуль, даже при слабых интенсивностях фундаментальной волны накачки. Получены аналитические решения соответствующих уравнений и разработаны конкретные рекомендации для создания компактного генератора второй гармоники на переходном метаматериале.

Введение. В 2001 Роджер Валсер из Университета Остин в Техасе ввел в употребление термин метаматериалы [1]. Этим термином обозначались структурированные композиты, свойства и предельные характеристики которых существенно отличались от характеристик обычных материалов, встречающихся в природе. Позже этот термин был подхвачен и введен в широкое употребление Американским Оборонным Агентством Перспективных Исследований (DARPA) в контексте программы «DARPA Metamaterials», стартовавшей в 2001 году.

С 2001 года интерес научной общественности к метаматериалам демонстрирует только устойчивый рост, о чем свидетельствует экспоненциальное увеличение числа публикаций. Этот интерес подогревается большими перспективами приложений метаматериалов в фотонике [2-5], информационных технологиях [6], нанoeлектронике [7], биомедицине [8-9] и т.д. В настоящее время продемонстрированы уникальные возможности для манипулирования световыми потоками, что привело к значительному прогрессу в области трансформационной оптики [10]. В частности, большую известность получили эксперименты с невидимостью [11-13], оптическими иллюзиями, световыми переключателями, а также эксперименты по созданию материалов с заданным пространственным распределением оптических характеристик. Большие успехи достигнуты в технологии сенсоров сверхвысокой чувствительности, обеспечивающих регистрацию всего лишь нескольких молекул [14]. Другим примером является использование метаматериалов для создания оптических приборов с разрешающей способностью выше дифракционного предела [15, 16]. Впечатляющие возможности метаматериалов были продемонстрированы на примере создания нанолазера [17] (известного в литературе как спазер [18]), размер которого много меньше длины излучаемой волны.

Генерация второй гармоники в переходном слое метаматериала. Физика явления резонансного усиления поля в переходных метаматериалах может быть описана следующим образом. Для падающих поперечных магнитных волн (так называемые ТМ-волны) тонкий слой, вблизи которого показатель преломления близок к нулю, может быть рассмотрен как очень тонкий конденсатор, способный накапливать значительную энергию электрического поля, которая ограничена на практике диссипативными явлениями и дисперсией волн. При этом особо следует подчеркнуть, что накопление энергии возможно только при касательном падении света на слой с нулевым показателем преломления, так как в этом случае электрическое поле волны имеет компоненту, совпадающую с направлением преимущественного распространения волны. В силу того, что вектор электрического смещения должен оставаться непрерывным электрическое поле должно неограниченно возрастать, так как диэлектрическая проницаемость стремится к нулю. Это и приводит к возможности сильного увеличения напряженности электрического поля и проявлению нелинейных эффектов даже при слабых интенсивностях падающих волн.

Изучим резонансное усиление поля в переходных метаматериалах с квадратичной нелинейностью, которое способно привести к созданию очень компактных генераторов второй гармоники при слабых интенсивностях падающих волн. На рисунке 1(а) схематически показано касательное падение электромагнитной волны на переходный слой метаматериала. На частоте фундаментальной волны ω_1 реальная часть линейного коэффициента преломления $n(\omega_1, x) = \varepsilon_1(\omega_1, x)\mu_1(\omega_1, x)$ постепенно меняется от положительного до отрицательного значения, как показано на рисунке 1(б), в то время как мнимая часть возрастает с координатой, как показано на рисунке 1(с). Для волны второй гармоники $\omega_2 = 2\omega_1$ считается, что знак реальной части коэффициента преломления остается положительным вдоль всего образца. Вдоль оси y переходный слой считается однородным. Отметим, что отрицательность показателя преломления обычно достигается использованием плазмонного резонанса в металлических наноструктурах, а значит распространение волн должно сопровождаться значительными потерями энергии. Поэтому мы считаем, что потери энергии на фундаментальной частоте существенно выше, чем на частоте волны второй гармоники, как показано на рисунке 1(с). Нелинейная компонента коэффициента преломления предполагается пространственно однородной и определяется нелинейной восприимчивостью второго порядка $\chi^{(2)}$.

В дальнейшем считается, что волна накачки и генерируемая ей волна второй гармоники представляют собой ТМ-поляризованные волны со следующими компонентами: $\vec{H}^{(j)} = \{0, 0, H_x^{(j)}\}$ и $\vec{E}^{(j)} = \{E_x^{(j)}, E_y^{(j)}, 0\}$, где индексы $j = 1, 2$ соответствуют фундаментальной волне и второй гармонике

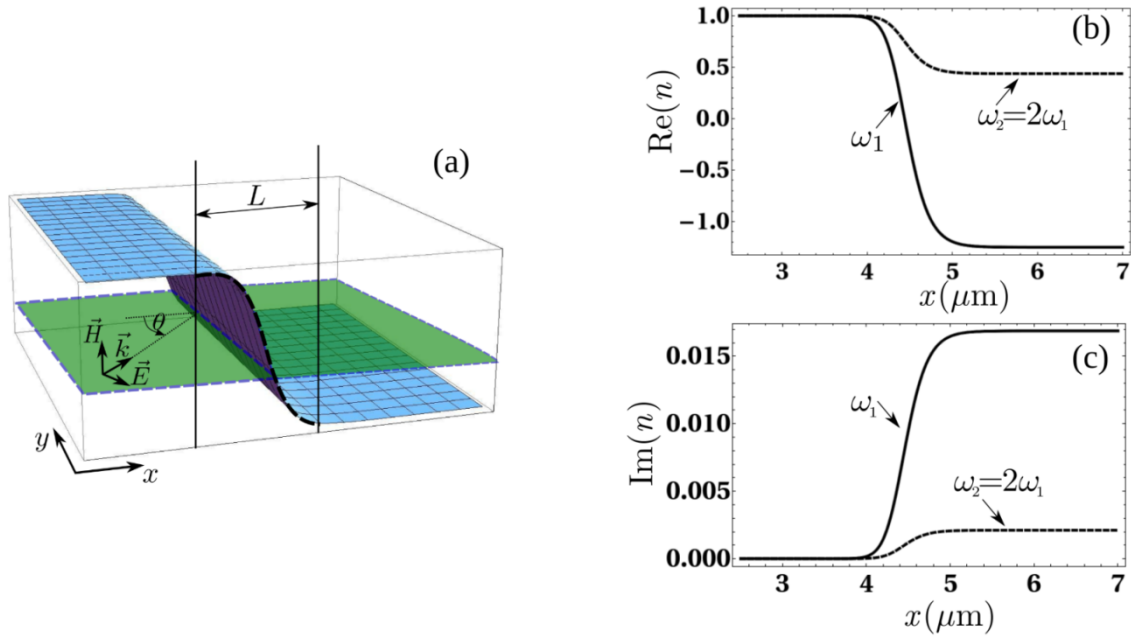


Рисунок 1 – (а) Схема падения ТМ-поляризованной волны внутри переходного слоя толщиной L ;
 (б) Пространственное распределение реальной части коэффициента преломления $n_j(x) = \sqrt{\varepsilon_j(x)\mu_j(x)}$ на фундаментальной частоте (сплошная линия) и частоте волны второй гармоники (штриховая линия);
 (с) Пространственное распределение мнимой части коэффициента преломления на фундаментальной частоте (сплошная линия) и частоте волны второй гармоники (штриховая линия)

соответственно. В этом случае система волновых уравнений, описывающих данный процесс, принимает вид:

$$\varepsilon_1(x) \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{\varepsilon_1(x)} \frac{d\tilde{H}_z^{(1)}}{dx} \right] + \frac{d^2\tilde{H}_z^{(1)}}{dy^2} + \frac{\omega_1^2}{c^2} \varepsilon_1(x) \mu_1(x) \tilde{H}_z^{(1)} = 4\pi \frac{i\omega_1}{c} \left[\varepsilon_1(x) \frac{d}{dx} \left(\frac{\tilde{P}_y^{(1)}}{\varepsilon_1(x)} \right) - \frac{d\tilde{P}_x^{(1)}}{dy} \right], \quad (1)$$

$$\frac{d^2\tilde{H}_z^{(2)}}{dx^2} + \frac{d^2\tilde{H}_z^{(2)}}{dy^2} + \frac{\omega_2^2}{c^2} \varepsilon_2\mu_2 \tilde{H}_z^{(2)} = 4\pi \frac{i\omega_2}{c} \left[\frac{d\tilde{P}_y^{(2)}}{dx} - \frac{d\tilde{P}_x^{(2)}}{dy} \right]. \quad (2)$$

Здесь $\tilde{P}^{(j)}$ – нелинейная поляризация фундаментального поля $\tilde{P}^{(1)} = \chi^{(2)}(\tilde{E}^{(1)})^*$ и поля волны второй гармоники $\tilde{P}^{(2)} = \chi^{(2)}(\tilde{E}^{(1)})^2$, c – скорость света в вакууме.

Так как среда является однородной вдоль оси y , то магнитные компоненты полей волн могут быть записаны в виде $\tilde{H}_z^{(j)} = \Phi_j(x) \exp(ik_y^{(j)}y)$. Тогда уравнения (1) и (2) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Phi_1}{dx^2} - \frac{1}{\varepsilon_1} \frac{d\varepsilon_1}{dx} \frac{d\Phi_1}{dx} + \frac{\omega_1^2}{c^2} (\varepsilon_1\mu_1 - \sin^2(\theta_0)) \Phi_1 = \\ = 4\pi \frac{i\omega_1}{c} \left[\varepsilon_1 \frac{d}{dx} \left(\frac{\tilde{P}_y^{(1)}}{\varepsilon_1} \right) - \frac{d\tilde{P}_x^{(1)}}{dy} \right] e^{-ik_y^{(j)}y}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{d^2\Phi_2}{dx^2} + \left(\frac{\omega_2^2}{c^2} \varepsilon_2\mu_2 - (k_y^{(2)})^2 \right) \Phi_2 = 4\pi \frac{i\omega_2}{c} \left[\frac{d\tilde{P}_y^{(2)}}{dx} - \frac{d\tilde{P}_x^{(2)}}{dy} \right] e^{-ik_y^{(j)}y}. \quad (4)$$

Если волна накачки падает продолжительное время, а нелинейные эффекты малы, то правую часть уравнения (3) можно положить равной нулю и оно становится независимым от уравнения (4). Следует отметить, что в этом случае дифференциальное уравнение (3) описывает распространение электромагнитной волны через переходным слой, которое было рассмотрено в [19].

Уравнение (4) для волны второй гармоники может быть приведено к следующему виду:

$$\frac{d^2\Phi_2}{d\zeta^2} + \kappa^2\Phi_2 = F(\zeta), \quad (5)$$

где $\kappa^2 = \frac{\omega_2^2}{c^2}\varepsilon_2\mu_2 - (k_y^{(2)})^2$, $\zeta = x/L$ – безразмерная координата, а L – эффективная толщина переходного слоя.

Это известное дифференциальное уравнение, описывающее вынужденные колебания осциллятора под действием внешней силы $F(\zeta)$, которая в данном случае определяется фундаментальной волной накачки. Правую часть уравнения (5) можно переписать как:

$$F(\zeta) = 8\pi\chi^{(2)}\frac{i\omega_2}{c}\left[\tilde{E}_y^{(1)}\frac{d\tilde{E}_y^{(1)}}{d\zeta} - i\beta_0\sin(\theta_0)(\tilde{E}_y^{(1)})^2\right]\exp(-i\Delta k_y y), \quad (6)$$

где $\Delta k_y = k_y^{(2)} - 2k_y^1 = k_y^{(2)} - 2k_0\sin(\theta_0)$ – фазовая расстройка между y -компонентами волновых векторов фундаментальной волны и волны второй гармоники, а $\beta_0 = k_0L$ – безразмерный волновой вектор k_0 . Здесь мы предположили, что $\Delta k_y = 0$, а соответствующее пространственное распределение $F(\zeta)$ показано на рисунке 2(а).

Общее решение уравнения (5) может быть получено в следующей форме:

$$\Phi_2(\zeta) = \Phi_2^+ + \Phi_2^- = C_+(\zeta)\exp(ik\zeta) + C_-(\zeta)\exp(-ik\zeta), \quad (7)$$

где
$$C_+(\zeta) = \frac{1}{2ik}\int_{E_{min}}^{\zeta} F(\eta)\exp(-ik\eta)d\eta, \quad C_-(\zeta) = -\frac{1}{2ik}\int_{E_{min}}^{\zeta} F(\eta)\exp(ik\eta)d\eta.$$

Это решение показывает, что порождаемая волна второй гармоники представляет собой суперпозицию волн, сгенерированных в прямом и обратном направлениях с амплитудами $C_+(\zeta)$ и $C_-(\zeta)$ соответственно. Пространственные распределения реальных частей поля волн второй гармоники $\tilde{H}_z^{(2)}$, порожденных в прямом и обратном направлениях, показаны на рисунке 2 (b).

Используя материальные уравнения для волны второй гармоники, электрические компоненты могут быть найдены в виде:

$$E_x^{(2)} = \frac{1}{\varepsilon_2}\left[\frac{ic}{\omega_2 L}\frac{\partial\tilde{H}_z^{(2)}}{\partial\xi} - 4\pi\chi^{(2)}(\tilde{E}_x^{(1)})^2\right], \quad (8)$$

$$E_y^{(2)} = -\frac{1}{\varepsilon_2}\left[\frac{ic}{\omega_2 L}\frac{\partial\tilde{H}_z^{(2)}}{\partial\xi} + 4\pi\chi^{(2)}(\tilde{E}_y^{(1)})^2\right], \quad (9)$$

где $\xi = y/L$ – безразмерная координата.

Как видно из полученных выше выражений, в случае наклонного падения волн в области «нулевой» точки ζ_0 второй член, пропорциональный $(\tilde{E}_x^{(1)})^2$, дает главный вклад в x -компоненту поля волны второй гармоники. Пространственное распределение абсолютной величины $E_x^{(2)}$ показано на рисунке 2(с). Поэтому можно сделать вывод, что при непрерывной накачке взаимодействие фундаментальных волн приводит к сильному усилению волны второй гармоники вблизи «нулевой» точки.

Заключения и выводы. В данной работе исследовался процесс генерации второй гармоники в метаматериалах, коэффициент преломления которых меняется от отрицательных до положительных значений. Показано, что вблизи точки с нулевым показателем преломления резко возрастает величина поля фундаментальной волны накачки, что приводит к появлению нелинейных эффектов даже для слабых интенсивностей падающих на образец волн.

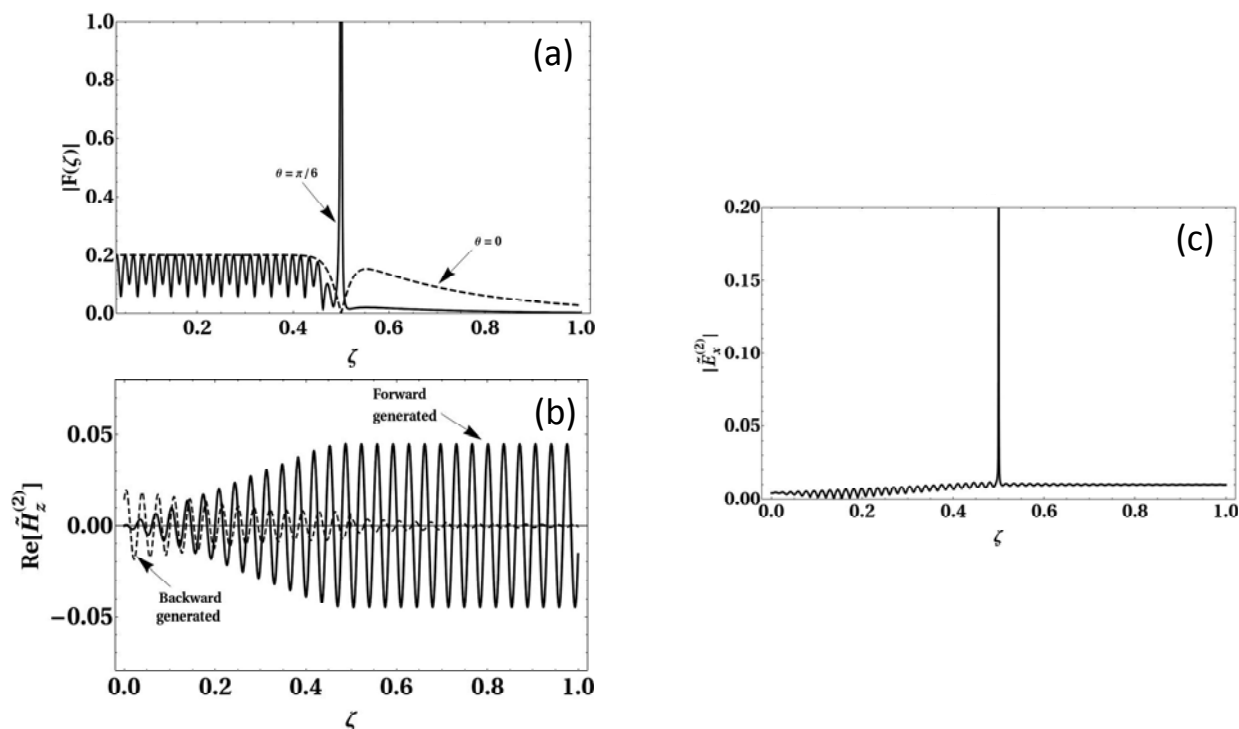


Рисунок 2 – (а) Зависимость абсолютной величины внешнего $|F(\zeta)|$ от ζ при фиксированной величине $\chi^{(2)} = 0.001$ и различных значений углов падения: сплошная линия – $\theta = 30^\circ$; штриховая линия – $\theta = 0$;

(б) Пространственное распределение реальной части $\tilde{H}_z^{(2)}$ волны второй гармоники, сгенерированной в прямом (сплошная линия) и обратном (штриховая линия) направлениях при фиксированном угле падения $\theta = 30^\circ$;

(с) Пространственное распределения абсолютной величины электрического поля $E_x^{(2)}$ волны второй гармоники от ζ при фиксированном угле падения $\theta = 30^\circ$

С практической точки зрения эффективная генерация второй гармоники достигается при неколлинеарном взаимодействии волн, а с увеличением толщины переходного слоя соответствующие интенсивности должны уменьшаться вследствие потерь энергии. Поэтому чем тоньше слой, тем лучше будет построенный генератор. Однако, создание очень тонких метаматериальных слоев с высоким градиентом оптических свойств является нетривиальной технической задачей. Кроме этого, при достижении длиной волны характерных размеров структур в метаматериале необходим учет нелокальных эффектов. В связи с этим следует отметить, что существует некоторая оптимальная толщина переходного слоя, при которой эффективное преобразование энергии во вторую гармонику позволит сконструировать соответствующий эффективный генератор.

REFERENCES

- [1] Walser R.M. Electromagnetic metamaterials, in Proc. SPIE 4467 Complex Mediums II: Beyond Linear Isotropic Dielectrics, **2001**, Vol. 1, 1–15 (in Eng.).
- [2] Streekanth K.V. et. al. Excitation of surface electromagnetic waves in a graphene-based Bragg grating, *Nature Scientific Reports*, **2012**, Vol. 2, id. 737 (in Eng.).
- [3] Linden S., Enkrich C., Dolling G., Matthias W. Klein, Zhou Ji., Koschny T., Soukoulis Costas M., Burger S., Schmidt F., and Martin Wegener. Photonic Metamaterials: Magnetism at Optical Frequencies, *IEEE journal of selected topics in quantum electronics*, **2006**, Vol. 12(6) (in Eng.).
- [4] Photonic Metamaterials, Encyclopedia of Laser Physics and Technology, I and II Wiley, **2008**, 18, P. 1 (in Eng.).
- [5] Capolino F. Applications of Metamaterials, Taylor & Francis, **2009**, pp. 29-1, 25-1. ISBN 978-1-4200-5423-1 (in Eng.).
- [6] Shigeki T. Left-Handed Metamaterial Technologies Significant for Information and Communication Devices, *Science & Technology trends* 3, P. 36-50 (in Eng.).
- [7] Nader E., Alessandro S., Andrea Alu. Circuit Elements at Optical Frequencies: Nanoinductors, Nanocapacitors, and Nanoresistor, *Physical Review Letters*, **2009**, Vol. 95, Issue 9. 095504., pp.4 (in Eng.).
- [8] La Spada L., Bilotti F., Vegni L. Metamaterial biosensor for cancer detection, *IEEE Sensors*, **2001**, P. 627–630 (in Eng.).
- [9] Melik R., Unal E., Puttlitz C., Demir H. V. Wireless metamaterial RF-MEMS strain sensors, *Appl. Phys. Lett*, **2009**, Vol. 95 (in Eng.).
- [10] Shalaev V.M. PHYSICS: Transforming light, *Science*, **2008**, Vol. 322(5900), P. 384-386 (in Eng.).

- [11] Schurig D., Mock J. J., Justice B. J., Cummer S. A., Pendry J. B., Starr A. F., and Smith D. R. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies, *Science*, **2006**, Vol. 314, P.977 (in Eng.).
- [12] Cai W., Chettiar U. K., Kildishev A. V., and Shalaev V. M. Optical cloaking with metamaterials, *Nature Photonics*, **2007**, Vol.1, P.224(in Eng.).
- [13] Valentine J., Li J., Zentgraf T., Bartal G., and Zhang X. An optical cloak made of dielectrics, *Nature Materials*, **2009**, Vol.8, P.568 (in Eng.).
- [14] Kabashin A.V., Evans P., Pastkovsky S., Hendren W., Wurtz G.A., Atkinson R., Pollard R., Podolskiy V.A., Zayats A.V. Plasmonic nanorod metamaterials for biosensing, *Nat Mater*, **2009**, Vol. 8(11)867-71 (in Eng.).
- [15] Pendry J. B., Schurig D., and Smith D. R. Controlling Electromagnetic Fields, *Science*, **2006**, Vol. 23, P. 1780-1782 (in Eng.).
- [16] Grbic A. and Eleftheriades G. V. Overcoming the diffraction limit with a planar left-handed transmission-line lens, *Phys. Rev. Lett.*, **2004**, Vol.92,117403 (in Eng.).
- [17] Noginov M.A., Zhu G., Belgrave A.M., Bakker R., Shalaev V.M., Narimanov E.E., Stout S., Herz E., Suteewong T., Wiesner U. Demonstration of a spaser-based nanolaser, *Nature*, **2009**, Vol. 460, P. 1110-1112 (in Eng.).
- [18] David J. Bergman and Mark I. Stockman. Surface Plasmon Amplification by Stimulated Emission of Radiation: Quantum Generation of Coherent Surface Plasmons in Nanosystems, *Phys. Rev. Lett.*, **2003**, Vol. 90. (027402) (in Eng.).
- [19] Litchinitser N. M., Maimistov A. I., Gabitov I. R., Sagdeev R. Z., and Shalaev V. M. Metamaterials: electromagnetic enhancement at zero-index transition, *Opt. Lett.*, **2008**, Vol. 33, P. 2350-2352(in Eng.).

**АУЫСПАЛЫ МЕТАМАТЕРИАЛДАРДАҒЫ ЕКІНШІ РЕТТІ ГАРМОНИКАНЫҢ
ГЕНЕРАЦИЯСЫ ПРОЦЕССИН СИПАТТАЙТЫН ТЕНДЕУЛЕРДІҢ
АНАЛИТИКАЛЫҚ ШЕШІМДЕРІ**

Ж. А. Кудышев¹, А. Е. Давлетов¹, И. Р. Габитов², А. Кисан¹, Е. С. Мухаметкаримов¹

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан,
²Аризона Университеті, Тусон, Аризона, США

Тірек сөздер: сыну көрсеткіші нөлге тең метаматериал, екінші ретті гармониканың генерациясы, FDTD әдісі.

Аннотация. Классикалық Максвелл теңдеулерінің негізінде, сыну көрсеткіші оң мәннен теріс мәнне дейін өзгертін ауыспалы метаматериалдардағы көптолқындардың әсерлесуін сипаттайтын теңдеулер қорытылып шығарылды. Түскен толқынның аз интенсивтілігінде де байқалатын, сыну көрсеткіші нөлге ұмтылатын шекаралық қабаттағы екінші ретті гармониканың генерациясы құбылысын байқау мүмкіндіктері қарастырылды. Алынған теңдеулердің аналитикалық шешімдері анықталып, ауыспалы метаматериалдардың негізінде екінші ретті гармониканың шағын генераторын жасау нұсқаулары келтірілді.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

**OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES**

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 20 – 27

**DETERMINATION OF THE CONSTITUENT MASS AND
THE MESON MASS VIA THE COMPLETE HAMILTONIAN**

G. Nurbakyt, S. E. Kemelzhanova, E. Makhabbat

Kazakh national university named after Al-Farabi, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: gumi-nur@mail.ru

Key words: the interaction hamiltonians, mass calibration in the field, the dimension of the space, the energy spectrum of the quantum oscillator, the optical trap.

Abstract. In this work mass spectrum of mesons consisting of light-heavy quarks was designed. The dependence of the constituent mass of the orbital quantum number was considered. Although that was not introducing of

the Cabibbo-Kobayashi-McAvoy matrix, all the characteristics have been determined by the constituent quark masses. In the calculations we took into account the singlet-octet mixing. The results coincide with the experimental data for both light and heavy quarks.

The main results of this paper are:

1. Analytically determined interaction potential with the relativistic correction. nonperturbative correction to the Hamiltonian of the interaction, which is related to the relativistic nature of the system, was determined.

2. To propose one of the alternatives accounting nonlocal nature of the interaction in determining the properties of hadrons at large constituent mass distances. The dependence on the radius of confinement was determined.

3. To determine the mass spectra of mesons consisting of light-light, heavy-heavy and light-heavy quarks in a unified manner, taking into account nonperturbative, non-local and non-potential nature of the interaction.

4. Determining the width of the lepton decay of vector mesons with the nonperturbative, relativistic and nonlocal nature of the interaction. The probability of a radiative transition mesons consisting of $(c\bar{c})$, $(b\bar{b})$ and $(c\bar{b})$ quarks, which is caused by the E1 transition.

УДК 539.12.01

ТОЛЫҚ ГАМИЛЬТОНИАНДЫ ЕНГІЗУ АРҚЫЛЫ МЕЗОНДАРЫҢ МАССАСЫН ЖӘНЕ КОНСТИТУЕНТТІ МАССАСЫН АНЫҚТАУ

Г. Нұрбақыт, С. Е. Кемелжанова, Е. Махаббат

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: әсерлесу гамильтонианы, келтірілген масса, калибрлік өріс, кеңістіктің өлшемділігі, энергиялық спектр, кванттық осциллятор, оптикалық тұзақ.

Аннотация. Жұмыста жеңіл-ауыр кварктардан тұратын мезондардың массалық спектрі есептеп табылды. Конституентті массаның орбиталды кванттық саннан тәуелділігі анықталды. Кабибо-Каваяшева-Макава матрицасы негізілмегенімен, сипаттамалары кварктердің конституентті массасы арқылы анықталды. Есептеулер кезінде октет синглетті араласу ескерілді. Бұл жеңілінен бастап ауырына дейінгі барлық кварктік құрылымдар үшін тәжірибелік нәтижелермен қанағаттанарлық сәйкестік тапты.

Бұл жұмыстың негізгі нәтижелері:

1. Релятивтік түзетудің әсерінен өзара әсерлесу потенциалы анықталды. Әсерлесудің релятивистік табиғаты мен гамильтонианға байланысты пертурбативті емес қосымша есептелінді.

2. Үлкен қашықтықта адрондардың қасиетін анықтау барысында әсерлесудің локальді емес сипаты есебінде альтернативті нұсқаулар ұсынылды. Конституентті массаның конфайнмент радиусына тәуелділігі анықталынды.

3. Өзара әсерлесудің локальді емес және потенциалды емес, пертурбативті емес жағдайындағы ауыр-жеңіл, аур-ауыр, жеңіл-жеңіл кварктардан тұратын мезон спектрлері анықталынды.

4. Өзара әсерлесудің релятивистік сипаты және локальді емес жағдайындағы пертурбативті емес сипатта векторлық мезондардың лептондық ыдырау ені анықталынды. E1 жүрімінің шарты арқылы $(c\bar{c})$, $(b\bar{b})$ және $(c\bar{b})$ кварктардан тұратын мезондардың радиациялық жүрімінің ықтималдылығы анықталынды.

Мақала мәтіні

Осцилляторлық өрнек (OӨ) нолдік жуықтауында, мынадай теңдеулер жүйесін аламыз:

$$E = \frac{\omega^{2\rho} \Gamma\left(\frac{d}{2} + 1\right)}{8\rho^2 \mu \cdot \Gamma\left(\frac{d}{2} + 2\rho - 1\right)} + \frac{\sigma}{\omega^\rho} \cdot \frac{\Gamma(4\rho + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} - \frac{4\alpha_S \omega^\rho \Gamma(2\rho + 2\rho\ell)}{3\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} +$$

$$+ \frac{16\alpha_S \ell(\vec{S}_1 \vec{S}_2) \omega^{3\rho}}{9\mu_1 \mu_2} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{d}{2} - \rho - 1\right)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} + \frac{\alpha_S \ell(\ell + 1) \cdot \omega^{3\rho}}{6\mu^2 \Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} \Gamma\left(\frac{d}{2} - \rho - 1\right) -$$

(1) формуласының жалғасы

$$-\left(\frac{1}{\mu_1^2} + \frac{1}{\mu_2^2}\right) \cdot \frac{\sigma(\bar{L}\bar{S})}{12} \cdot \frac{\omega^\rho \Gamma(2\rho + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} + \frac{\alpha_S}{3} \left[\frac{S_{12}}{\mu_1\mu_2} + \frac{(\bar{L}\bar{S})}{3} \left(\frac{1}{\mu^2} + \frac{2}{\mu_1\mu_2} \right) \right] \times \frac{\omega^{3\rho} \Gamma\left(\frac{d}{2} - \rho - 1\right)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)},$$

және төмендегі өрнектен осциллятордың жиілігі

$$\begin{aligned} & \omega^{3\rho} - \frac{4\rho^2 \mu \Gamma\left(\frac{d}{2} + 3\rho - 1\right)}{\Gamma\left(\frac{d}{2} + 1\right)} - \frac{16\alpha_S \mu \rho^2 \omega^{2\rho}}{3} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{d}{2} + \rho - 1\right)}{\Gamma\left(\frac{d}{2} + 1\right)} + \frac{64\alpha_S \mu \rho^2 \ell (\bar{S}_1 \bar{S}_2) \omega^{4\rho}}{3\mu_1\mu_2} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{d}{2} - \rho - 1\right)}{\left(\frac{d}{2} + 1\right)} + \\ & + \frac{2\rho^2 \alpha_S \ell (\ell + 1) \cdot \omega^{4\rho} \Gamma\left(\frac{d}{2} - \rho - 1\right)}{\mu \left(\frac{d}{2} + 1\right)} - \left(\frac{1}{\mu_1^2} + \frac{1}{\mu_2^2}\right) \cdot \frac{\sigma \mu \rho^2 \omega^{2\rho} (\bar{L}\bar{S})}{3} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{d}{2} + \rho - 1\right)}{\Gamma\left(\frac{d}{2} + 1\right)} + \\ & \omega \\ & + 4\rho^2 \alpha_S \mu \left[\frac{S_{12}}{\mu_1\mu_2} + \frac{(\bar{L}\bar{S})}{3} \left(\frac{1}{\mu^2} + \frac{2}{\mu_1\mu_2} \right) \right] \times \frac{\omega^{4\rho} \Gamma\left(\frac{d}{2} - \rho - 1\right)}{\Gamma\left(\frac{d}{2} + 1\right)} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

μ_1, μ_2 және μ параметрлерінің функциясы ретінде.

μ_1, μ_2 массасы бар скаляр бөлшектердің әсерлесу гамильтонианы мына түрде жазылады:

$$H = \frac{1}{2\mu_1} P_1^2 + \frac{1}{2\mu_2} P_2^2 + V(r_1 - r_2), \quad (3)$$

Мұндағы $V(r_1 - r_2) - W_{i,j}$ арқылы анықталатын әсерлесу потенциалы, онда әсерлесу гамильтонианының меншікті мәні болып табылады [6], яғни

$$H\psi(r_1, r_2) = E(\mu_1, \mu_2)\psi(r_1, r_2). \quad (4)$$

Онда $\lim_{|x| \rightarrow \infty} J(\mu_1, \mu_2) \Rightarrow \exp\{-x \cdot E(\mu_1, \mu_2)\}$ өрнегінен минимум шартынан μ_j үшін мына теңдеуді аламыз [16]:

$$\mu_j - \frac{m_j^2}{\mu_j} + 2\mu_j \frac{dE(\mu_1, \mu_2)}{d\mu_j} = 0; \quad (5)$$

μ_1, μ_2 параметрлері массаның өлшемі. Алдағы есептеулерде жаңа параметр енгіземіз:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \quad (6)$$

Онда (5) өрнек мына түрде жазылады:

$$M = \mu_1 + \mu_2 + \mu \frac{dE}{d\mu} + E(\mu), \quad E(\mu_1, \mu_2) = E(\mu), \quad (7)$$

мұндағы

$$\mu_1 = \sqrt{m_1^2 - 2\mu^2 \frac{dE}{d\mu}}; \quad \mu_2 = \sqrt{m_2^2 - 2\mu^2 \frac{dE}{d\mu}}. \quad (8)$$

Біздің әдісімізде байланыс күйінің энергетикалық спектр мен толқындық функциясы Шредингер теңдеуінен μ конституенттік массасымен анықталады. Әсерлесудің релятивистік табиғатымен байланысты түзетумен емес, әсерлесу потенциалына тек түзетумен ғана емес, сонымен қатар (8) өрнекте μ_1 , μ_2 , параметрлері арқылы да ескеріледі. Сондықтан әр түрлі авторлар анықтаған атомдық және адрондық байланыс күйлерінің қасиетін сипаттау үшін стандартты потенциалдарды пайдаланып конституенттік массасы бар Шредингер теңдеуінен (ШТ) релятивистік түзету спектрін анықтаймыз [4, 5].

(5) өрнек және (6) өрнекке орай құрамға енетін массасы мен конституентті массасын анықтау үшін μ параметрі бойынша дифференциалдаймыз. Бірақ, байланыс энергиясы (БЭ) мен осциллятор жиілігі μ_1 , μ_2 және μ параметрлерінен тәуелді. Сондақтан, полярлық координаталар жүйесінде келесі түрде жазамыз:

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{\mu}}; \quad x = \frac{1}{\sqrt{\mu_1}}; \quad y = \frac{1}{\sqrt{\mu_2}}.$$

Сәйкесінше келесі түрде декарт координаталар жүйесіне өтеміз:

$$x = \rho \sin \varphi; \quad y = \rho \cos \varphi.$$

Онда, ρ бойынша дифференциалдау

$$\frac{\partial}{\partial \rho} = \frac{\partial \rho}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial y} \cdot \frac{\partial}{\partial y}$$

түрінде жазылады.

Полярлық координаталардағы бұрыш былай анықталады:

$$\sin \varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{\mu_1}}; \quad \cos \varphi = \frac{y}{\rho} = \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{\mu_2}}; \quad \sin^2 2\varphi = \frac{4\mu_1\mu_2}{(\mu_1 + \mu_2)^2}.$$

Онда, жоғарыдағыларды ескере отырып, μ параметрі бойынша дифференциалдауды келесі жолмен анықтаймыз:

$$\frac{d}{d\mu} = \frac{\mu_1}{\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial \mu_1} + \frac{\mu_2}{\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial \mu_2} \quad (9)$$

φ -ді анықтауға қажет болатын μ_1 , μ_2 параметрлерінің мәндерін бірдей кварктерден тұратын мезондардың массалық спектрін зерттеу кезінде анықтауға болады [7, 8]. Әр түрлі күйлер үшін $\sin^2(2\varphi)$ -функцияның мәні 1-кестесінде көрсетілген:

1-кесте – Әр түрлі күйлер үшін $\sin^2(2\varphi)$ -функцияның мәні

| | ℓ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|--------------|---------|----------|----------|----------|----------|
| $(s\bar{u})$ | $s = 0$ | 0,992875 | 0,999666 | 0,999774 | 0,999837 |
| | $s = 1$ | 0,997759 | 0,999698 | 0,999736 | 0,999942 |
| $(s\bar{c})$ | $s = 0$ | 0,807754 | 0,808331 | 0,823756 | 0,840549 |
| | $s = 1$ | 0,888376 | 0,820645 | 0,820192 | 0,832748 |
| $(s\bar{b})$ | $s = 0$ | 0,391901 | 0,403142 | 0,425912 | 0,45012 |
| | $s = 1$ | 0,476458 | 0,414885 | 0,422155 | 0,441368 |
| $(u\bar{c})$ | $s = 0$ | 0,745768 | 0,79529 | 0,813268 | 0,831916 |
| | $s = 1$ | 0,858996 | 0,808458 | 0,808788 | 0,827522 |
| $(u\bar{b})$ | $s = 0$ | 0,342526 | 0,395436 | 0,416274 | 0,441653 |
| | $s = 1$ | 0,444421 | 0,403954 | 0,411805 | 0,436346 |
| $(b\bar{s})$ | $s = 0$ | 0,730952 | 0,744102 | 0,754503 | 0,76362 |
| | $s = 1$ | 0,736189 | 0,744947 | 0,75398 | 0,762392 |

(9) өрнекті ескере отырып (1) өрнектен, азғантай ықшамдаулар жасағаннан кейін $\frac{dE}{d\mu}$ үшін төмендегі өрнекті аламыз:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{d\mu} = & \frac{\omega^{2\rho} \Gamma\left(\frac{d}{2} + 1\right)}{8\rho^2 \mu \cdot \Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} + \frac{32\alpha_S \ell (\bar{S}_1 \bar{S}_2) \omega^{3\rho}}{9\mu_1 \mu_2} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{d}{2} - \rho - 1\right)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} - \frac{2\alpha_S}{6\mu^3} \times \\ & \times \frac{\ell(\ell+1) \cdot \omega^{3\rho}}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} \Gamma(2\rho\ell) + \frac{2}{\mu} \left(\frac{1}{\mu_1^2} + \frac{1}{\mu_2^2} \right) \cdot \frac{\sigma(\bar{L}\bar{S})}{12} \cdot \frac{\omega^\rho \Gamma(2\rho + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} - \\ & - \frac{\alpha_S}{3} \left[\frac{S_{12}}{\mu_1 \mu_2} + \frac{(\bar{L}\bar{S})}{3} \left(\frac{1}{\mu^2} + \frac{2}{\mu_1 \mu_2} \right) \right] \times \frac{2\omega^{3\rho} \Gamma\left(\frac{d}{2} - \rho - 1\right)}{\mu \Gamma(3\rho + 2\rho\ell)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Ыңғайлы болу үшін ары қарай жасалатын есептеулер кезінде келесі параметризацияны енгіземіз, яғни өлшемсіз параметрлерге өтеміз

$$\omega^\rho = Z \cdot \sqrt{\sigma}; \quad \mu = x \cdot \sqrt{\sigma}; \quad x = Z \cdot u. \quad (11)$$

Спиндік әсерлесуді ескере отырып, синглеттік және триплеттік күйлер үшін аналитикалық нәтижелерді келтіреміз. Синглет күй үшін БЭ:

$$\begin{aligned} \frac{E_S}{\sqrt{\sigma}} = & \frac{Z_S^2 \Gamma(2 + \rho + 2\rho\ell)}{8\rho^2 x_S \Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} + \frac{1}{Z_S} \frac{\Gamma(4\rho + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} - \frac{4\alpha_S Z_S \Gamma(2\rho + 2\rho\ell)}{3 \Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} - \\ & - \frac{\alpha_S Z_S^3}{6x_S^2 \rho} \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} \cdot \sin^2(2\varphi_S) + \frac{\alpha_S Z_S^3 (1 + \ell)}{12x_S^2 \rho} \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)}, \end{aligned} \quad (12)$$

және триплет күй үшін:

$$\begin{aligned} \frac{E_t}{\sqrt{\sigma}} = & \frac{Z_t^2 \Gamma(2 + \rho + 2\rho\ell)}{8\rho^2 x_t \Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} + \frac{1}{Z_t} \frac{\Gamma(4\rho + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} - \frac{4\alpha_S Z_t \Gamma(2\rho + 2\rho\ell)}{3 \Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} + \\ & + \frac{\alpha_S Z_t^3}{18x_t^2 \rho} \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} \sin^2(2\varphi_t) + \frac{\alpha_S Z_t^3 (1 + \ell)}{12x_t^2 \rho} \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} - \\ & - \frac{Z_t \ell}{24x_t^2} \frac{\Gamma(2\rho + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2(2\varphi_t) \right) + \frac{\alpha_S Z_t^3}{18x_t^2 \rho} \left[\frac{\ell}{2\ell + 3} \cdot \sin^2(2\varphi_t) + 1 \right] \times \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)}. \end{aligned} \quad (13)$$

(1) өрнектен u параметрі үшін өрнек аламыз. Бұл теңдеу синглет күй үшін де, триплет күй үшін де былай жазылады:

$$1 - \frac{u\sqrt{u}}{\sqrt{\frac{m_1^2 u}{\sigma Z^2} + W}} - \frac{u\sqrt{u}}{\sqrt{\frac{m_2^2 u}{\sigma Z^2} + W}} = 0, \quad (14)$$

мұндағы параметрлер синглет күй үшін және триплет күй үшін сәйкесінше $u = u_S, u_t$, $Z = Z_S, Z_t$, $W = W_S, W_t$ түрінде жазылады.

Z_S және Z_t параметрлері мыаған тең болады

$$Z_S^2 = \frac{4\rho^2 \Gamma(4\rho + 2\rho\ell) u_S}{Z_{0S}};$$

$$Z_t^2 = \frac{4\rho^2 \Gamma(4\rho + 2\rho\ell) u_t + \frac{\rho^2 \ell}{3u_t} (\sin^4 \varphi_t + \cos^4 \varphi_t) \cdot \Gamma(2\rho + 2\rho\ell)}{\left[Z_{0t} + \frac{2\alpha_S \rho}{3u_t} \left[\frac{\ell}{2\ell + 3} \cdot \sin^2(2\varphi_t) + 1 \right] \Gamma(1 + 2\rho\ell) \right]}; \quad (15)$$

мұнда келесі белгілеулер қолданылған:

$$Z_{0S} = \Gamma(2 + \rho + 2\rho\ell) - \frac{16}{3} \alpha_S u_S \rho^2 \Gamma(2\rho + 2\rho\ell) - \frac{2\alpha_S \rho}{u_S} \Gamma(1 + 2\rho\ell) \cdot \sin^2 2\varphi_S + \frac{\alpha_S \rho(1 + \ell)}{u_S} \Gamma(1 + 2\rho\ell);$$

$$Z_{0t} = \Gamma(2 + \rho + 2\rho\ell) - \frac{16}{3} \alpha_S u_t \rho^2 \Gamma(2\rho + 2\rho\ell) - \frac{2\alpha_S \rho}{3u_t} \Gamma(1 + 2\rho\ell) \cdot \sin^2 2\varphi_t + \frac{\alpha_S \rho(1 + \ell)}{u_t} \Gamma(1 + 2\rho\ell).$$

W_S, W_t параметтері келесі жолмен анықталады:

$$W_S = \frac{u_S}{4\rho^2} \frac{\Gamma(2 + \rho + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} + \frac{2\alpha_S}{3\rho} \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} \cdot \sin^2(2\varphi_S) + \frac{\alpha_S(1 + \ell)}{3\rho} \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)},$$

$$W_t = \frac{u_t}{4\rho^2} \frac{\Gamma(2 + \rho + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} - \frac{2\alpha_S}{3\rho} \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} \sin^2(2\varphi_t) +$$

$$+ \frac{\alpha_S(1 + \ell)}{3\rho} \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} + \frac{2\alpha_S}{9\rho} \left[\frac{\ell}{2\ell + 3} \cdot \sin^2(2\varphi_t) + 1 \right] \times \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)}. \quad (16)$$

(12) және (13) көрсетілген теңдеулер элементар жолмен есептеледі, және біз құрамдас бөлшектедің массасын, конституентті массасын анықтай аламыз. Мұндай жағдайда, БЭ үшін жазылған өрнекті ескере отырып (6) өрнектен мезонның массасын анықтай аламыз [4, 5].

Мезондардың массасына меншікті энергияның қосатын үлесі

Құрамға енетін бөлшектердің әсерлесуі калибрлік өрістерді алмасу арқылы жүзеге асады, яғни біз қолданған әсерлесу потенциалы барлық мүмкін болатын Фейнман диаграммалары арқылы анықталады. Әсерлесудің екі түрі бар: біріншісі – құрамға енетін бөлшектердің калибрлік өріс арқылы әсерлесуі, ал ол алмасу диаграммалары арқылы жүзеге асады, екіншісі – құрамға енетін бөлшектердің өзара әсерлесуі, яғни меншікті энергия диаграммасы. Алмасу диаграммасы релятивистік емес жағдайда потенциалды әсерлесуге сәйкес келеді, ал меншікті энергия диаграммасы бөлшек массасының қайта нормалануын анықтайтын потенциалды емес әсерлесуге сәйкес келеді. Меншікті энергия диаграммасының енгізілуі [9] жұмыста егжей-тегжейлі қарастырылған және былай жазылады

$$\Delta H_{SE} = -\frac{6\sigma}{\pi} \left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right) \quad (17)$$

мұндағы μ_1 және μ_2 – құрамға енетін бөлшектердің конституентті массы, σ – струнаның созылуы. Меншікті энергия диаграммасын ескерген кездегі байланысқан күйдің массасы:

$$\frac{M}{\sqrt{\sigma}} = \frac{\mu_1}{\sqrt{\sigma}} + \frac{\mu_2}{\sqrt{\sigma}} + x \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{E}{\sqrt{\sigma}} \right) + \frac{E}{\sqrt{\sigma}} - \frac{6\sqrt{\sigma}}{\mu\pi}. \quad (18)$$

Алынған сандық есептеулер 2 және 3-кестеде көрсетілген.

2-кестеде – орбиталды қозған, $(s\bar{u})$ кварктерінен тұратын мезонның энергетикалық және массалық спектрі. БЭ мен массалары $\alpha_s = 0.39$ мәнінде GeV бірлігінде анықталған.

| | ℓ | 0 $\sigma=0.45 GeV^2$ | 1 $\sigma=0.225 GeV^2$ | 2 $\sigma=0.215 GeV^2$ | 3 $\sigma=0.2 GeV^2$ |
|-------|----------------|--------------------------|---------------------------|---------------------------|-------------------------|
| $S=0$ | ρ_S | 0.520 | 0.626 | 0.594 | 0.59 |
| | u_S | 0.4416 | 0.6049 | 0.7647 | 0.8604 |
| | E_S | 1.2826 | 1.4648 | 1.6761 | 1.8783 |
| | μ_1 | 0.51403 | 0.58997 | 0.6416 | 0.6983 |
| | μ_2 | .05302 | 0.6041 | 0.6546 | 0.7103 |
| | $M_{sp} (our)$ | 0.1684 | 1.2549 | 1.6988 | 2.0477 |
| | $M_{sp} (exp)$ | | 1.272±0.007 | | |
| $S=1$ | ρ_S | 0.522 | 0.563 | 0.569 | 0.573 |
| | u_S | 0.7536 | 0.7986 | 0.8727 | 0.9404 |
| | E_S | 1.0373 | 1.4813 | 1.6725 | 1.8681 |
| | μ_1 | 0.7444 | 0.6573 | 0.6829 | 0.7287 |
| | μ_2 | 0.7557 | 0.670 | 0.6952 | 0.7402 |
| | $M_{sp} (our)$ | 0.9878 | 1.4189 | 1.7732 | 2.0896 |
| | $M_{sp} (exp)$ | | | | |

3-кестеде – орбиталды қозған, $(c\bar{u})$ кварктерінен тұратын мезонның энергетикалық және массалық спектрі. БЭ мен массалары $\alpha_s = 0.2$, $\sigma = 0.26 GeV^2$ мәндерінде GeV бірлігінде анықталған.

| | ℓ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|-------|----------------|----------------|--------------|---------|---------|
| $S=0$ | ρ_S | 0.665 | 0.595 | 0.582 | 0.582 |
| | u_S | 0.5454 | 0.7715 | 0.8936 | 0.9742 |
| | E_S | 0.9688 | 1.4322 | 1.7775 | 2.0686 |
| | μ_1 | 1.4201 | 1.4731 | 1.520 | 1.5645 |
| | μ_2 | 0.4977 | 0.63336 | 0.736 | 0.8238 |
| | $M_{sp} (our)$ | 1.815 | 2.443 | 2.8917 | 3.2644 |
| | $M_{sp} (exp)$ | 1.8696±0.0002 | 2.422±0.0013 | | |
| $S=1$ | ρ_S | 0.533 | 0.562 | 0.571 | 0.574 |
| | u_S | 0.8005 | 0.8696 | 0.941 | 1.0104 |
| | E_S | 1.0185 | 1.4396 | 1.7744 | 2.0615 |
| | μ_1 | 1.4395 | 1.4869 | 1.5318 | 1.575 |
| | μ_2 | 0.55078 | 0.6649 | 0.76003 | 0.84368 |
| | $M_{sp} (our)$ | 1.9346 | 2.4836 | 2.9115 | 3.2751 |
| | $M_{sp} (exp)$ | 2.00697±0.0019 | 2.460 | | |

ӘДЕБИЕТ

- [1] Berestetskii V.B., Lifshitz E.M., Pitaevskii L.P. // Quantum Electrodynamics, 2nd Edition, Pergamon Press, Oxford, 1982.
 [2] Weinberg S.; The quantum theory of fields, Cambridge University Press, Cambridge. 1995.
 [3] Artega G.A., Fernandez F.M., Castro E.A. Large orderperturbation theory and summation method sinquantum mechanics // Lecture Notes in Physics. – 1990, Vol.53. – P.78.

- [4] Shifman M.A., Vainshtain A.I., Zakharov V.I. *Nucl. Phys. B.* 1979. V. 147.
 [5] Dosch H.G. *Phys. Lett. B.* 1987.V.190.P. 177; Dosch H.G. and Simonov Yu.A. *Phys. Lett. B.* 1988. V.205. P. 393. – P. 340-350(2005)
 [6] Adler S.L., Davis A.C. // *Nucl. Phys. B*244 (1984) 469.
 [7] Dineykhan M., Zhaugasheva S.A., Nurbakova G.S. Definition of mass spectrum of mesons whit spin-orbit. // International Bogolyubov Conference Problems of Theoretical and Mathematical Physics dedicated to the 100th anniversary of the birth of N.N. Bogolyubov (1909 - 1992), which will be held from 21 to 27 August 2009, at Moscow – Dubna. - P.123. M. Dineykhan, G.V. Efimov and Kh. Namsrai, *Fortschr. Determination of the constituent masses and masses of mesons consisting of light quarks. Phys.* 39, 259(1991).
 [8] Simonov Yu.A. // *Phys. Lett.B.* - 2001 .Vol.515. - P.137.

REFERENCES

- [1] Berestetskii V.B., Lifshitz E.M., Pitaevskii L.P. *Quantum Electrodynamics*, 2nd Edition, Pergamon Press, Oxford, - 1982.
 [2] Weinberg S. *The quantum theory of fields*, Cambridge University Press, Cambridge. - 1995.
 [3] Artega G.A., Fernandez F.M., Castro E.A. *Large orderperturbation theory and summation method sinquantum mechanics*. Lecture Notes in Physics. – 1990, Vol.53. – P.78.
 [4] Shifman M.A., Vainshtain A.I., Zakharov V.I. *Nucl. Phys. B.* 1979. V.147.
 [5] Dosch H.G. *Phys. Lett. B.* 1987. V.190. P. 177.
 [6] Dosch H.G., Simonov Yu.A. *Phys. Lett. B.* 1988.V.205.P. 393.~с.340-350(2005).
 [7] Adler S.L., Davis A.C. *Nucl. Phys. B* 244 (1984) 469.
 [8] Dineykhan M., Zhaugasheva S.A., Nurbakova G.S. *Definition of mass spectrum of mesons whit spin-orbit*. International Bogolyubov Conference Problems of Theoretical and Mathematical Physics dedicated to the 100th anniversary of the birth of N.N. Bogolyubov (1909 - 1992), which will be held from 21 to 27 August 2009, at Moscow – Dubna. - P.123.
 [9] Dineykhan M., Efimov G.V., Namsrai Kh., *Fortschr. Determination of the constituent masses and masses of mesons consisting of light quarks. Phys.* 39, 259(1991).
 [10] Simonov Yu.A. *Phys. Lett. B.* - 2001 .Vol.515. - P.137.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНСТИТУЕНТНЫХ МАСС И МАСС МЕЗОНОВ С ПОМОЩЬЮ ПОЛНОГО ГАМИЛЬТОНИАНА

Г. Нурбакыт, С.Е. Кемелжанова, Е. Махаббат

Казахский Национальный университет им. Аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: гамильтониан взаимодействия, приведенная масса, калибровочные поля, энергетический спектр, квантовый осциллятор, оптическая ловушка.

Аннотация. В работе был рассчитан массовый спектр мезонов состоящих из легких-тяжелых кварков. Определена зависимость конститuentной массы от орбитального квантового числа. Несмотря на то, что не была введена матрица кабиббо-кобаяши-макавы, все характеристики были определены посредством конститuentных масс кварков. При вычислениях мы учитывали октет-синглетное перемешивание. Результаты согласуются с экспериментальными данными как для легких, так и для тяжелых кварков.

Основными результатами данной работы являются:

1. Аналитически определен потенциал взаимодействия с учетом релятивистской поправки. Определена непертурбативная добавка к гамильтониану взаимодействия, которая связана с релятивистской природой системы.

2. Предложен один из альтернативных вариантов учета нелокального характера взаимодействия при определении свойств адронов на больших расстояниях. Определена зависимость конститuentной массы от радиуса конфинмента.

3. Определены массовые спектры мезонов, состоящих из легко-легких, тяжело-тяжелых и легко-тяжелых кварков единым образом, учитывая непертурбативный, нелокальный и непотенциальный характер взаимодействия.

4. Определена ширина лептонного распада векторных мезонов с учетом непертурбативного, нелокального и релятивистского характеров взаимодействия. Определена вероятность радиационного перехода мезонов, состоящего из $(c\bar{c})$, $(b\bar{b})$ и $(c\bar{b})$ кварков, которая обусловлена E1 переходом.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 28 – 33

DETERMINATION OF FLAT SOLAR COLLECTORS OF HEAT LOSSES TO THE ENVIRONMENT

O. A. Auelbekov, N. S. Kataev, M. M. Kunelbayev, G. I. Salgaraeva

Kazakh State Women's Teacher Training University, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: omirlan@mail.ru

Key words: heat, flat solar collector, environment, a heat radiation.

Abstract. This article discusses the definition of flat solar collectors heat loss to the environment. It is suggested that in practical use under consideration will have to take the solar collector solar water heated to 60°C, in some cases - up to 80 ° C. At steady state, the same heat flux passes through an air layer between the heat receiving unit and the glass meets the thermal resistance at the transition to the atmospheric air. Thermal resistance towards glasses sum of the following: thermal resistance of the air layer between the beam assimilated surface of the heat and the facing surface of the glass.

УДК 623

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПОТЕРЬ ПЛОСКИХ ГЕЛИОКОЛЛЕКТОРОВ В ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ

О. А. Ауелбеков, Н. С. Катаев, М. М. Кунелбаев, Г. И. Салгараева

Казахский государственный женский педагогический университет, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: тепло, плоские гелиоколлекторы, окружающая среда, теплоприемник, излучение

Аннотация: В статье рассматривается определение тепловых потерь плоских гелиоколлекторов в окружающую среду. Предлагается, что при практическом использовании рассматриваемого нами солнечного гелиоколлектора придется отводить воду, нагретую до 60°C, в некоторых случаях – до 80°C. При стационарном состоянии один и тот же тепловой поток проходит через слой воздуха между теплоприемником и стеклом, встречает термическое сопротивление при переходе к атмосферному воздуху. Тепловое сопротивление в сторону стекол складывается из следующих величин: термического сопротивления воздушной прослойки между лучепоглощающей поверхностью теплоприемника и обращенной к ней поверхностью стекла.

Задачу вычисления теплотерь солнечного гелиоводонагревателя сведем к самому простейшему случаю – определению стационарного теплового потока от нагретой поверхности в сторону термоизоляционных ограждений. Под этим состоянием мы понимаем такое состояние, при котором разность температур между поглощающей панелью и атмосферным воздухом поддерживается постоянной, что может быть достигнуто путем регулирования впуска в теплоприемник гелиоколлектора холодной и отвода из него нагретой воды.

Постоянство указанной разности температур при постоянной скорости ветра обуславливает неизменность теплотерь гелиоколлектора. При этих условиях температура отводимой воды меняется в зависимости от интенсивности солнечной радиации, поглощаемой теплоприемником.

Предлагается, что при практическом использовании рассматриваемого нами солнечного гелиоколлектора придется отводить воду, нагретую до 60°C, в некоторых случаях – до 80°C.

При стационарном состоянии солнечного коллектора поток тепла предполагается непрерывными, постоянными по величине и направлению, а также постоянными теплопотери от теплоприемника к ограждающей его конструкции.

Тепло, теряемое наружной поверхностью прозрачного перекрытия гелиоколлектора, складывается из теплопотерь путем лучеиспускания ($q_{л2}$) и конвекции ($q_{к2}$).

При установившемся режиме оно равно количеству гелиоколлектора, которое в свою очередь, воспринимается внутренней поверхностью прозрачного перекрытия путем лучеиспускания и конвекции (открытой части теплоприемника, поверхности каналов и воздуха в гелиоколлекторе). Расчетные формулы имеют вид:

$$q_{n2} = q_{л2} + q_{к2} \tag{1}$$

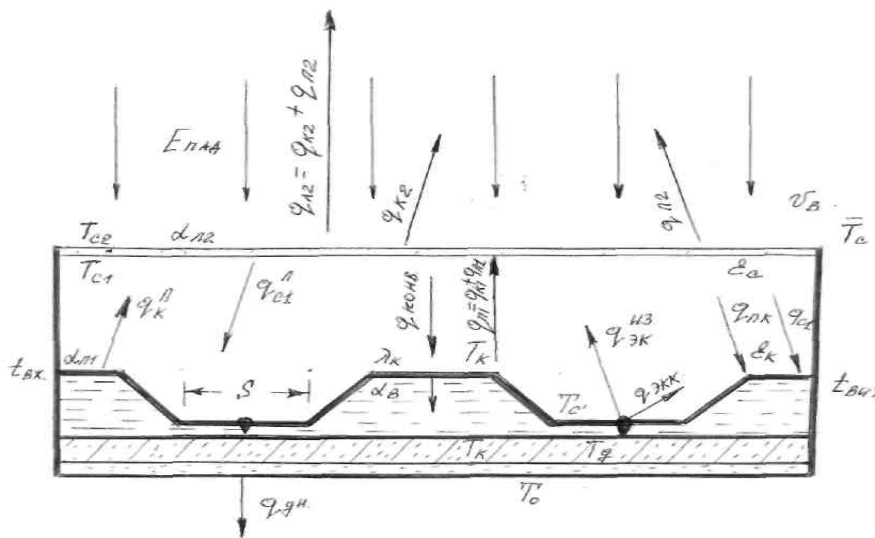
$$q_{к2} = \alpha_2 (T_{c2} - T_0) \tag{2}$$

$$q_{к2} = \alpha_1 (T_k - T_{c1}) \tag{3}$$

$$q_{n1} = q_{л1} + q_{к1} \tag{4}$$

$$q_{n1} = \frac{\lambda_c}{\delta_c} (T_{c2} - T_0), \tag{5}$$

где q_{n2} – тепло, излучаемое наружной поверхностью гелиоколлектора в окружающее пространство, Вт/м²; $q_{л1}$ – тепло, излучаемое поверхностью труб и экранов на внутреннюю поверхность стекла Вт/м²; α_1 – коэффициент теплоотдачи воздуха внутри гелиоколлектора внутренней поверхности стекла Вт/м²; α_2 – коэффициент теплоотдачи наружной поверхности в окружающее пространство Вт/м²; λ_c – коэффициент теплопроводности стекла, Вт/м К; δ_c – толщина стекла, м; T_{c2} – температура наружной поверхности стекла, К; T_{c1} – температура внутренней поверхности в гелиоколлекторе, К; T_k – средняя температура поглощающей поверхности, К; T_0 – температура окружающего воздуха, К.



Модель солнечного гелиоколлектора

После суммирования (1), (2), (3) предварительно решенных относительно температурной разности, получаем

$$\frac{q_n}{\lambda_c / \delta_c} + \frac{q_{k1}}{\alpha_1} + \frac{q_{k2}}{\alpha_2} = T_k - T_0 \tag{6}$$

Подставляя (6) соответственно (2) и (3) q_{k1} и q_{k2} из имеем

$$q_n \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_c}{\lambda_c} + \frac{1}{\alpha_2} \right) - \frac{q_{k1}}{\alpha_1} - \frac{q_{k2}}{\alpha_2} = T_k - T_0 \tag{7}$$

Во втором множителе первого слагаемого левой части (7) сумма термических сопротивлений представляет собой обратную величину коэффициенту теплопередачи конвекцией и теплопроводностью через поверхность стекла:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_c}{\lambda_c} + \frac{1}{\alpha_2}$$

Поэтому, заменяя сумму термических сопротивлений второго множителя левой части (7) первого слагаемого величиной и решая это соотношение относительно, получим:

$$q_n = K(T_k - T_0) + \frac{K}{\alpha_1} q_{\lambda 1} + \frac{K}{\lambda_c} q_{\lambda 2} \quad (8)$$

Если поверхность стекла равна 1 м^2 , а $F_c \text{ м}^2$, то можно записать так:

$$q_n F_c = k F_c (T_k - T_0) + \frac{k F_c}{\alpha_1} q_{\lambda 1} + \frac{k F_c}{\lambda_c} q_{\lambda 2} \quad (9)$$

Температуры, входящие в формулу, нам известны. Таким образом, задача сводится к определению общего термического сопротивления: во-первых, застекления, во-вторых, дна и, наконец, боковых стенок коробки гелиоколлектора.

Потери в сторону застекления. Тепловой поток, идущий от теплоприемника в сторону застекления, преодолевает термическое сопротивление прослоек воздуха и стекол.

При стационарном состоянии один и тот же тепловой поток проходит через слой воздуха между теплоприемником и стеклом, встречает термическое сопротивление при переходе к атмосферному воздуху.

Ввиду малости влияния термического сопротивления стекол на величину теплового потока от теплоприемника к атмосферному воздуху в дальнейших расчетах не учитывается.

Таким образом, тепловое сопротивление в сторону стекол складывается из следующих величин: термического сопротивления воздушной прослойки между лучепоглощающей поверхностью теплоприемника и обращенной к ней поверхностью стекла.

$$\frac{1}{K_1} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{8c}{\lambda_c} \quad (10)$$

Коэффициент теплоотдачи от воздуха внутри гелио коллектора к внутренней плоской поверхностью стекла, обращенной вниз, определяется по формуле, заимствованной из работы [1].

Для угла наклона +45

$$Nu_m = 0,60 (G_r P_r)^{0,25}$$

для угла наклона 30

$$Nu_m = 0,56 (G_r P_r)^{0,25}$$

или для упрощенных случаев

$$\alpha_1 = 200 \sqrt[4]{T_k - T_{c1}} \quad (11)$$

Принимая во внимание, что формула $T_{c1} = C_1 T_k + (1 - C_1) T_0$ (11) может быть переписана так:

$$\alpha_1 = 2(1 - C_1)^{1/4} (T_k - T_0)^{1/4} \quad (12)$$

где C_1 – некоторые функции от T_k , T_0 , V_v скорости ветра, φ – расположения труб $d_{\text{эф}}$ и их диаметры, величины термического сопротивления стекла гелиоколлектора и пр.

Зависимость C_1 от указанных параметров раскрывается ниже.

В случае, когда угол наклона теплоприемника составляет 30° , теплоотдачу можно рассчитывать следующим образом:

$$Nu_m = 0,60 (G_r P_r)^{0,25}, \alpha^1 = Nu \frac{\lambda_m}{d} \quad \alpha \approx 1,3 \alpha^1$$

При угле наклона теплоприемника 45° по формуле, откуда

$$Nu_m = 0,56 (G_r P_r)^{0,25}$$

Термическое сопротивление атмосферного воздуха, прилегающего к наружному стеклу гелиоколлектора, определяется равенством:

$$\frac{1}{K_2} = \frac{1}{\alpha_2} + \frac{8c}{\lambda_c}$$

где α_2 вычисляется по формуле $Nu=0,56 Re^{0,76}$ (критериальные обработки исследований теплообмена плоского теплоприемника) или для упрощенных случаев

$$\alpha_2 = a + b \left(V_B \frac{239}{T} \right)^n \quad (13)$$

Значения коэффициентов a , b , n рассмотрены в таблице 1.

Таблица 1 – Значения коэффициентов a , b , n от скорости ветра

| Скорость ветра | a | b | n |
|--------------------|-----|-----|------|
| $V_B > 5$ м/с | 4,8 | 3,4 | 1,00 |
| $5 < V_B < 30$ м/с | 0,0 | 6,2 | 0,78 |

По закону Стефана – Больцмана и формуле Нуссельта

$$\alpha_\lambda = a(\mathcal{G})$$

где $a = \frac{\left[\frac{T_{c2}}{100} - \frac{T_g}{100} \right]^4}{T_{c2} - T_0}$ температурный фактор излучения и $\mathcal{G} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{1}{\varepsilon_3}}$ приведенный

коэффициент лучеиспускания параллельных поверхностей.

Принимаем следующие значения коэффициентов лучеиспускания: для поверхности теплоприемника – 4,46, для стекол – 4,40 для абсолютного черного тела – 4,90. В целях упрощения нахождения коэффициента теплопередачи лучеиспускания (α_λ) в зависимости от температур поверхностей удобно пользоваться специальными таблицами и диаграммами [2].

Количество тепла ($q_{\lambda 1}$), переданное лучеиспусканием на внутреннюю поверхность стекла гелиоколлектора, складывается из:

1) тепла, излучаемого поверхностью канала стекла солнечного гелиоколлектора:

$$q_{\lambda 1} = 4,9 \varepsilon \psi \pi \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad (14)$$

где

$$\varepsilon = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_T} + \varphi \left(\frac{1}{\varepsilon_c} - 1 \right)} - \text{приведенный коэффициент излучения.}$$

Ψ – коэффициент сравнения с теплообменом двух параллельных плоскостей, полученный в результате обработки данных – работы [3].

Так как в являются функциями от φ , то принимая уравнение может быть записано так:

$$\Psi = \varphi(3,26 - 3,92\varphi + 2,06\varphi^2 - 0,40\varphi^3)$$

Так как в (14) ε и Ψ являются функциями от φ , то, принимая $\varepsilon_T = \varepsilon_c \approx 0,94$ [4], уравнение (13) может быть записано так:

$$q_c = A \left(\frac{T_c}{100} \right)^4 \quad (15)$$

где A есть функция от φ . Численное значение коэффициента в зависимости от приведено в таблице 2.

Таблица 2 – Зависимость коэффициента А от φ

| | | | | | | | | | |
|---|------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|
| φ | 0,00 | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,2 | 0,25 | 0,3 | 0,4 | 0,5 |
| А | 0,00 | 0,111 | 0,419 | 0,274 | 1,47 | 2,10 | 2,38 | 0,54 | 6,10 |

2) Тепло, излучаемое открытой частью теплоприемника на стекло $q_{ок}$ гелиоколлектора:

$$q_{ок} = 4,9\epsilon_c(1-\varphi)\left(\frac{T_k}{100}\right)^4 \quad (16)$$

где $(1-\varphi)$ – доля свободной поверхности теплоприемника.

3) Тепло, излучаемое внутренней поверхностью стекла на каналы и открытые части теплоприемника

$$q_{c1} = -4,9\epsilon_c(1-\varphi)\left(\frac{T_{c1}}{100}\right)^4 \quad (17)$$

Также $q_{\lambda1} = q_c + q_{ок} + q_{c1}$, то суммируя (15), (16) и (17) получаем:

$$q_{\lambda1} = A\left(\frac{T_c}{100}\right)^4 + 4,9\epsilon_c\left[(1-\varphi)\left(\frac{T_k}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{c1}}{100}\right)^4\right] \quad (18)$$

Тепло $q_{\lambda1}$, излучаемое наружной поверхностью гелиоколлектора в окружающее пространство, определяется по обычной формуле и равно:

$$q_{\lambda2} = 4,9\epsilon_c\left[\left(\frac{T_{c2}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T}{100}\right)^4\right] \quad (19)$$

Подставляя значения $q_{\lambda1}$ и $q_{\lambda2}$ соответственно из (17) и (18) в (19) в получим

$$q_n = k(T_k - T_0) + \frac{k}{\alpha_1} \left\{ A\left(\frac{T_c}{100}\right)^4 + 4,9\epsilon_c\left[(1-\varphi)\left(\frac{T_k}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{c1}}{100}\right)^4\right] \right\} + \frac{k}{\alpha_2} \left[4,9\epsilon_c\left[\left(\frac{T_{c2}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T}{100}\right)^4\right] \right] \quad (20)$$

Ниже приведены зависимости q_n общей тепловой потери как функции температуры теплоприемника (T_k) при $V_b = 300$ К, $\alpha_n = 6,2$ Вт/м² ч °С, $E_{пад} = 700$ Вт/ м² ч, $V_l = 0,96$, $\alpha_{ст} = 0,87$, $\delta_{из} = 0,08$ мм, $\lambda_c = 0,04$ Вт/ м² ч °С.

Таблица 3 – Зависимость общей тепловой потери q_n как функции температуры тепловоспринимающей поверхности T_k

| Теплопотери Вт/м ² | Температура, °С | | | | | |
|---|------------------------|-----------------------|---------------------|---------------------|-------------------|-------------------|
| | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| | 323 | 333 | 343 | 353 | 363 | 375 |
| Теплопотери через прозрачное покрытие в окружающее пространство | $\frac{100,5}{80,42}$ | $\frac{168,0}{125,6}$ | $\frac{228,7}{176}$ | $\frac{281,0}{226}$ | $\frac{352}{283}$ | $\frac{449}{361}$ |
| Теплопотери через дно установки | 6,5 | 11 | 15,5 | 20 | 24,5 | 29 |
| Теплопотери через боковые стенки установки | 1,56 | 2,64 | 3,72 | 4,8 | 5,9 | 6,9 |
| $\sum q_n$ теплопотери | $\frac{108,56}{80,42}$ | $\frac{168,0}{125,6}$ | $\frac{228,7}{176}$ | $\frac{281,0}{226}$ | $\frac{352}{283}$ | $\frac{449}{361}$ |
| <p>Примечание: В суммарной теплопотере $\sum q_n$ в числителе подсчитана по формуле $Nu = 0,32 Re^{0,8}$ (а), а в знаменателе $\sum q_n$ посчитана по формуле $Nu = 0,32 Re^{0,76}$ (б). При подсчете суммарной теплопотери по двум формулам (а) и (б) доля погрешности составляет 30%.</p> | | | | | | |

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бояринцев Д.М. Теплопередача через жидкостные и газовые прослойки // Ж.Т.Ф. – 1950. – Т. XX, вып. 9.
- [2] Klein S.A. Calculation of Flat-Plane-Plate Collectors loss Coefficients Solar Energy. – 1975. – Vol. 17, N 1,9–80.
- [3] Ozoc H., Sayama H., Churehille S.W. Natural convection in an Inclined Rectangular Chanal at Various Aspect Ratios and Angles Experimental Measurements // International of Heat and Mass Transfer in Press.
- [4] Михеев М.А. Основы теплопередачи. – М.: Мир, 1983. – 512 с.

REFERENCES

- [1] Boyarintsev D.M. *Heat transfer through the layer of liquid and gas*. Zh.T.F., V.XX, 1950, vol. 9. (in Russ.).
- [2] Klein S.A. *Calculation of Flat-Plane-Plate Collectors loss Coefficients Solar Energy*, 1975, vol. 17, No 1,9–80. (in Eng).
- [3] Ozoc H., Sayama H., Churehille S.W. *Natural convection in an Inclined Rectangular Chanal at Various Aspect Ratios and Angles Experimental Measurements*. International of Heat and Mass Transfer in Press. (in Eng).
- [4] Mikheev M.A. *Osnovy teploperedachi*. 1983, M., Mir, 512 p. (in Russ.)

**ЖАЗЫҚ ГЕЛИОКОЛЛЕКТОРДЫҢ ЖЫЛУЫН ҚОРШАҒАН ОРТАДА
ЖОҒАЛТУЫН АНЫҚТАУ**

Ауелбеков О.А., Катаев Н.С., Кунелбаев М.М., Салғараева Г.И.

Қазақ мемлекеттік қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан

Тіре сөздер: жылу, жазық гелиоколлекторлар, қоршаған орта, жылу қабылдағыш, сәуле шығару.

Аннотация: Берілген мақалада жазық гелиоколлектордың қоршаған ортадағы жылудың таралып жоғалуы талқыланады. Қарастырылып жатқан күн сәулесі гелиоколлекторын іс жүзінде қолдану барысында 60°C тан кейбір жағдайда 80°C қа дейін қыздырылған суды бұру ұсынылады. Стационар қалып күй жағдайында жылу ағысы жылу қабылдағыш пен шыны арасындағы ауа қабаты арқылы өтеді және атмосфералық ауаға ауысу барысында термикалық кедергіге тап болады. Шыны бағытындағы жылу кедергісі келесі өлшемдерден тұрады: жылу қабылдағыштың сәуле жұтатын беті мен оған бағытталған шыны бетінің арасындағы ауа қабатының термикалық кедергісі.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 33 – 37

**THE RESEARCH OF INFLUENCE OF TEMPERATURE
ON STABILITY IN NETWORKS
OF FIBER-OPTIC CONNECTION LINES**

K. T. Bazhikov, A. O. Kasimov, R. R. Rakhimzhanov, D. B. Kenzhebayev

Kazakh National University named after al-Farabi, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: bajyk@mail.ru

Keywords: fiber, optic, links, heat, chamber.

Abstract. The experiment allowed to determine the stability of the optical radiation transmitter – receiver module at the changing temperature of the ambient. Changing temperature was carried out anywhere from -40 to +70°C, in both experiments the influence of temperature to signal attenuation was minor.

The aim of the experimental studies is a checking attenuation on the main line portion depending on the magnitude of changes in the temperature range. For experimental research a poster module was made that allows to: investigate the dependence of the optical power of the transmitter on the temperature; investigate the dependence of temperature on the mechanical properties of the cable and the consequent verification of probabilistic additional damping.

Change the output power transceiving module with temperature range of 100° c is only 0.3 db. that is, the frequency characteristics of the test signal is substantially independent of temperature within the specified range.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ НА УСТОЙЧИВОСТЬ В СЕТЯХ ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ ЛИНИЙ СВЯЗИ

К. Т. Бажиков, А. О. Касимов, Р. Р. Рахымжанов, Д. Б. Кенжебаев

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: волоконно-оптические линии связи, термокамера.

Аннотация. Эксперимент позволил определить стабильность оптического излучения приемо-передающего модуля при изменении температуры окружающей среды. Изменение температуры осуществлялось в пределах от -40 до $+70^{\circ}\text{C}$, в обоих экспериментах влияние температуры на затухание сигнала оказались незначительными.

Установление сигнала в сети волоконно-оптические линий связи (ВОЛС) зависит от температуры [1].

Экспериментальных данных, поясняющих изменения величины затуханий от изменения температурного диапазона, недостаточно.

Целью экспериментальных исследований, является проверка затухания сигнала на участке магистральной линии в зависимости от величины изменений температурного диапазона.

Для проведения экспериментальных исследований был разработан стендовый модуль, который позволяет:

- исследовать зависимость мощности оптического передатчика от температуры;
- исследовать зависимость температуры на изменения механических свойств кабеля и как следствие этого проверка вероятностных дополнительных затуханий.

Для проведения экспериментальных исследований были применены [2]:

Термокамера Heraeus Votsch, приемо-передающий оптический модуль, анализатор ошибок HP 70842 А, оптический аттенюатор, блок питания HP E3631A, генератор Anritsu MP1632A, электронный осциллограф HP 83480A.

Термокамера Heraeus Votsch – диапазон изменяемых температур внутри оборудования составляет от -60 до $+125^{\circ}\text{C}$. Внутренний объем 2700 л; скорость повышения температуры – $10^{\circ}\text{C}/\text{мин}$, скорость понижения $-5^{\circ}\text{C}/\text{мин}$ равномерно по всему объему; габаритные размеры внутреннего объема (ШхГхВ) 1500х1500х1200 мм; постоянство температуры $\pm 1,5^{\circ}\text{C}$, разброс температуры по объему $\pm 1,5^{\circ}\text{C}$; смотровое окно 500х500 мм; водяное охлаждение; масса 2030 кг. Камера имеет два сменных дна: одно с отверстием под вибростенд, для совместной работы с ним (в комплекте крепления и защитная пленка), второе глухое, для работы в режиме термокамеры. Пульт управления камеры выносной. Длина соединительных кабелей до 10 м. Для проведения наиболее точных измерений в термокамере необходимо выдерживать не менее 20 – 30 минутные паузы после установления необходимой температуры [2].

Оптический аттенюатор – используется для внесения затуханий в волоконно-оптическую линию, представляющую из себя одномодовое волокно марки Corning optical fiber с размерами сердцевины и оболочки 8/125 мкм и длиной волны 1,3...1,55 мкм. Для проведения исследования взята длина $L_{\text{опт}}=1$ м [3].

При проведении эксперимента с генератора последовательности импульсов на передающую часть модуля подается псевдослучайная последовательность импульсов определенной частоты. Приемо-передающий модуль осуществляет преобразование входного электрического сигнала в оптический и передает его в линию связи. С помощью аттенюатора в линию вносится затухание, что приводит к снижению мощности передаваемого сигнала. На приемную часть модуля поступает маломощный сигнал, что может привести к неверному его приему и дешифрированию. Принятый сигнал подается на анализатор ошибок и сравнивается с исходным, таким образом, определяется достоверность принятого сигнала. Схема измерительного стенда показана на рисунке 1.

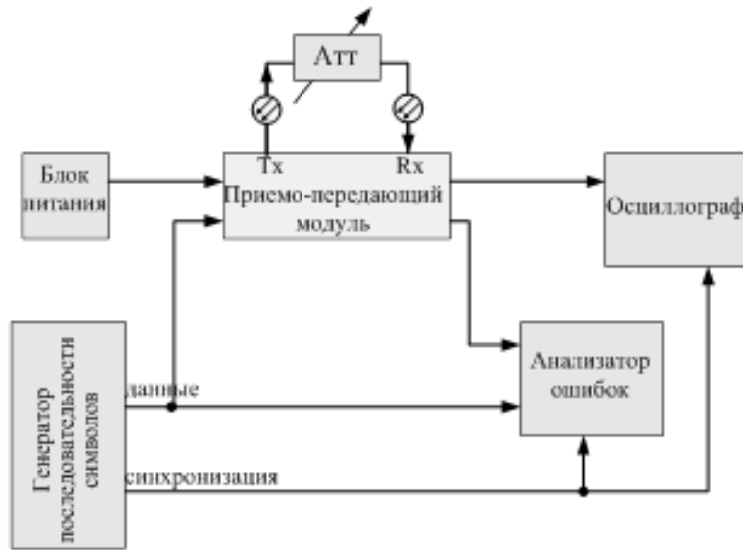


Рисунок 1 – Схема измерительного стенда

При проведении эксперимента вносимые в линию затухания считались приемлемыми до достижения порогового значения BER=10⁻¹⁰. При достижении этого уровня ошибки анализатор выдавал информацию о превышении порогового уровня и сбое синхронизации.

Зависимость мощности оптического передатчика от температуры.

В эксперименте требовалось определить стабильность оптического излучения приемо-передающего модуля при изменении температуры окружающей среды. Эксперимент проводился по схеме, показанной на рисунке 1. Исследуемый модуль был подключен к измерительному оборудованию и помещен в термокамеру, где осуществлялось изменение температурного диапазона окружающей среды в пределах от -40 до +70°С. С генератора последовательности символов на анализатор ошибок и бортовой приемо-передающий оптический модуль подавалась псевдослучайная последовательность символов PRBS7 с частотой 1 ГГц. С помощью аттенюатора в линию связи вносилось затухание до тех пор, пока коэффициент ошибок не достигал предельного значения 10⁻¹⁰. Полученная величина затухания фиксировалась в таблице вместе с показателем температуры, установленным в термокамере для исследуемого модуля. Изменение температуры окружающей среды влияет на мощность излучения лазерного диода. Зависимость затухания от температуры представлена в таблице 1 и на рисунке 2.

Таблица 1 – Зависимость затухания от температуры

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|------|------|------|-----|----|----|----|----|----|----|-------|------|-------|------|------|
| a, dB | 19,9 | 19,9 | 19,9 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20,05 | 20,1 | 20,15 | 20,2 | 20,2 |
| T, °C | -40 | -30 | -20 | -10 | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 |

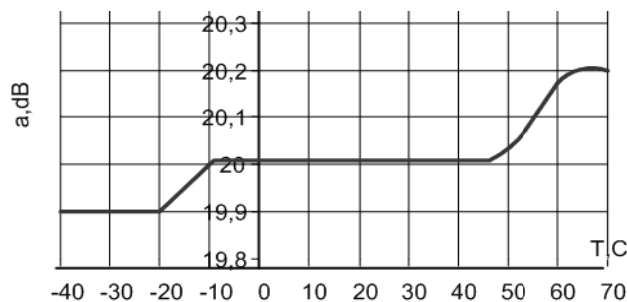


Рисунок 2 – Зависимость затуханий вносимых в линию от температуры

Из рисунка 2 видно, что благодаря схеме термостабилизации, влияние температуры на выходную мощность передатчика сведено к минимуму. Изменение выходной мощности приемо-передающего модуля при температурном разбросе в 100°C составляет всего 0,3 дБ.

Влияние затухания ВОЛС на скорость передаваемой информации при различной температуре окружающей среды.

Второй эксперимент проводился аналогично первому, при этом фиксировалось допустимое вносимое затухание в линию в зависимости от скорости передаваемой информации при разных температурах окружающей среды. Исследование было произведено для следующих температур окружающей среды: $t_1=-30^\circ\text{C}$, $t_2=-10^\circ\text{C}$, $t_3=20^\circ\text{C}$, $t_4=40^\circ\text{C}$, $t_5=60^\circ\text{C}$. Полученные зависимости представлены в таблице 2 и на рисунке 3.

Таблица 2 – Зависимость затухания

| | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $t_1 = -30^\circ\text{C}$ | | | | | | | | | | | | |
| $f, \text{ГГц}$ | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,75 | 1 | 1,25 | 1,5 | 1,75 | 2 | 2,25 | 2,5 |
| $a, \text{дБ}$ | 21,4 | 23,2 | 23,8 | 22,4 | 21,4 | 20 | 21,4 | 21,3 | 19,6 | 19,6 | 19,6 | 18,4 |
| $t_2 = -10^\circ\text{C}$ | | | | | | | | | | | | |
| $f, \text{ГГц}$ | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,75 | 1 | 1,25 | 1,5 | 1,75 | 2 | 2,25 | 2,5 |
| $a, \text{дБ}$ | 21,2 | 23,4 | 23,8 | 22,2 | 21,4 | 20 | 21 | 21 | 19,6 | 19,5 | 19,5 | 18,4 |
| $t_3 = 20^\circ\text{C}$ | | | | | | | | | | | | |
| $f, \text{ГГц}$ | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,75 | 1 | 1,25 | 1,5 | 1,75 | 2 | 2,25 | 2,5 |
| $a, \text{дБ}$ | 21 | 23,8 | 23,8 | 22 | 21,4 | 20 | 20,6 | 21 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 18,5 |
| $t_4 = 40^\circ\text{C}$ | | | | | | | | | | | | |
| $f, \text{ГГц}$ | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,75 | 1 | 1,25 | 1,5 | 1,75 | 2 | 2,25 | 2,5 |
| $a, \text{дБ}$ | 21 | 23 | 23,1 | 22 | 22 | 20,2 | 20,5 | 20,8 | 19,4 | 19,2 | 19,2 | 18,4 |
| $t_5 = 60^\circ\text{C}$ | | | | | | | | | | | | |
| $f, \text{ГГц}$ | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,75 | 1 | 1,25 | 1,5 | 1,75 | 2 | 2,25 | 2,5 |
| $a, \text{дБ}$ | 21 | 22,5 | 22,6 | 22 | 22 | 20,4 | 20,4 | 20,4 | 19,6 | 19 | 19 | 18,3 |

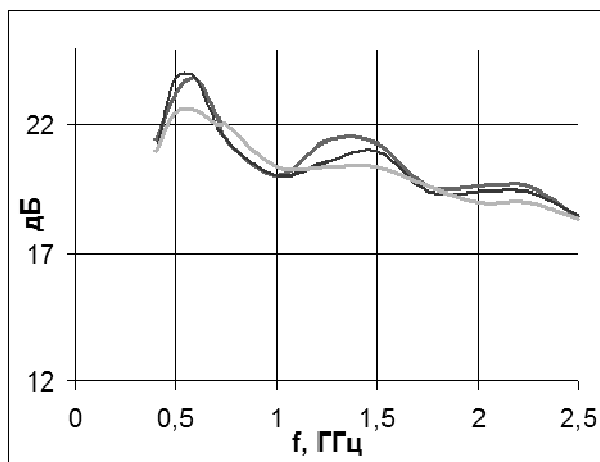


Рисунок 3 – Зависимость затуханий, вносимых в линию, от скорости передаваемой информации и температуры окружающей среды

Из рисунка 3 видно, что при изменении температуры $t_1 = -30^\circ\text{C}$, $t_2 = -10^\circ\text{C}$, $t_3 = 20^\circ\text{C}$, $t_4 = 40^\circ\text{C}$, $t_5 = 60^\circ\text{C}$, частотные характеристики незначительно отличаются друг от друга.

Заключение. Изменение выходной мощности приемо-передающего модуля при температурном разбросе в 100°C составляет всего 0,3 дБ. То есть частотные характеристики передаваемого испытательного сигнала практически не подвержены влиянию температуры в заданном диапазоне.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Влияние температуры на оптический кабель. – <http://www.telesputnik.ru>
 [2] Иванов А.Б. Волоконная оптика: компоненты, системы передачи, измерения. – М.: САЙРУС СИСТЕМС, 1999.
 [3] Рудов Ю.К., Лукин И.А., Беляков М.И. Высокоскоростные волоконно-оптические системы для магистральных линий связи // Техника средств связи: ТПС. – 1989. – Вып. 6.

REFERENCES

- [1] *The temperature influence to optical cable.* - <http://www.telesputnik.ru>, (in Russ.).
 [2] Ivanov. A.B. *The fiber optics: components, system of transmission, measurements.* – М.:Cyrus systems, 1999, (in Russ.).
 [3] Rudov Y.K., Lukin I.A., Belyakov M.I. *The highspeed fiber – optical systems for trunk connection lines.* Technique of connection means: TPC. 1989. Ed. 6, (in Russ.).

ТАЛШЫҚТЫ-ОПТИКАЛЫҚ БАЙЛАНЫС ЖЕЛІЛЕРІНІҢ
 ТЕМПЕРАТУРАНЫҢ ӘСЕРІНЕ ТҰРАҚТЫЛЫҒЫН ЗЕРТТЕУ

К. Т. Бажиков, А. О. Касимов, Р. Р. Рахымжанов, Д. Б. Кенжебаев

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: талшықты-оптикалық байланыс желісі, термокамера.

Аннотация. Тәжірибе қоршаған орта температура өзгерісі кезіндегі қабылдау - өткізбе модулінің оптикалық сәлелену тұрақтылығын анықтауға мүмкіндік берді. Температура өзгерісі -40 -тан $+70^{\circ}\text{C}$ -ке дейін іске асты, бәсеңсу сигналына температура әсері екі тәжірибеде де болмашы болып шықты.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 37 – 42

COMPARATIVE ANALYSIS OF NUMERICAL METHODS
 FOR MODELLING OF DRILL STRING NONLINEAR DYNAMICS

A. Kudaibergenov, Ask. Kudaibergenov

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: as5kar@mail.ru, ask7hat@mail.ru

Keywords: drill string, nonlinear model, numerical methods, lateral vibrations, gas flow.

Abstract. In this work the analysis of nonlinear lateral vibrations of a drill string with the use of various numerical methods is carried out. As known, oil and gas industry is one of the most intensively developing industries in Kazakhstan. At the same time lateral vibrations are the main reasons of the drilling equipment failures. Therefore, this problem is of great practical importance and is to be studied in detail.

A mathematical model of the drill string vibrations is based on the nonlinear theory of elasticity. Also, the hypothesis of plane sections is applied. The drill string is considered as a one-dimensional rotating rod of symmetric cross-section. To include rotation two coordinate systems: the global (static) coordinate system $Oxyz$ and the local $Ox'y'z'$ rotating along with the drill string are introduced. The rod is supposed to be isotropic, and the strain components to be infinitesimal. The flat bending of the rod is examined, that is the axis of the drill string is bent only in one Cartesian plane Oyz . Boundary conditions for the rod with pinned ends are considered. The drill string is compressed by an axial force $N(z,t)$ applied at the top end of the drill string. Likewise, the influence of a supersonic gas flow on the drill string motion is taken into account. The nonlinear model of the drill string vibrations is obtained

using the Hamilton principle. The Bubnov-Galerkin method in the second approximation is utilized to receiving a system of ordinary differential equations. Numerical solution to the system is found by explicit and implicit Runge-Kutta methods, two variations of the stiffness switching method and the multistep backward differentiation formula (BDF). To estimate the efficiency of these methods their comparative analysis is conducted. The change in speed of the gas flow and its impact on the lateral vibrations of the drill string is also investigated.

The results show advantages of application of the methods combining explicit and implicit schemes when modelling the nonlinear dynamics of drill strings in a supersonic gas flow.

УДК 539.3:622.24

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ БУРОВЫХ ШТАНГ

А. К. Кудайбергенов, Аск. К. Кудайбергенов

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: буровая штанга, нелинейная модель, численные методы, поперечные колебания, поток газа.

Аннотация. В работе проводится анализ нелинейных поперечных колебаний буровой штанги с использованием различных численных методов. Математическая модель колебаний основывается на нелинейной теории упругости В. В. Новожилова. Учитываются вращение штанги, действие продольной сжимающей нагрузки и влияние сверхзвукового потока газа. Для получения системы обыкновенных дифференциальных уравнений применяется метод Бубнова-Галеркина. Численное решение системы находится явным и неявным методами Рунге-Кутты, двумя вариациями метода с переключением жесткости и многошаговым методом дифференцирования назад. Для оценки эффективности данных методов проводится их сравнительный анализ. Полученные результаты показывают преимущества применения методов, сочетающих в себе явную и неявную схемы, при моделировании нелинейной динамики буровых штанг в потоке газа.

Введение. Нефте- и газодобывающая отрасль является одной из наиболее бурно развивающихся отраслей промышленности в Казахстане. В процессе бурения нефтяных и газовых скважин буровые штанги подвергаются поперечным, продольным и крутильным колебаниям, среди которых поперечные колебания являются наиболее опасными и чаще остальных приводят к поломкам бурового оборудования и разрушению стенок скважин. Ввиду этого возникает необходимость в эффективном проведении геологоразведочных работ, что в свою очередь требует качественного анализа самого процесса бурения.

Линейные математические модели, описывающие движение буровых штанг, были подробно изучены в работах [1-4]. В. И. Гуляевым и О. И. Борщом [1] были построены моды колебаний буровых штанг, заранее нагруженных неравномерной силой, вычислены их частоты и проведен численный анализ с применением метода Эверхарта. В работе И. А. Кулиева и др. [2] исследована динамическая модель буровой штанги, имеющей сложную конфигурацию. При решении модели использовался метод конечных элементов. В [3] авторы моделируют устойчивость нижнего пролета буровой колонны, используя метод конечных разностей для интегрирования исходной системы уравнений. Динамическое поведение буровой штанги с учетом влияния промывочной жидкости, скорости вращения штанги, стабилизаторов, продольной силы и крутящего момента описывают линейными уравнениями типа Матье, которые решаются многошаговым методом [4]. Нелинейные колебания сжато-скрученной буровой штанги под действием переменных во времени осевой нагрузки и крутящего момента были изучены в работе Л. А. Хаджиевой и А. Б. Умбеткуловой [5]. Для численного решения модели применялся пакет символьных вычислений Wolfram Mathematica.

Основной целью данной работы является проведение сравнительного анализа применения различных численных методов для моделирования нелинейных поперечных колебаний буровой штанги с учетом сверхзвукового потока газа. Модели, описывающие данные режимы колебаний, в

настоящее время являются недостаточно изученными и представляют большой практический интерес.

Математическая модель. Рассмотрим глобальную правую декартовую систему координат $Oxyz$ и локальную систему координат $Ox'y'z'$, чтобы учесть вращение штанги. Пусть оси Oz и Oz' направлены вдоль оси штанги. Компоненты перемещения по осям x, y, z обозначим соответственно через $U(x, y, z)$, $V(x, y, z)$ и $W(x, y, z)$.

Ввиду большой длины буровой штанги представим ее как одномерный стержень симметричного поперечного сечения длины l . Будем основываться на нелинейной теории упругости В. В. Новожилова [6].

Применим гипотезу плоских сечений. Будем предполагать, что стержень является изотропным и компоненты деформации бесконечно малы. Условие малости накладываем на удлинения и сдвиги, а также на углы поворота; перемещения не ограничиваются.

Предположим, что ось штанги изгибается только в одной плоскости Oyz . Пренебрегая поступательным смещением вдоль оси Oz и кручением стержня, выражения для перемещений принимают вид:

$$\begin{cases} V(x, y, z, t) = v(z, t), \\ W(x, y, z, t) = -\frac{\partial v(z, t)}{\partial z} y, \end{cases} \quad (1)$$

где $v(z, t)$ - перемещение центра изгиба поперечного сечения вдоль оси Oy вследствие изгиба; $-\frac{\partial v(z, t)}{\partial z}$ - угол поворота сечения вокруг оси Oy при изгибе.

Тогда положение любой точки стержня в локальной системе координат относительно глобальной системы координат можно определить следующим образом:

$$\begin{cases} x' = (x + U) \cos \phi + (y + V) \sin \phi \\ y' = -(x + U) \sin \phi + (y + V) \cos \phi \\ z' = z + W. \end{cases} \quad (2)$$

где $\phi = \omega t$ - угол, на который поворачивается штанга при вращении; ω - угловая скорость вращения штанги.

Пусть на верхний конец буровой штанги действует продольная сила $N(z, t)$, равная реакции опирания нижнего конца штанги на дно скважины. Будем считать приложенную сжимающую силу положительной. Также будем полагать, что сжимающая нагрузка является постоянной и распределенной по длине стержня $N(z, t) = N$.

Для получения уравнений колебаний буровой штанги применяем вариационный принцип Остроградского-Гамильтона.

Чтобы учесть воздействие сверхзвукового потока газа P на буровую штангу, воспользуемся формулой [7], основанной на гипотезе плоских сечений:

$$P = P_0 \left(1 - \frac{\kappa - 1}{2} \cdot \frac{U_n}{C_0} \right)^{\frac{2\kappa}{\kappa - 1}}, \quad (3)$$

где $U_n = V_g \frac{\partial v}{\partial z}$ - нормальная составляющая скорости потока газа на поверхности штанги; V_g - скорость невозмущенного потока газа; C_0 - скорость звука для невозмущенного потока; P_0 - давление невозмущенного потока; κ - показатель политропы.

Считаем, что газ движется в направлении, противоположном направлению движения буровой штанги.

Раскладывая (3) в степенной ряд и удерживая первое и третье слагаемые в разложении, получим нелинейную модель поперечных колебаний буровой штанги, сжатой продольной силой N , в сверхзвуковом потоке газа:

$$\rho F \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + EI_x \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} - \rho I_x \frac{\partial^4 v}{\partial z^2 \partial t^2} + N \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{EF}{1-\nu} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^3 - \rho F \omega^2 v - P_0 \kappa \left(M \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\kappa+1}{12} M^3 \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^3 \right) = 0, \quad (4)$$

где ρ - плотность, E - модуль Юнга, I_x - осевой момент инерции поперечного сечения штанги, F - площадь поперечного сечения, ν - коэффициент Пуассона, $M = \frac{V_g}{C_0}$ - число Маха.

Граничные условия для шарнирного закрепления стержня по концам представляются в виде:

$$\begin{aligned} v(z,t) &= 0 & (z=0, z=l) \\ EI_x \frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial z^2} &= 0 & (z=0, z=l). \end{aligned} \quad (5)$$

Для нахождения решения уравнения (4) с граничными условиями (5) применим метод Бубнова-Галеркина в двухмодовом приближении. Согласно данному методу разложим перемещение $v(z,t)$ в синусоидальный ряд по базисной функции:

$$v(z,t) = \sum_{i=1}^n f_i(t) \sin\left(\frac{i\pi z}{l}\right), \quad n=2. \quad (6)$$

Применяя процедуру Бубнова-Галеркина, приходим к нелинейной системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно временных составляющих перемещения $f_1(t), f_2(t)$, которую далее можно интегрировать, используя известные численные методы.

Результаты и обсуждение. В работе [5] было установлено, что буровые штанги, изготовленные из дюралюминия подвержены меньшим изгибным деформациям, чем стальные штанги при воздействии на них равных по величинам внешних нагрузок. Поэтому в данной статье численные расчеты проводятся для буровых штанг из дюралюминия. Для проведения вычислений применяется универсальная математическая среда Wolfram Mathematica.

Используем следующие значения параметров системы и внешних нагрузок: внешний диаметр буровой штанги $D = 0.2\text{ м}$, внутренний диаметр $d = 0.12\text{ м}$, $N = 2.2 \times 10^3\text{ Н}$, $E = 0.7 \times 10^5\text{ МПа}$, $\rho = 2700\text{ кг/м}^3$, $P_0 = 1.013 \times 10^3\text{ Па}$, $\nu = 0.34$, $\kappa = 1.4$.

Применяя явный метод Рунге-Кутты четвертого порядка точности, было получено численное решение исследуемой системы поперечных колебаний буровой штанги.

Было изучено влияние сверхзвукового потока газа на нелинейные колебания буровой штанги при изменении скорости потока. Рисунки 1, 2 показывают, что увеличение числа Маха приводит к возрастанию амплитуды и интенсивности поперечных колебаний штанги. При этом вторая мода в разложении (6) вносит существенный вклад в общий колебательный процесс, в определенные моменты времени превосходя вклад основной моды колебаний.

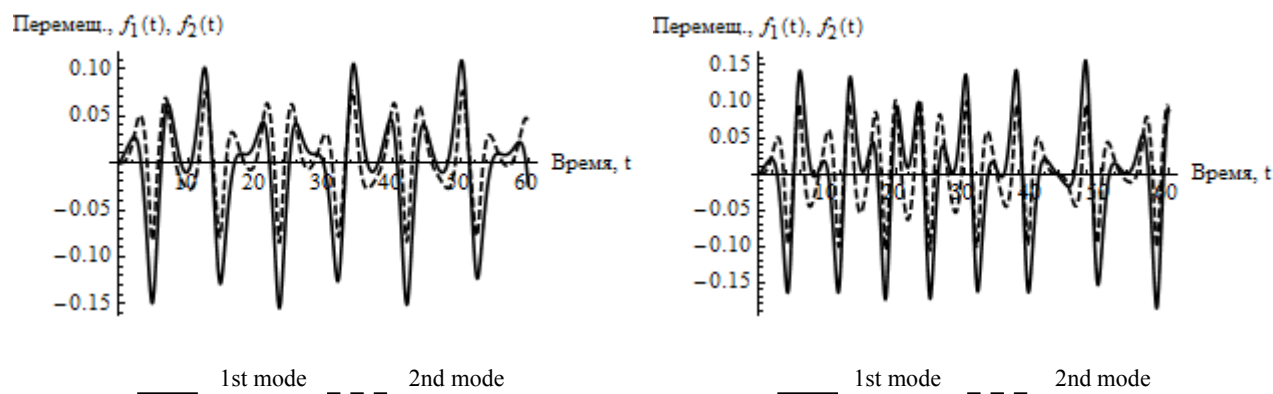


Рисунок 1 – Влияние скорости потока газа на колебания штанги, $M = 2.2$

Рисунок 2 – Влияние скорости потока газа на колебания штанги, $M = 3$

Как известно, при определенных шагах по времени использование явной схемы приводит к резкому увеличению числа вычислений или возрастанию погрешности. Это показывает, что система уравнений является жесткой и явный метод становится численно неустойчивым.

Изучаемая в статье нелинейная модель колебаний при увеличении значений параметров внешних нагрузок и потока газа оказывается жесткой, что требует применения либо неявных схем, либо методов с переключением жесткости. Чтобы оценить эффективность данных методов, проведем их сравнительный анализ с явным методом Рунге-Кутты четвертого порядка точности (Explicit Runge-Kutta) при таких параметрах системы, когда жесткость системы еще не проявляется. Для этого рассмотрим неявный метод Рунге-Кутты (Implicit Runge-Kutta), два метода с переключением жесткости и метод дифференцирования назад (BDF).

Первый метод с переключением жесткости (Stiffness switching 1) использует для численного решения два экстраполяционных метода: явный метод «чехарда» и линейный неявный метод Эйлера. Во втором методе с переключением жесткости (Stiffness switching 2) вместо метода «чехарда» используется явный метод Рунге-Кутты восьмого порядка.

Таблица 1 – Сравнение численных методов, $t = 50$ с

| Метод | Количество шагов | Количество операций | Ошибка |
|-----------------------|------------------|---------------------|--------------------------|
| Explicit Runge-Kutta | 2751 | 11006 | 0 |
| Stiffness Switching 1 | 112 | 5233 | 9.58384×10^{-6} |
| Stiffness Switching 2 | 276 | 3576 | 1.70795×10^{-6} |
| BDF | 2166 | 2631 | 6.22935×10^{-4} |
| Implicit Runge-Kutta | 23053 | 115261 | 1.45612×10^{-5} |

Таблица 2 – Сравнение численных методов, $t = 50$ с

| Метод | Количество шагов | Количество операций | Ошибка |
|-----------------------|------------------|---------------------|----------|
| Explicit Runge-Kutta | 8355 | 33422 | 0 |
| Stiffness Switching 1 | 318 | 14848 | 0.272509 |
| Stiffness Switching 2 | 843 | 10920 | 0.046584 |
| BDF | 6448 | 7786 | 0.254955 |
| Implicit Runge-Kutta | 67879 | 339391 | 0.040081 |

Таблица 3 – Затраты машинного времени для получения численного решения

| Метод | Время на вычисления, с. | | |
|-----------------------|-------------------------|-------------|-------------|
| | $t = 50$ с | $t = 100$ с | $t = 200$ с |
| Explicit Runge-Kutta | 0.500 | 0.968 | 2.308 |
| Stiffness Switching 1 | 0.187 | 0.343 | 0.905 |
| Stiffness Switching 2 | 0.141 | 0.266 | 0.640 |
| BDF | 0.187 | 0.359 | 0.890 |
| Implicit Runge-Kutta | 5.772 | 11.123 | 22.574 |

Как видно из таблиц 1, 2 методы с переключением жесткости требуют меньшего количества шагов по времени по сравнению с остальными методами и относительно малого количества арифметических операций для получения численного решения. Более того данные методы, также как и метод BDF, являются наименее затратными в плане машинного времени (таблица 3). Неявный метод Рунге-Кутты четвертого порядка показывает наименьшую эффективность среди исследуемых методов, которую, однако, можно значительно повысить путем увеличения порядка метода.

Заклучение. В работе было изучено влияние сверхзвукового потока газа на нелинейные поперечные колебания буровой штанги, а также проведен сравнительный анализ применения различных численных методов для решения системы. Было установлено, что возрастание скорости потока газа, движущегося против направления движения буровой штанги, ведет к более частым и большим по амплитуде колебаниям штанги. Сравнение явного и неявного методов Рунге-Кутты, методов с переключением жесткости и метода дифференцирования назад показало хорошую согласованность численных результатов, полученных данными методами. В жестких системах метод с переключением жесткости, включающий явный метод Рунге-Кутта и линейный неявный метод Эйлера, позволяет получить достаточно точные результаты при меньшем количестве затрачиваемых шагов и времени вычислений.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Gulyayev V.I., Borshch O.I. Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells // J. Petroleum Science Eng., 2011, vol. 78. – pp. 759–764.
- [2] Khulief Y.A., Al-Sulaiman F.A., Bashmal S. Vibration analysis of drillstrings with self-excited stick-slip oscillations // J. Sound Vib., 2007, vol. 29. – pp. 540–558.
- [3] Gulyaev V.I., Khudolii S.N., Borshch E.I. Wirl vibrations of the drillstring bottom hole assembly // Strength of Materials, 2010, vol. 42 (6). – pp. 637-646.
- [4] Berlioz A., Der Hagopian J., Dufour R., Draoui E. Dynamic behavior of a drill-string: experimental investigation of lateral instabilities // Transactions of the ASME, 1996, vol. 118. – pp. 292-298.
- [5] Хаджиева Л.А., Умбеткулова А.Б. Об аппроксимации нелинейных колебаний сжато-скрученной буровой штанги при конечных деформациях // Известия НАН РК, 2014, №1(293). – С. 69-76.
- [6] Новожилов В.В. Основы нелинейной теории упругости. – М.-Л.: ОГИЗ, 1948. – 211 с.
- [7] Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984 с.

REFERENCES

- [1] Gulyayev V.I., Borshch O.I. *Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells*, J. Petroleum Science and Engineering, **2011**, vol. 78, pp. 759–764.
- [2] Khulief Y.A., Al-Sulaiman F.A., Bashmal S. *Vibration analysis of drillstrings with self-excited stick-slip oscillations*, J. Sound and Vibration, **2007**, vol. 299, pp. 540–558.
- [3] Gulyaev V.I., Khudolii S.N., Borshch E.I. *Wirl vibrations of the drillstring bottom hole assembly*, Strength of Materials, **2010**, vol. 42 (6), pp. 637-646.
- [4] Berlioz A., Der Hagopian J., Dufour R., Draoui E. *Dynamic behavior of a drill-string: experimental investigation of lateral instabilities*, Transactions of the ASME, **1996**, vol. 118, pp. 292-298.
- [5] Khajiyeva L.A., Umbetkulova A.B. *About the approximation of nonlinear fluctuations of compressed and twisted drilling rods at the finite deformation*, News NAS RK, **2014**, vol. 1(293), pp. 69-76 (in Russ.).
- [6] Novozhilov V.V. *Foundations of the nonlinear theory of elasticity*. M.-L.: OGIZ, 1948. 211 p. (in Russ.).
- [7] Volmir A.S. *Stability of deforming systems*. M.: Nauka, **1967**. 984 p. (in Russ.).

БҰРҒЫЛАУ ҚАРНАҒЫ СЫЗЫҚСЫЗ ДИНАМИКАСЫНЫҢ МОДЕЛЬДЕУДЕ САНДЫҚ ӘДІСТЕРДІҢ САЛЫСТЫРМАЛЫ ТАЛДАУЫ

А. Қ. Құдайбергенов, Аск. Қ. Құдайбергенов

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: бұрғылау қарнағы, сызықсыз үлгі, сандық әдістер, көлденең тербелістер, газ ағыны.

Аннотация. Берілген жұмыста түрлі сандық әдістерін қолдануымен бұрғылау қарнағы сызықсыз көлденең тербелістерінің салыстырмалы талдауы жүргізіледі. Тербелістердің математикалық үлгісі негізінде В. В. Новожиловтың сызықсыз серпімділік теориясы болып жатады. Қарнағының айналуы, білікке түсетін бойлық жүк-салмақтың әрекеті және дыбыстан газ ағыны есепке алынады. Жай дифференциалдық теңдеулердің жүйесі алу үшін Бубнов-Галеркин әдісі қолданылады. Анық мен анық емес Рунге-Кутта әдістері, қаттылықтың ауыстыруымен әдістің екі вариациясы және көп аралық артқа дифференциалдау әдісі қолданып, жүйенің сандық шешімі табылады. Бұл әдістердің тиімділігін бағалау үшін салыстырмалы талдауы өткізіледі. Алынған нәтижелер анық мен анық емес сызбаларды байланыстырған әдістерді қолданудың артықшылығын көрсетеді.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 43 – 48

CORRESPONDENCE OF THE FOCK AND THE KERR METRICS

K. A. Boshkayev^{1,2}, S. S. Suleymanova¹, B. A. Zhami¹, A. S. Taukenova¹, Ye. K. Aimuratov²¹Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan,²ICRANet, 10, Piazza della Repubblica, I-65122 Pescara, Italy.

E-mail: kuantay@mail.ru

Key words: approximate, exact solution, Einstein's equations, Fock's metric, Kerr's metric, coordinate transformations.

Abstract. In this paper we consider a procedure of comparison between the Fock approximate solution and the Kerr exact solution. Since the Kerr and Fock metrics are widely known in the scientific circles, we will use the final form of the metrics without going into their detailed derivation. The paper is purely didactic and methodological in nature. The methods of perturbation theory are applied within the approximation $\sim 1/c^2$. Approximate coordinate transformations, allowing the comparison between the Fock and Kerr metrics, have been obtained analytically. The proposed method is applicable to other external approximate solutions of Einstein's equations.

УДК 530.12

СООТВЕТСТВИЕ МЕТРИК ФОКА И КЕРРА

К. А. Бошкаев^{1,2}, Ш. С. Сулейманова¹, Б. А. Жами¹, А. С. Таукенова¹, Е. К. Аймуратов²¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан,²ICRANet, Piazza della Repubblica 10, I-65122 Pescara, Italy

Ключевые слова: приближенные и точные решения уравнений Эйнштейна, метрика Фока, метрика Керра, координатные преобразования.

Аннотация. В работе рассмотрена процедура сопоставления приближенного решения Фока и точного решения Керра. Поскольку метрики Фока и Керра широко известны в научных кругах, мы будем использовать конечный вид метрик, не вдаваясь в их подробный вывод. Работа носит чисто дидактический и методический характер. Применяются методы теории возмущений в приближении $\sim 1/c^2$. Аналитически получены приближенные координатные преобразования, позволяющие сопоставить метрики Фока и Керра. Предложенная методика применима к другим приближенным внешним решениям уравнений Эйнштейна.

Введение. Метрика Фока [1-3] является постньютоновским приближенным решением уравнений Эйнштейна, которая применяется для описания геометрии вокруг астрофизического объекта со слабым гравитационным полем и медленным вращением. Данная метрика была получена в разные годы Чандрасекаром (1965) и Абдильдиным (1985) в общей интегральной форме [1, 2]. Хотя именно в работе [2] метрика Фока была впервые получена для медленно вращающегося сферически-симметричного шара (жидкого и твердого) [4]. Было продемонстрировано, что точное решение уравнений Эйнштейна для вращающегося тела, так называемая метрика Керра [5], в приближении слабых полей и медленных скоростей нетривиальным образом сводится к метрике Фока, соответствующими координатными преобразованиями [2, 4, 6]. Однако, до сих пор не удалось найти внутреннее решение Керра, даже в приближенном виде [6]. Данный факт показывает, что метрика Керра, характеризующаяся двумя мультипольными моментами, такими как полная масса и параметр вращения, может применяться только для ограниченного класса астрофизических объектов таких как, например, черные дыры [6].

Цель данной работы показать, как найти координатные преобразования с помощью теории возмущений для сопоставления метрик Фока и Керра.

Одной из самых важных концептуальных проблем классической общей теории относительности (ОТО) является определение гравитационного поля внутри компактных объектов. В действительности, известно, что в случае статичных сферически-симметричных объектов, гравитационное поле полностью описывается внутренним и внешним решениями Шварцшильда [7]. Однако, уже при учете вращения тела (исходные уравнения намного усложняются) известна только внешняя точная метрика, именуемая метрикой Керра [5]. Более 50 лет физики в поисках внутреннего решения метрики Керра, но физическое решение до сих пор не найдено. В связи с этим, основной акцент мы будем делать только на внешнее решение Фока, так как для него существует внутренний аналог [6, 8].

Для сопоставления метрики Фока с метрикой Керра, в первой вычисляются интегралы для осе-симметричного деформированного тела, зависящие от внутренней структуры [4, 6, 8, 9]. В результате выводится метрика Фока для медленно вращающегося деформированного тела с тремя параметрами: полная масса, угловой момент, квадрупольный момент [6, 8]. Затем рассматривается предельный случай для сферически-симметричного распределения масс, где квадрупольный момент тела исчезает [4, 6]. Далее метрика Керра записывается в приближении $\sim 1/c^2$ в координатах Бойера-Линдквиста и находятся координатные преобразования между двумя метриками. В итоге оба внешних решения, записанные в одних и тех же координатах, сопоставляются между собой весьма простыми алгебраическими выражениями.

Структура статьи организована следующим образом. Сначала мы представим уточненную метрику первого приближения Фока, какой она впервые была получена Абдильдиным [2, 3], в гармонических координатах Де Дондера и Ланчоса [10, 11]. Далее приведем метрику Фока с учетом квадрупольного момента и вращения, а также рассмотрим частный случай в отсутствии ньютоновского квадрупольного момента. Затем представим решение Керра в координатах Бойера-Линдквиста и кратко прокомментируем его наиболее важные свойства. Кроме того, мы найдем преобразование координат, устанавливающее связь между внешней уточненной метрикой первого приближения Фока и внешним решением Керра.

Подход Фока. Для изучения физических свойств решений уравнений Эйнштейна, Фок [9] предложил альтернативный метод, в котором параметры, входящие во внешнюю метрику, получаются с помощью физических моделей для внутренней структуры тела. Этот подход учитывает внутренние свойства гравитационного источника, и сводит задачу нахождения приближенного внутреннего решения к вычислению некоторых интегралов, которые явно зависят от физических характеристик объекта [3, 4, 12]. Таким образом, значимость внешних параметров становится более реалистичной и появляется возможность определения некоторых аспектов внутренней структуры объекта с помощью наблюдений, проводимых во внешней области тела. Итак, в этой работе мы приводим основные результаты данного подхода и изучаем возможность сопоставления его с метрикой Керра.

Внутреннее решение. Уточненная метрика первого приближения Фока была получена и исследована в довольно простой форме [2-4]. Впервые метрика была написана в исходном виде для гармонической системы координат следующим образом:

$$ds^2 = \left[c^2 - 2U + \frac{2U^2}{c^2} - \frac{2G}{c^2} \int \frac{\rho \left(\frac{3}{2} v^2 + \Pi - U \right) + 3p}{|\vec{r} - \vec{r}'|} (dx')^3 \right] dt^2 - \left(1 + \frac{2U}{c^2} \right) (dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + \frac{8}{c^2} (U_1 dx_1 + U_2 dx_2 + U_3 dx_3) dt, \quad (1)$$

где c - скорость света в вакууме, G - гравитационная постоянная, U - ньютоновский гравитационный потенциал, ρ - плотность массы тела, v - скорость частицы внутри тела, Π - упругая энергия на единицу массы, p - давление, \vec{U} - гравитационный векторный потенциал. Заметим, что величины ρ , v , Π и U , характеризующие внутреннюю структуру источника, зависят только от

"внутренних" координат x'_i , которые определяются только внутри тела. Для упрощения обозначений мы опускаем аргументы, которые определяют координаты этой зависимости. Соответствующий тензор энергии-импульса задается как

$$T^{00} = \frac{\rho}{c^2} \left[1 + \frac{1}{c^2} \left(\frac{v^2}{2} + \Pi - U \right) \right], \quad T^{0i} = \frac{\rho}{c^2} v^i, \quad T^{ij} = \frac{1}{c^2} (\rho v^i v^j + p \delta^{ij}), \quad (2)$$

где δ^{ij} - символ Кронекера и $i, j = 1, 2, 3$. Потенциал Ньютона удовлетворяет уравнению $\Delta U = -4\pi G\rho$. Решение этого уравнения, удовлетворяющее условиям на бесконечности, может быть записано в виде объемного интеграла:

$$U = G \iiint \frac{\rho}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx'_1 dx'_2 dx'_3. \quad (3)$$

Кроме того, гравитационный векторный потенциал должен непосредственно удовлетворять уравнению $\Delta U_i = -4\pi G\rho v_i$, тогда общее асимптотическое плоское решение может быть представлено в виде

$$U_i = G \iiint \frac{\rho v_i}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx'_1 dx'_2 dx'_3. \quad (4)$$

Метрика Фока для деформированного тела. Рассмотрим случай, деформированных объектов, как, например, вращающийся эллипсоид. Очевидно, что если форма тела слегка отклоняется от сферической симметрии, то тело приобретает дополнительные мультипольные моменты, в частности, квадрупольный момент [7]; моменты более высокого порядка являются незначительными, особенно для медленно вращающегося эллипсоида. Мы обобщим метрику Фока, так, чтобы квадрупольный момент мог появиться явно при интегрировании (1), а также в ньютоновском потенциале. Следует отметить, что определение внешнего и внутреннего ньютоновских потенциалов для вращающегося эллипсоида является одной из классических проблем как теоретической, так и математической физики. Некоторые примеры для однородного эллипсоида рассмотрены в [7], но самые подробные сведения по этому вопросу были приведены в [13] и совсем недавно в [14].

Таким образом, внешнее решение Фока, описывающее гравитационное поле медленно вращающегося и слегка деформированного тела в гармонических координатах выглядит следующим образом:

$$ds^2 = \left[c^2 - \frac{2GM}{r} - \frac{GD}{r^3} P_2(\cos \theta) + \frac{2}{c^2} \left(\frac{GM}{r} \right)^2 + \frac{2}{c^2} \frac{G^2 MD}{r^4} P_2(\cos \theta) - \frac{GD}{c^2 r^3} P_2(\cos \theta) \right] dt^2 - \left[1 + \frac{2GM}{c^2 r} + \frac{GD}{c^2 r^3} P_2(\cos \theta) \right] [dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)] + \frac{4GS_0}{c^2 r} \sin^2 \theta d\phi dt, \quad (5)$$

где M - полная масса тела, D - ньютоновский квадрупольный момент, D/c^2 - релятивистская поправка к ньютоновскому квадрупольному моменту D , т.е. квадрупольный момент, возникающий из-за вращения, S_0 - угловой момент тела, $P_2(\cos \theta) = \frac{1}{2}(3\cos^2 \theta - 1)$ - полином Лежандра, θ - угол между радиальной координатой r и осью z . Данное решение аксиально-симметрично относительно оси z , и направление S_0 совпадает с z [6, 8].

Метрика Фока для сферически-симметричного тела. В предельном случае с нулевым вращением $S_0=0$ и исчезающими квадрупольными моментами $D = D = 0$, метрика представляет приближенное решение Шварцшильда в гармонических координатах [9, 12]:

$$ds^2 = \left[c^2 - \frac{2GM}{r} + \frac{2}{c^2} \left(\frac{GM}{r} \right)^2 \right] dt^2 - \left[1 + \frac{2GM}{c^2 r} \right] [dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)], \quad (6)$$

Исследование метрики (5) показывает, что в грубом (нулевом) приближении для случая медленного вращения $S_0 \neq 0$, и при сохранении сферической симметрии данная метрика сводится к приближенной метрике Фока рассмотренной в [2, 4] с полной массой M , и

$$D = 0, \quad \mathbf{D} = -\frac{2\kappa S_0^2}{M}. \quad (7)$$

Здесь κ - численный множитель, характеризующий внутреннюю структуру тела, соответственно равный [2, 4, 6]

$$\kappa = \begin{cases} \kappa_L = \frac{4}{7}, & \text{для жидкого тела,} \\ \kappa_S = \frac{15}{28}, & \text{для твердого тела.} \end{cases} \quad (8)$$

Тогда метрика Фока принимает следующий вид:

$$ds^2 = \left[c^2 - \frac{2GM}{r} + \frac{2}{c^2} \left(\frac{GM}{r} \right)^2 + \frac{2\kappa G}{c^2 M} \frac{S_0^2}{r^3} P_2(\cos \theta) \right] dt^2 - \left[1 + \frac{2GM}{c^2 r} \right] [dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)] + \frac{4GS_0}{c^2 r} \sin^2 \theta d\phi dt, \quad (9)$$

Это и есть уточненная метрика Фока для сферически-симметричного распределения масс, полученная впервые Абдильдиным [2, 4].

Метрика Керра. Для описания гравитационного поля вращающейся сферы вне источника, физически разумно предположить, что внешняя метрика должна быть асимптотически плоской. В этом случае, первым очевидным кандидатом является решение Керра в соответствующем пределе. Метрику Керра [5] в координатах Бойера-Линдквиста [13] можно записать в виде

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\mu R}{R^2 + a^2 \cos^2 \Theta} \right) c^2 dt^2 - \frac{R^2 + a^2 \cos^2 \Theta}{R^2 - 2\mu R + a^2} dR^2 - (R^2 + a^2 \cos^2 \Theta) d\Theta^2 - \left(R^2 + a^2 + \frac{2\mu R a^2 \sin^2 \Theta}{R^2 + a^2 \cos^2 \Theta} \right) \sin^2 \Theta d\varphi^2 - \frac{4\mu R a \sin^2 \Theta}{R^2 + a^2 \cos^2 \Theta} c dt d\varphi, \quad (10)$$

где

$$\mu = \frac{GM}{c^2}, \quad a = -\frac{S_0}{cM} \quad (11)$$

Произведя разложение в ряд Тейлора по $\sim 1/c^2$, получим:

$$ds^2 = \left[c^2 - \frac{2GM}{R} + \frac{2GS_0^2}{c^2 M R^3} \cos^2 \Theta \right] dt^2 - \left(1 + \frac{2GM}{c^2 R} - \frac{S_0^2}{c^2 M^2 R^2} \sin^2 \Theta \right) dR^2 - R^2 \left(1 + \frac{S_0^2}{c^2 M^2 R^2} \cos^2 \Theta \right) d\Theta^2 - R^2 \left(1 + \frac{S_0^2}{c^2 M^2 R^2} \right) \sin^2 \Theta d\varphi^2 + \frac{4GS_0}{c^2 R} \sin^2 \Theta d\varphi dt \quad (12)$$

В целях сопоставления с внешней метрикой Фока для вращающегося сферически-симметричного распределения масс, дополнительно введем новые координаты $R = R(r, \theta)$, $\Theta = \Theta(r, \theta)$; соответственно, координатные преобразования необходимо искать с помощью методов теории возмущений в виде:

$$R = r + \frac{1}{c^2} F_1(r, \theta), \quad \Theta = \theta + \frac{1}{c^2} F_2(r, \theta) \quad (13)$$

Подставляя (13) в (12) и снова разлагая в ряд Тейлора по $\sim 1/c^2$, получим:

$$\begin{aligned}
ds^2 = & \left[c^2 - \frac{2GM}{r} + \frac{2GS_0^2 \cos^2 \theta}{c^2 M r^3} + \frac{2GM}{c^2 r^2} F_1(r, \theta) \right] dt^2 - \left[1 + \frac{2GM}{c^2 r} - \frac{S_0^2 \sin^2 \theta}{c^2 M^2 r^2} + \frac{2}{c^2} \frac{dF_1(r, \theta)}{dr} \right] dr^2 \\
& - \frac{2}{c^2} \left[\frac{dF_1(r, \theta)}{d\theta} + r^2 \frac{dF_2(r, \theta)}{dr} \right] dr d\theta - \left[1 + \frac{S_0^2 \cos^2 \theta}{c^2 M^2 r^2} + \frac{2}{c^2} \frac{F_1(r, \theta)}{r} + \frac{2}{c^2} \frac{dF_2(r, \theta)}{d\theta} \right] r^2 d\theta^2 \\
& - \left[1 + \frac{S_0^2}{c^2 M^2 r^2} + \frac{2}{c^2} \frac{F_1(r, \theta)}{r} + \frac{2}{c^2} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} F_2(r, \theta) \right] r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 + \frac{4GS_0}{c^2 r} \sin^2 \theta d\phi dt \quad (14)
\end{aligned}$$

Для того, чтобы найти $F_1(r, \theta)$ и $F_2(r, \theta)$, приравниваем tt и $\varphi\varphi$ компоненты метрических функции в метриках Фока (9) и Керра (14); соответственно, получаем:

$$\begin{aligned}
F_1(r, \theta) &= GM - \frac{[k + (2 - 3k) \cos^2 \theta] S_0^2}{2M^2 r} \\
F_2(r, \theta) &= - \frac{[k + (3k - 2)(2 \cos^2 \theta - 1)] S_0^2 \sin \theta}{4M^2 r^2 \cos \theta}
\end{aligned} \quad (15)$$

Для нахождения параметра внутренней структуры k , используем найденные значения $F_1(r, \theta)$ и $F_2(r, \theta)$ в $r\theta$ компоненте метрического тензора (14) и приравняем данную компоненту нулю, так как она должна исчезнуть в силу ее отсутствия в исходных метриках. Отсюда следует, что $k = 1$ и окончательно получим

$$R = r + \frac{1}{c^2} \left(GM - \frac{S_0^2 \sin^2 \theta}{2M^2 r} \right), \quad \Theta = \theta - \frac{S_0^2 \sin \theta \cos \theta}{2c^2 M^2 r^2} \quad (16)$$

Тогда приближенная метрика Керра (12) в гармонических координатах может быть сведена к следующей форме:

$$\begin{aligned}
ds^2 = & \left[c^2 - \frac{2GM}{r} + \frac{2}{c^2} \left(\frac{GM}{r} \right)^2 + \frac{2G}{c^2 M} \frac{S_0^2}{r^3} P_2(\cos \theta) \right] dt^2 \\
& - \left[1 + \frac{2GM}{c^2 r} \right] \left[dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] + \frac{4GS_0}{c^2 r} \sin^2 \theta d\phi dt, \quad (17)
\end{aligned}$$

которая совпадает с (9) только при $k = 1$. Следовательно, уточненную метрику Фока (9) можно интерпретировать как метрику, описывающую внешнее гравитационное поле вращающегося тела второго порядка по угловой скорости. Преимущество использования этого метода заключается в нахождении приближенного решения, которое позволяет определить произвольную постоянную k . На самом деле, в случае $k = k_L = 4/7$ для жидкой сферы и $k = k_S = 15/28$ для твердой сферы, значение $k = k_K = 1$ для метрики Керра не соответствует конкретной внутренней модели. С другой стороны, все попытки найти физически разумное внутреннее решение метрики Керра не увенчались успехом. Возможно, соотношение с формализмом Фока может пролить свет на структуру внутренней модели метрики Керра.

Заключение. В работе мы исследовали решения уравнений Эйнштейна, которые широко используются в литературе для описания гравитационных полей компактных объектов. В частности, были рассмотрены внутреннее и внешнее приближенные решения Фока, решение Фока с квадрупольным моментом, решение для сферически-симметричного распределения масс и решение Керра. Мы показали, что специфический параметр k , входящий в уточненную метрику Фока, впоследствии, принимает особые значения в случае жидкой и твердой сфер. Выяснилось также, что в случае приближенной метрики Керра, этот параметр, не соответствует ни одной из известных внутренних моделей тела, проанализированных в рамках формализма Фока.

Чтобы избежать технических проблем, которые обычно возникают в процессе сопоставления решений, мы вывели координатные преобразования в приближении $\sim 1/c^2$, используя метод теории возмущений. В случаях, представленных здесь, это сделано относительно простым способом

только потому, что все преобразования координат рассчитываются не точно, а с тем же приближением, что и метрические функции. Такой подход позволяет сократить соответствующие проблемы в сопоставлении метрик на соответствующей заданной поверхности: таким образом, появляются только алгебраические условия. Используя этот метод, мы могли показать, что методика, представленная в настоящей работе, применима для сопоставления и других приближенных решений уравнений Эйнштейна.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Chandrasekhar S. *Astrophys. J.* 142, 1488 (1965).
- [2] Абдильдин М.М. Вопросы теории поля, под редакцией С.Е. Ерматова. – Казак Университеті, Алма-Ата, 1985. – С. 20–25.
- [3] Абдильдин М.М. Механика теории гравитации Эйнштейна. – Наука, Алма-Ата, 1988. – 200 с.
- [4] Абдильдин М.М. Проблема движения тел в общей теории относительности. – Казак Университеті, Алматы, 2006. – 132 с.
- [5] Kerr R.P. *Phys. Rev. Lett.* 11, 237 (1963).
- [6] Boshkayev K., Quevedo H., Ruffini R. *Physical Review D* 86, 064043 (2012)
- [7] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория Поля. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 536 с.
- [8] Бошкаев К.А., Кеведо Э., Абишев М.Е., Токтарбай С., Аймуратов Е.К. Известия Национальной академии наук Республики Казахстан. Серия физико-математическая. № 4. 2013. С. 3-12.
- [9] Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения (М, 1961).
- [10] De Donder T. *La Gravifique Einsteinienne* (Gauthier-Villars, Paris, 1921).
- [11] Lanczos C. *Phys. Z.* 23, 537 (1923).
- [12] Брумберг В.А. Релятивистская небесная механика (М, 1972).
- [13] Chandrasekhar S. *Ellipsoidal Figures of Equilibrium* (Yale University Press, New Haven, CT, 1967).
- [14] Meinel R., Ansorg M., Kleinwächter A., Neugebauer G., Petroff D. *Relativistic Figures of Equilibrium* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2008).

REFERENCES

- [1] Chandrasekhar S. *Astrophys. J.* **1965**, 142, 1488 (in Eng.).
- [2] Abdildin M.M. *Problems of Field Theory*, edited by S. E. Ermatov et al. (Kazakh State University Press, Alma-Ata, 1985), pp. 20–25 (in Russ.).
- [3] Abdildin M.M. *Mechanics of Einstein Gravitation Theory* (Nauka, Alma-Ata, 1988) (in Russ.).
- [4] Abdildin M.M. *The Problem of Bodies Motion in General Relativity* (Kazakh University Press, Almaty, 2006) (in Russ.).
- [5] Kerr R.P. *Phys. Rev. Lett.* **1963**, 11, 237 (in Eng.).
- [6] Boshkayev K., Quevedo H., Ruffini R. *Physical Review D.* **2012**, 86, 064043 (in Eng.)
- [7] Landau L.D., Lifshitz E.M. *The Classical Theory of Fields* (Addison-Wesley, Reading, MA, 2003) (in Eng.).
- [8] Boshkayev K., Quevedo H., Abishev M.E., Toktarbay C., Aimuratov Ye.K. *Reports of National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.* **2013**, Number 4, 3-12 (in Russ.).
- [9] Fock V.A. *Theory of Space, Time and Gravitation* (Pergamon Press, London, 1961) (in Eng.).
- [10] De Donder T. *La Gravifique Einsteinienne* (Gauthier-Villars, Paris, 1921) (in French.).
- [11] Lanczos C. *Phys. Z.* **1923**, 23, 537 (in Eng.).
- [12] Brumberg V.A. *Essential Relativistic Celestial Mechanics* (Adam Hilger, Philadelphia, PA, 1991) (in Eng.).
- [13] Chandrasekhar S. *Ellipsoidal Figures of Equilibrium* (Yale University Press, New Haven, CT, 1967) (in Eng.).
- [14] Meinel R., Ansorg M., Kleinwächter A., Neugebauer G., Petroff D. *Relativistic Figures of Equilibrium* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2008) (in Eng.).

ФОК ЖӘНЕ КЕРР МЕТРИКАЛАРЫНЫҢ СӘЙКЕС БОЛУЫ

К. А. Бошкаев^{1,2}, Ш. С. Сулейманова¹, Б. А. Жами¹, А. С. Таукенова¹, Е. К. Аймуратов²

¹Өл-Фараби атындағы ҚазҰУ, Өл-Фараби даңғылы 71, 050040 Алматы, Қазақстан,

²ICRANet, Piazza della Repubblica 10, I-65122 Pescara, Italy

Тірек сөздер: Эйнштейн теңдеулерінің жуық және дәл шешімдері, Фок метрикасы, Керр метрикасы, координаттық түрлендірулер.

Аннотация. Жұмыста Фоктың жуық және Керрдің дәл шешімдерін сәйкес қою әдісі қарастырылды. Бұл шешімдер ғылыми әдебиетте кеңінен белгілі болғандықтан біз олардың қорытып шығару жолын егжей-тегжейлі қарастырмаймыз, тек метрикалардың соңғы дайын түрін пайдаланамыз. Жұмыс дидактикалық және педагогикалық сипатқа ие. $\sim 1/c^2$ жуықтауында ұйытқу теорияның тәсілдері қолданылады. Фок және Керр метрикаларын сәйкес қоюға мүмкіндік беретін жуық координаттық түрлендірулер аналитикалық жолмен алынды. Ұсынылған әдісті Эйнштейннің өзге де сыртқы жуық шешімдеріне пайдалануға болады.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 49 – 54

**APPLICATION OF THE METHOD OF IMPACT
THROUGH THE ELASTIC ELEMENT TO HASTILY
IN THE WELL COLUMN****A. Baraev¹, I. I. Dzhanzakov², M. Zh. Zhumabaev¹, K. M. Kulzhatayeva¹, A. S. Tulep³**¹South Kazakhstan State Pedagogical Institute, Shymkent, Kazakhstan,²Atyrau Institute of oil and gas? Kazakhstan,³ International Kazakh-Turkish University named by Kh. A. Yesevi, Turkestan, Kazakhstan.

E-mail: baraev42@mail.ru

Key words: clamp, column, a well, a method.**Abstract.** Causes and factors that lead to prihvatu are many and varied, the same for all types of stuck pipe is that the column of some its over is quite firmly associated with the wall of the well.

Main goal is to reduce the limit values of the forces between the particles and the surface of the pipe, which provides pipes on the walls of the well. To do this, various methods are used, one of which is the impact on the convoy in the area of welding.

The impact speed of the elastic element in the amount shown at large values of the time. The voltage changes in a limited time interval. Thus, for each value of force is the value of the coefficient of tightness stiffness of elastic element, where the shock plays a pivotal role in liquidation stuck pipe.

УДК 622.48

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА УДАРНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ
ЧЕРЕЗ УПРУГИЙ ЭЛЕМЕНТ
НА ПРИХВАЧЕННУЮ В СКВАЖИНЕ КОЛОННУ****А. Бараев¹, И. И. Джанзаков², М. Ж. Жумабаев¹, К. М. Кулжатаева¹, А. С. Тулеп³**¹Южно-Казахстанский государственный педагогический институт, Шымкент, Казахстан,²Атырауский институт нефти и газа, Казахстан³Международный казахско-турецкий университет им. Х. А. Ясави, Туркестан, Казахстан**Ключевые слова:** прихват, колонна, скважина, метод.**Аннотация.** Причины и факторы, приводящие к прихвату многочисленны и разнообразны, общим же для всех типов прихватов является то, что колонна на некотором своем протяжении оказывается достаточно прочно связанной со стенкой скважины.

Основной задачей являются уменьшение до предельного значения величины силы связи между частицами корки и поверхностью трубы, которая обеспечивает движение трубы относительно стенок скважины. Для этого применяются различные методы, одним из которых является ударное воздействие на колонну находящегося в зоне прихвата.

Рассмотрим действия ударного импульса нагрузки на колонну через упругий элемент, сопряженный с некоторым сечением недеформируемой колонны [1, 2]. При этом колеблющаяся колонна возбуждает поперечные (сдвиговые) волны в окружающей колонну среде, которые существенно могут изменить напряженное состояние массива горной породы. Движения частиц среды вблизи колонны описывается уравнением

$$\frac{1}{c_2^2} \frac{\partial^2 W_g}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 W_g}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W_g}{\partial r}, \quad (1)$$

для интегрирования которого имеем граничные условия :

$$m \frac{\partial^2 W_g(R_1, t)}{\partial t^2} = 2\pi R_1 l G \frac{\partial W_g(R_1, t)}{\partial r} - l_1 \eta c \frac{\partial W_g}{\partial t} + k_0 (W_* - W_g) + \bar{P}_0(t) \text{ при } r = R_1 \quad (2)$$

$$W_g(R_2, t) = 0 \text{ при } r = R_2, \quad (3)$$

где $W_g(r, t)$ – осевое перемещение частиц породы; \bar{P}_0 – осевое усилие; $c_2 = \sqrt{G/\rho}$ – скорость распространения поперечной волны в массиве горной породы; ρ и G – плотность и модуль сдвига для слоя массива, создающего сопротивление движению колонны. Ось Or направлена перпендикулярно оси OZ , k_0 – коэффициент жесткости упругого элемента, закрепленного одним концом к телу колонны, $R_2 = R_1 + h$, R_1 – внешний радиус колонны, h – толщина пристеночного слоя массива, $W_* = W_*(t)$ – перемещение другого конца элемента.

Решение уравнения (1) представим в виде

$$W_g = W_1(t) \ln(R_2 / r) + W_2(r, t), \quad (4)$$

где функция $W_1(t)$ удовлетворяет уравнению

$$m \ln(R_2 / R_1) \ddot{W}_1(t) + (2\pi l G + k_0) W_1(t) + l_1 \eta c \ln(R_2 / R_1) \dot{W}_1 = \bar{P}_0(t) + k_0 W_*(t) \quad (5)$$

с нулевым начальным условием $W_1(0) = \dot{W}_1(0) = 0$.

Второе составляющее суммы удовлетворяет неоднородному уравнению (1) и однородному граничному условию

$$m \frac{\partial^2 W_2(R_1, t)}{\partial t^2} = 2\pi R_1 l G \frac{\partial W_2(R_1, t)}{\partial r} - (L - l) \eta c \frac{\partial W_2}{\partial t} - k_0 W_2 \text{ при } r = R_1, \quad (6)$$

$$W_2(R_2, t) = 0 \text{ при } r = R_2, \quad (7)$$

В дальнейшем влиянием вязкости в зоне прихвата пренебрегаем, и решение уравнения (1), удовлетворяющее нулевым начальным условиям ($W_g(r, 0) = \frac{\partial W_g(r, 0)}{\partial t} = 0$) и однородным граничным условиям (6) и (7), представим в виде разложения Фурье–Бесселя [3]

$$W_2(r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) K(\lambda_n r),$$

где $K(\lambda_n r) = J_0(\lambda_n r) Y_0(\lambda_n R_2) - Y_0(\lambda_n r) J_0(\lambda_n R_2)$ – собственные функции, λ_n – собственные числа, определяемые из уравнения

$$[(k_0 - \lambda_n^2 m c_2^2) J_0(\lambda_n R_1) - S G \lambda_n J_0'(\lambda_n R_1)] Y_0(\lambda_n R_2) - [(k_0 - \lambda_n^2 m c_2^2) Y_0(\lambda_n R_1) - S G \lambda_n Y_0'(\lambda_n R_1)] J_0(\lambda_n R_1) = 0.$$

Функции $T_n(t)$ определяются по формулам.

$$T_n = - \frac{b_n}{\omega_0^2 - \omega_n^2} \left[\frac{k_0 V_0}{m} \left(\frac{\sin \omega_n t}{\omega_n} - \frac{\sin \omega_0 t}{\omega_0} \right) + \frac{P_*}{m \ln \xi} (\cos \lambda_n t - \cos \omega_0 t) \right]$$

Решение уравнения (5) при $\eta = 0$ представим в виде

$$(\omega_o^2 = \frac{2\pi Gl + k_0}{m}),$$

$$W_1(t) = \frac{k_1}{\omega_0 m} \int_0^t W_*(\tau) \sin \omega_0(t - \tau) d\tau + \frac{1}{\omega_0 m \ln \xi} \int_0^t \bar{P}(\tau) \sin \omega_0(t - \tau) d\tau.$$

В дальнейшем полагаем $P_0 = const = P_{00}$ (с постоянной величиной силы натяга), и рассмотрим случая движения конца упругого элемента. с постоянной скоростью V_0 : $W_* = V_0 t$.

Тогда и функции $W_1(t)$ и $T_n(t)$ принимают вид ($P_* = P_{00} - P_{cp}$)

$$W_1 = \frac{k_0 V_0}{m} \frac{\omega_0 t - \sin \omega_0 t}{\omega_0^3} + \frac{P_*}{m \ln \xi} \frac{1 - \cos \omega_0 t}{\omega_0^2};$$

$$T_n = -\frac{b_n}{\omega_0^2 - \omega_n^2} \left[\frac{k_0 V_0}{m} \left(\frac{\sin \omega_n t}{\omega_n} - \frac{\sin \omega_0 t}{\omega_0} \right) + \frac{P_*}{m \ln \xi} (\cos \lambda_n t - \cos \omega_0 t) \right]$$

Результаты расчетов для перемещения колонны $W = W_g(t, R_1)$ (мм) и касательного напряжения $sigma = \sigma_{rz}(t, R_1)$ (МПа) представлены на рисунках 1–4 в виде графиков.

В расчетах принято: длина, внешний радиус колонны и погонная масса колонны соответственно равны: $H = 1000$ м, $R_1 = 0.07$ м, $m_n = 30$ кг, толщина пристеночного слоя $h = 0.7$ м ($R_2 = 10 R_1$), радиус скважины $R_1 = 0.09$ м Плотность, коэффициент Пуассона и модуль сдвига для породной среды соответственно равны $\rho = 2000 \text{ кг/м}^3$, $\nu = 0.2$ и $G = 10^3 \text{ МПа}$, коэффициент трения между поверхности трубы и стенками скважины $f = 0.3$.

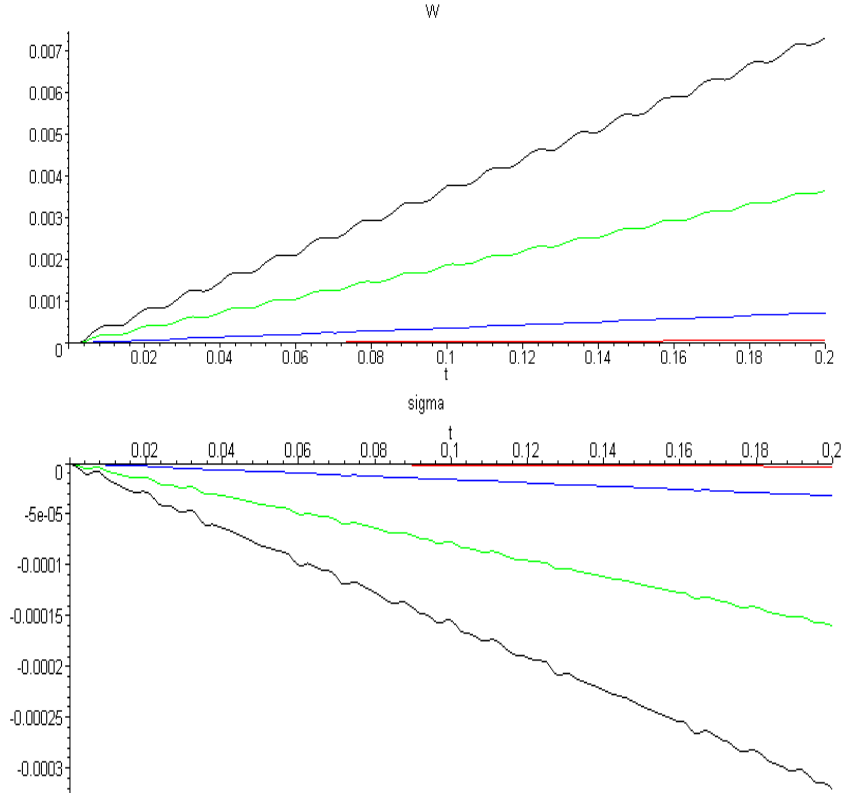


Рисунок 1 – Кривые зависимости перемещения $W = W_g(t, R_1)$ (мм) и напряжения $sigma = \sigma_{rz}(t, R_1)$ (МПа)

от времени для $k_0 = 50 \text{ кН/м}$ и при равенстве силы натяга к силе веса колонны $P_* = 0$ ($P_0 = mgh$)

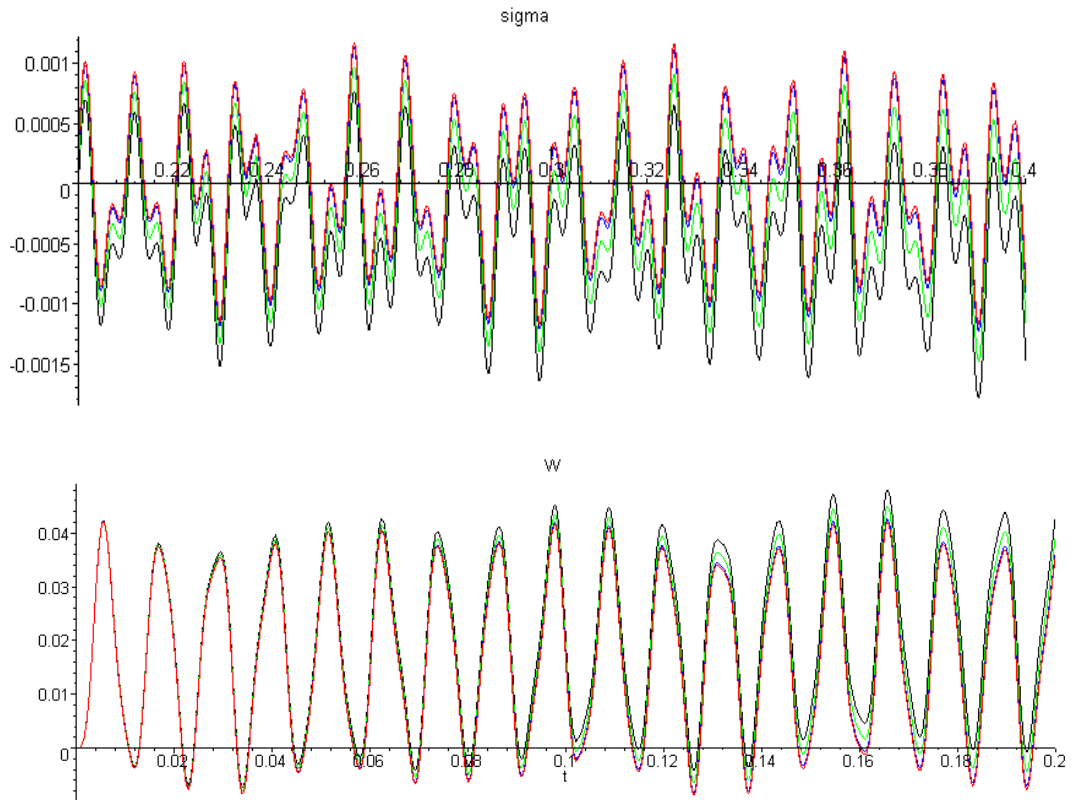
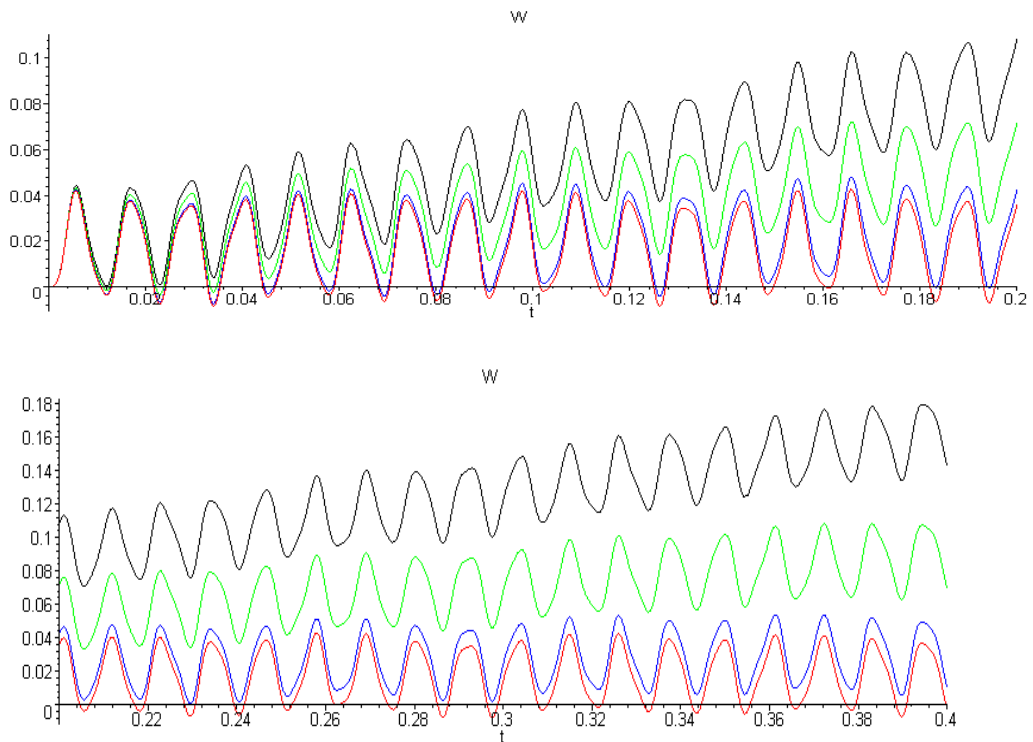


Рисунок 2 – Кривые зависимости перемещения $W = W_g(t, R_1)$ (мм) и напряжения $sigma = \sigma_{rz}(t, R_1)$ (МПа) от времени для $k_0 = 524kH / м$ и при равенстве силы натяга к силе веса колонны $P_* = 0$ ($P_0 = mgh$)



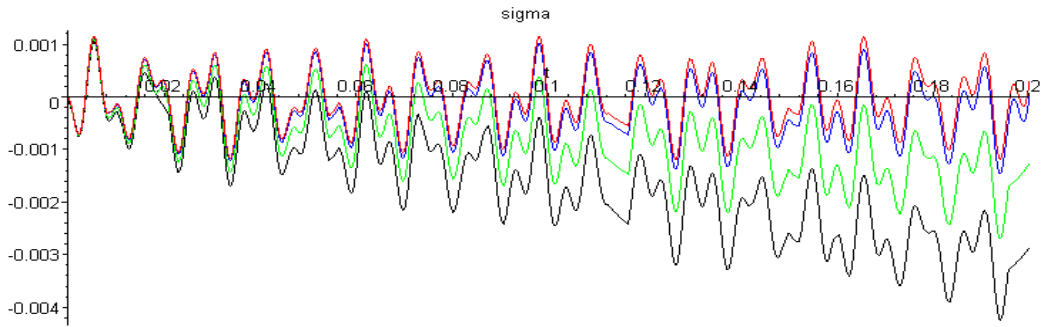


Рисунок 3 – Кривые зависимости перемещения $W = W_g(t, R_1)$ (мм) и напряжения $sigma = \sigma_{rz}(t, R_1)$ (МПа) от времени для $k_0 = 500kH / м$ при $P_* = 524kH (P_0 = 824kH)$

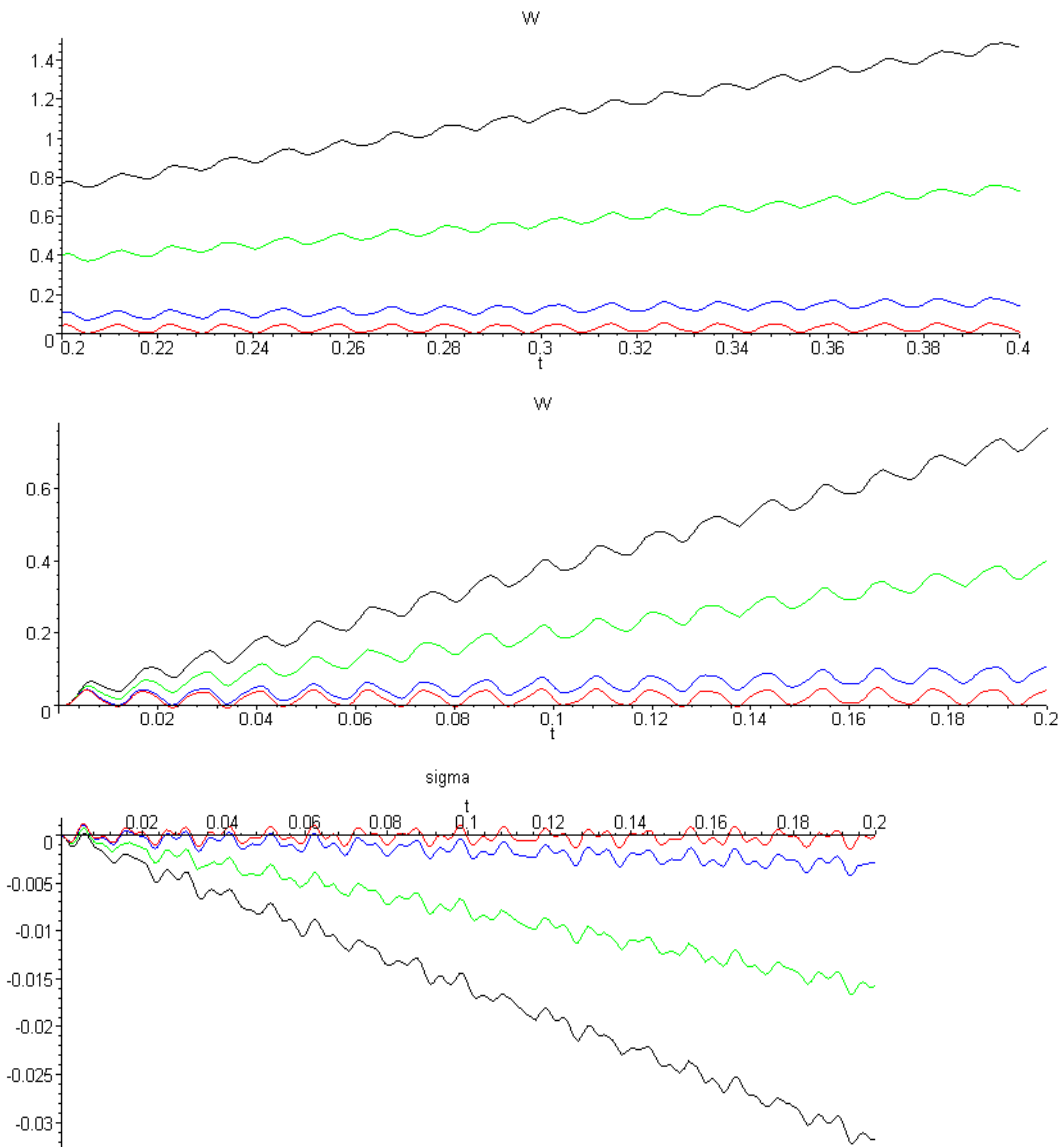


Рисунок 4 – Кривые зависимости перемещения $W = W_g(t, R_1)$ (мм) и напряжения $sigma = \sigma_{rz}(t, R_1)$ (МПа) от времени для $k_0 = 5MH / м$ при $P_* = 524kH (P_0 = 824kH)$

Расчеты были проведены для длины прихвата $l = 50$, трех значений коэффициента жесткости упругого элемента $k_0 = 50kH/m$, $k_0 = 500kH/m$, $k_0 = 5MH/m$ при действии силы натяга $P_0 = 2 * P_{cp} = 1048kH$ (сила прихвата при этом будет равна $P_{cp} = 524kH$).

Скорость перемещения конца упругого элемента была принята $V_0 = 0.1m/c$ (линии красного цвета), $V_0 = 1m/c$ (линии голубого цвета), $V_0 = 5m/c$ (линии зеленого цвета), $V_0 = 10m/c$ (линии черного цвета).

Из анализа кривых следует, что отсутствию натяга изменение перемещения колонны по времени практически носит линейный характер (рисунок 2). Влияние скорости перемещения упругого элемента на величину перемещения проявляется при больших значениях времени. При этом напряжения по времени меняются в ограниченном интервале.

Таким образом, для каждого значения силы натяга существует значение коэффициента жесткости упругого элемента, начиная с которого ударное воздействие играет определяющую роль при ликвидации прихвата.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Билицкий Т.В. Взаимодействие бурильной колонны с забоем скважины. – М.: Недра, 1975. – 256 с.
- [2] Джанзаков И.И. Механика бурильных колонн в условиях прихвата. Атырау, 2006. – 202 с.
- [3] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнение математической физики. – М.: Наука, 1977. – 736 с.

REFERENCES

- [1] Bilickij T.V. Vzaimodejstvie buril'noj kolonny s zaboem skvazhiny. M.: Nedra, 1975. 256 s.
- [2] Dzhanzakov I.I. Mehanika buril'nyh kolonn v uslovijah prihvata. Atyrau, 2006. 202 s.
- [3] Tihonov A.N., Samarskij A.A. Uravnenie matematicheskoy fiziki. M.: Nauka, 1977, 736 s.

ҰҢҒЫМА БАҒАНЫНА БЕКІТІЛГЕН ЖҰМСАҚ ЭЛЕМЕНТКЕ СОҒУ ӘДІСІ АРҚЫЛЫ ӘСЕР ЕТУ

А. Бараев¹, И. И. Жанұзақов², М. Ж. Жұмабаев¹, К. М. Құлжатаева¹, А. С. Тулеп³

¹Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік педагогикалық институт, Шымекент, Қазақстан,

²Атырау мұнай және газ институты, Қазақстан,

³Қ. А. Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан, Қазақстан

Тірек сөздер: қысу, баған, ұңғыма, әдіс.

Аннотация. Қысып қалуға әкеп соғатын себептер мен факторлар көп, бірақ олардың барлығына тән ортақ қасиет – біршама уақыт өткеннен кейін бағанның ұңғыма қабырғасымен тығыз жабысып қалуы. Ұңғыма қабырғасына қатысты құбырдың қозғалысын қамтамасыз ететін қыртыс бөлшектері мен құбырдың сыртына әсер ететін күштің көлемін азайту – негізгі тапсырма. Ол үшін әртүрлі әдістер қолданылады, соның бірі бағанға сокқы жасау арқылы әсер ету әдісі.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 55 – 61

**SYNTHESIS OF MULTIWALLED CARBON NANOTUBES
AND ITS COMPOSITE BY CVD METHOD****D. G. Batryshev, Kh. A. Abdullin, T. S. Ramazanov, M. T. Gabdullin,
D. V. Ismailov, A. K. Togambaeva, E. V. Chihray**

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: batryshev@physics.kz

Key words: carbon, nanotube, CVD method, scanning, electron, probe, microscopies.

Abstract. In this work the method of chemical vapor deposition of carbon nanotubes and its composites is considered. The synthesis of carbon nanotubes was carried out in fixed and fluidized bed reactors. The silicon substrate, titanium dioxide powder and fiberglass were used as catalyst carriers. Catalytic thin nanolayers (Ni) were deposited on the surface of Si substrate by electron-beam sputtering method. Metal nanoparticles (Fe, Ni, Co) were deposited on the surface of powder and fiberglass by wet impregnation method into catalyst solution and its following drying. The obtained samples were examined by scanning electron microscopy (SEM) and Raman spectroscopy. The electrical properties of obtained composites were measured at direct current. The degree of defect-free zone of carbon nanotubes deposited on a silicon substrate and titanium oxide powder is quite high. The obtained composite material of fiberglass with carbon nanotubes has high electrical conductivity. The electrical resistivity of composite material is very sensitive for external pressure. On increasing of external pressure (from ~0.03 to ~0.15 MPa) and at constant voltage (5 Volts) the electrical resistivity of samples decreases and wherein the pressure sensitivity is different for samples with different electrical resistance.

УДК 539.23; 539.216.1

**СИНТЕЗ МНОГОСТЕННЫХ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК
И ИХ КОМПОЗИТОВ МЕТОДОМ CVD****Д. Г. Батрышев, Х. А. Абдуллин, Т. С. Рамазанов, М. Т. Габдуллин,
Д. В. Исмаилов, А. К. Тогамбаева, Е. В. Чихрай**

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: углеродная нанотрубка, метод CVD, сканирующая электронная и зондовая микроскопия.

Аннотация. В настоящей работе рассматривается метод химического осаждения из газовой фазы углеродных нанотрубок и их композитов. Синтез углеродных нанотрубок проводился в реакторах с подвижным и неподвижным слоем. В качестве носителей катализатора использовались подложки кремния, порошок оксида титана и стекловолокно. На пластины Si тонкие слои катализатора (Ni) наносились методом электронно-лучевого распыления. Наночастицы металлов (Fe, Ni, Co) наносились на поверхность порошков и стекловолокна методом пропитки в химических растворах солей металлов с последующим отжигом. Полученные образцы исследовались методом сканирующей электронной микроскопии (SEM) и спектроскопией комбинационного рассеяния. Электрические характеристики полученных композитов измерены на постоянном токе. Установлено, что степень бездефектности углеродных нанотрубок на кремниевых подложках и на порошке оксида титана довольно высокая. Полученный композитный материал из стекловолокна, покрытого углеродными нанотрубками, имеет высокую электрическую проводимость, которая весьма чувствительна к внешнему давлению. При увеличении внешнего давления (от ~0.03 до ~0.15 МПа) и при фиксированном напряжении (5 В) электрическое сопротивление образцов резко уменьшается в 4-5 раз, при этом чувствительность к давлению может регулироваться условиями приготовления композитов.

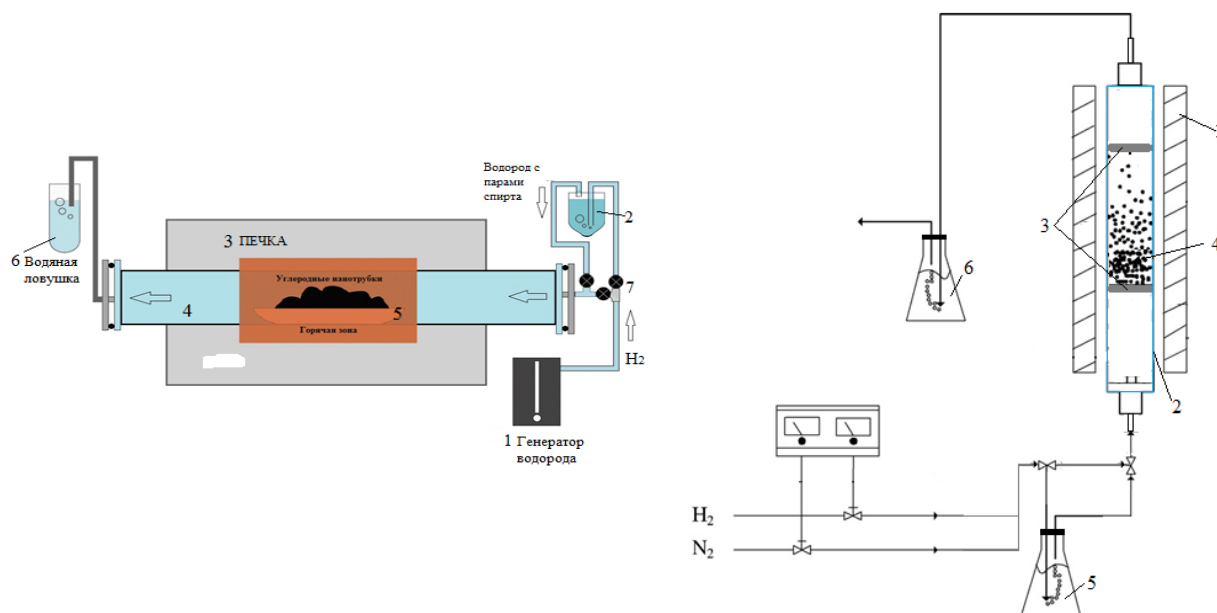
Введение. Углеродные нанотрубки (УНТ) были впервые обнаружены в 1991 г. Иидзимой [1] в ходе исследования на просвечивающем электронном микроскопе продуктов плазмохимической реакции в дуговом разряде. На микроскопе были обнаружены необычные полые трубчатые структуры с диаметром в несколько нанометров, которые впоследствии получили название углеродных нанотрубок. Различают одностенные и многостенные УНТ. Одностенная углеродная нанотрубка (ОУНТ) образуется в результате сворачивания одной графеновой плоскости в цилиндр, а многостенная углеродная нанотрубка (МУНТ) состоит из большого количества свернутых графеновых плоскостей. Оба вида УНТ имеют превосходную механическую прочность с замечательными тепловыми и электрическими свойствами. ОУНТ и МУНТ находят многочисленные применения в качестве химических сенсоров, нанобиоматериалов, проводящих прозрачных электродов, проводящих чернил, капсул для хранения водорода, в композитных материалах, наноустройствах и дисплеях [2-8].

На сегодняшний день существуют три наиболее распространенных методов получения УНТ – метод электродугового синтеза [9-11], плазмохимическое осаждение паров из газовой фазы [12-15] и лазерная абляция [16, 17]. Существуют и другие методы, но из-за трудности контроля роста УНТ, дороговизны каталитических реагентов и аппаратуры они не получили широкого применения. В настоящее время для масштабного производства УНТ применяют метод дугового распыления и метод плазмохимического осаждения из газовой фазы, так как они наиболее максимально отвечают требованиям производства высококачественных УНТ. Недостатки данных методов – токсичность реагентов, высокая температура, высокие энергетические затраты, загрязнение примесями продуктов синтеза. Поэтому для улучшения производительности методов синтеза УНТ проводятся многочисленные исследования. В настоящей работе рассматривается метод синтеза УНТ на основе химического осаждения паров углерода из газовой фазы (CVD) с неподвижным и подвижным слоями. Неподвижный слой – это катализатор, нанесенный на неподвижную инертную подложку, расположенную в реакторе синтеза УНТ, подвижный слой – это катализатор, нанесенный на порошкообразный носитель, который находится в динамическом равновесии внутри реактора.

Эксперимент

Синтез УНТ проводился на двух установках. Для синтеза УНТ на неподвижном слое (подложке) была использована установка, схема которой представлена на рисунке 1 (слева). Установка состоит из горизонтальной реакционной камеры в виде трубчатой печи. Внутри печи вдоль ее оси расположена герметичная кварцевая трубка. На вход трубки подают транспортный газ водород вместе с парами спирта, а выход соединяют с водяной ловушкой для растворения токсичных продуктов плазмохимической реакции. Синтез УНТ осуществлялся при температурах 600-900°C в атмосфере водорода. Источником углерода были пары этанола. В качестве подложки использовалась кремниевая пластина с термически выращенным оксидным слоем SiO₂. На подложку методом электронно-лучевого распыления наносилась тонкая пленка никеля, играющая роль катализатора для роста УНТ. Подготовленная подложка загружалась в кварцевую трубку в область изотермической зоны. Все фланцы установки герметизировались, и установка продувалась водородом в течение часа, после чего включался нагрев реактора. Вследствие малой инерционности печи и реактора температура в интервале 600-900°C достигалась за 15-20 минут. При достижении необходимой температуры синтеза включалась продувка газа через второй канал – барботер, находящийся при комнатной температуре и заполненный этанолом. На рисунке 1 стрелками обозначены направления потока реакционного газа.

В качестве неподвижного слоя также было использовано стекловолокно на основе SiO₂, на которое наносился катализатор путем обработки в водном растворе 0.1 М нитратов кобальта и никеля с последующей промывкой в дистиллированной воде и сушкой на воздухе. Волокна загружались в среднюю часть реактора, заполняя весь диаметр трубки. Нитраты кобальта и никеля восстанавливались в водородной атмосфере до металлов на этапе нагрева и выхода на рабочую температуру синтеза.



1 – генератор водорода, 2 – барботер с этанолом, 3 – печь,
4 – кварцевая трубка, 5 – подложка/стекловолокно,
6 – водяная ловушка, 7 – переключатель каналов
для подачи чистого водорода и водорода с парами спирта

1 – печь, 2 – кварцевая трубка,
3 – керамические фильтры,
4 – микрочастицы оксида титана, 5 – барботер
с этиловым спиртом, 6 – водяная ловушка

Рисунок 1 – Структура установок с неподвижным (слева) и подвижным (справа) слоями носителя катализатора

В методе с подвижным слоем был использован порошок TiO_2 с размером частиц порядка 0.2 мкм в качестве носителя железного катализатора. Катализатор наносился путем обработки порошка TiO_2 в водном растворе хлорида железа в течении 12 ч, с последующей сушкой при 105°C и восстановлением в водороде при $\sim 500^\circ\text{C}$ в течение 30-60 минут непосредственно перед синтезом в вертикальном реакторе. Установка с подвижным слоем порошков TiO_2 представлена на рисунке 1 (справа). Динамическое равновесие порошков обеспечивалось керамическими фильтрами с размерами пор меньше, чем диаметр частиц порошка. Синтез УНТ проводился при температурах 700°C в атмосфере водорода и азота с парами этанола.

Результаты

Свойства полученных УНТ исследованы методом сканирующей электронной микроскопии (SEM) и спектроскопии комбинационного рассеяния.

Определены условия для синтеза слоев углеродных нанотрубок на подложках из кремния с нанесенными слоями никеля. На рисунке 2а показана морфология полученных многостенных нанотрубок с диаметром 25-70 нм, длиной более 30 мкм. На рисунке 3 приведены спектры рамановского рассеяния полученных образцов УНТ. Известно [18], что для оценки размеров области гомогенного рассеяния L_a в углеродных структурах можно использовать данные из спектров комбинационного рассеяния и формулу $L_a = 4.4 \cdot I(G)/I(D)$ нм. По рамановским спектрам и по изменению отношения интенсивностей I_G/I_D полос D и G при варьировании технологических параметров синтеза проведены оценки изменения степени бездефектности полученного графитового материала. Размер L_a , оцененный по рамановским спектрам полученных УНТ (рисунок 3), составил от 2.4 до 5.2 нм. Таким образом, при росте температуры синтеза степень бездефектности полученных УНТ, характеризуемая длиной L_a , увеличивается. Возможным объяснением этому является то, что с увеличением температуры увеличивается подвижность атомов углерода при росте УНТ, в результате падает количество дефектов на УНТ.

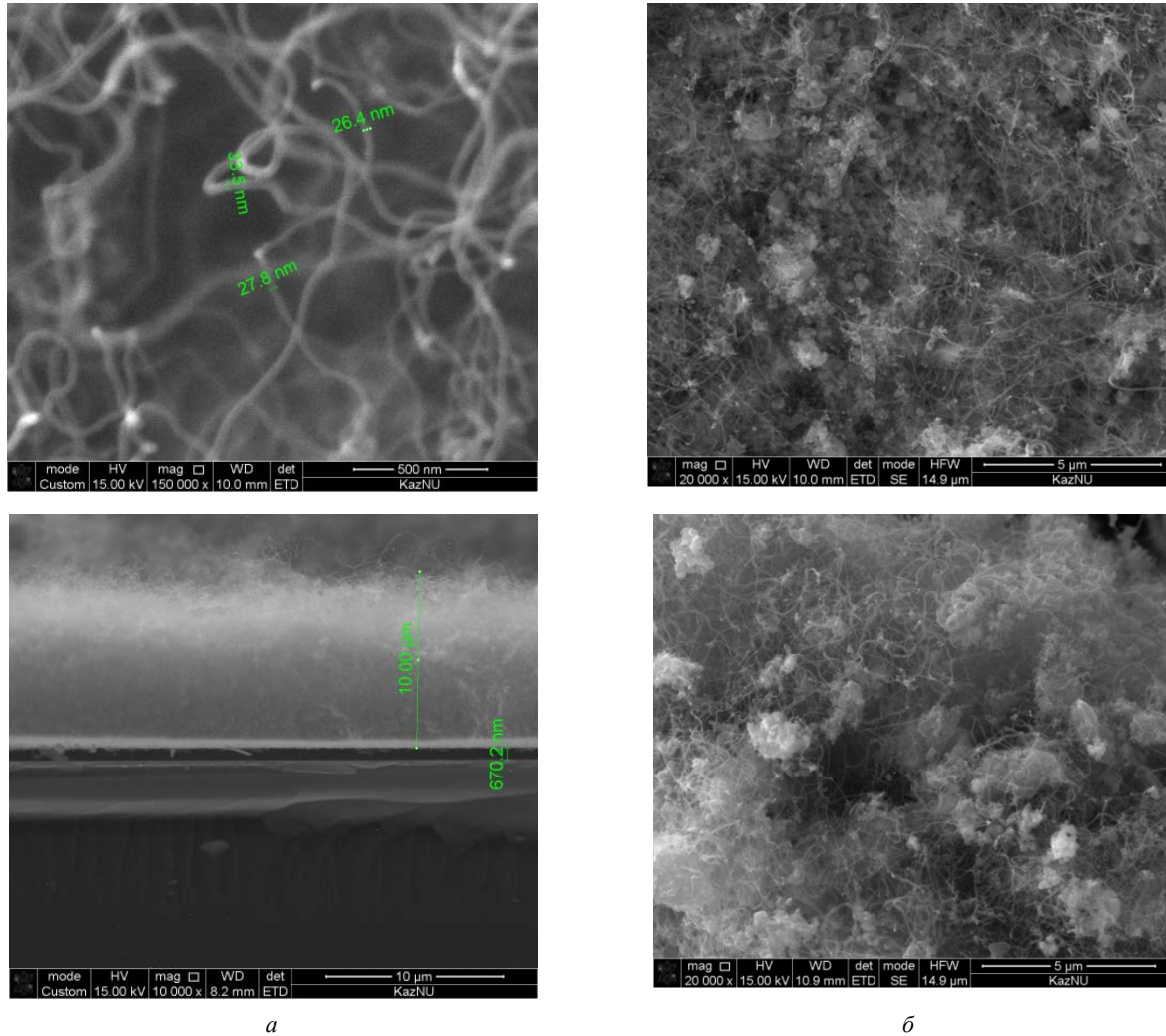


Рисунок 2 – SEM снимки слоев УНТ осажденных на кремниевой подложке, время синтеза 15 мин (а) и на порошке TiO₂ с железным катализатором в псевдокипящем слое, время синтеза 60 мин (б)

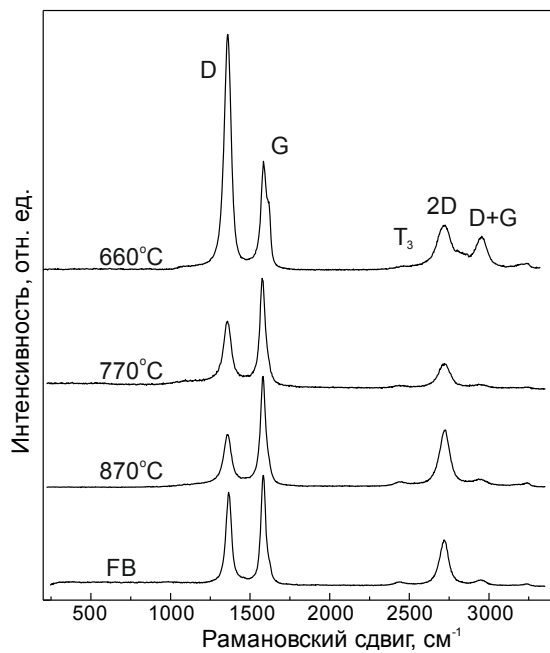


Рисунок 3 – Рамановские спектры слоев УНТ, полученных на подложках Si+Ni при температурах 660, 770 и 870 °С, и на порошке TiO₂ с железным катализатором. Спектры сняты при возбуждении на 473 нм

Как показывают исследования SEM, отжиг кремниевых подложек с каталитическим слоем никеля при температурах 650-900°C в инертной либо в водородной атмосфере без подачи углеродсодержащих компонентов приводит к формированию нанокластеров никеля на поверхности оксида кремния. Средние размеры нанокластеров зависят от толщины первоначального слоя никеля и в нашем случае составляли 10-20 нм. Эти нанокластеры выступают в роли катализаторов роста УНТ по известному механизму перенасыщения раствора углерода в металле и выделения углерода в виде второй фазы.

На рисунке 2б показана морфология полученных в вертикальном реакторе УНТ при использовании в качестве подвижного слоя порошков оксида титана с железным катализатором. Отметим, что степень кристалличности полученных УНТ достаточно высокая, что видно из рамановских спектров (рисунок 3), оцененный размер кристаллитов равен ~5 нм.

Для увеличения количества УНТ в качестве подложки и основы композитного материала были использованы волокна на основе SiO₂. Морфология полученных образцов показана на рисунке 4. Как видно из рисунка, УНТ диаметром 20-80 нм покрывают более или менее однородно крупные SiO₂ волокна.

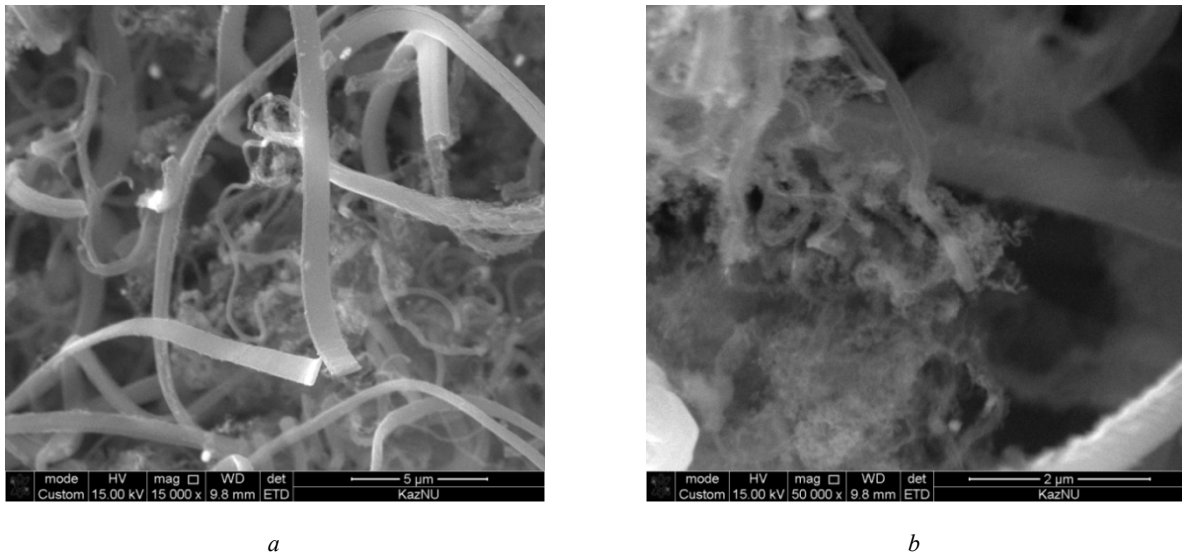


Рисунок 4 – SEM снимки слоев УНТ, осажденных на волокнах на основе SiO₂ с Ni-Co катализатором в водородной атмосфере при температуре 700°C, время синтеза 60 мин. Увеличение на снимке (а) x15 000, на (b) x50 000

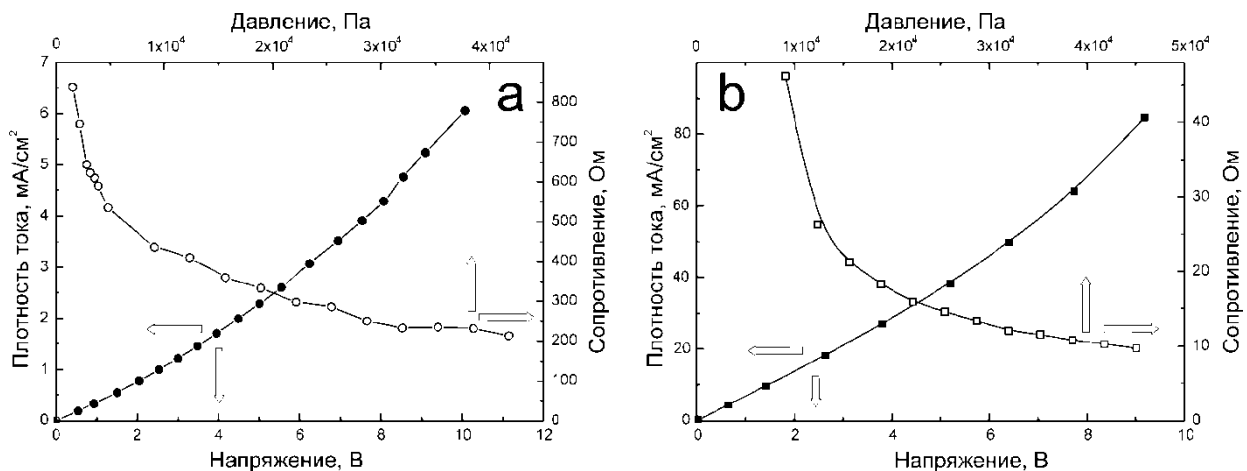


Рисунок 5 – Вольт-амперные характеристики и зависимость электрического сопротивления от величины приложенного внешнего давления для двух типов композитов: слева – с низким и справа – с высоким содержанием УНТ

Полученный композитный материал из волокон SiO₂, покрытых УНТ, имеет высокую электрическую проводимость. Измерены электрические свойства композитов МУНТ/волокна на постоянном токе. Удельное сопротивление композитов можно легко варьировать в пределах от нескольких Ом·см и выше в зависимости от режимов получения и содержания УНТ в композите. Вольтамперные характеристики композитов были близки к линейным зависимостям и приведены на рисунке 5 для двух образцов – с низким (а) и высоким (б) содержанием УНТ.

Заключение. Исследован метод химического осаждения из газовой фазы углеродных нанотрубок и их композитов. Синтез углеродных нанотрубок проводился в реакторах с подвижным и неподвижным слоем. В качестве носителей катализатора использовались подложки кремния, порошок оксида титана и стекловолокно. На пластины Si тонкие слои катализатора (Ni) наносились методом электронно-лучевого распыления. Наночастицы металлов (Fe, Ni, Co) наносились на поверхность порошков и стекловолокна методом пропитки в химических растворах солей металлов с последующим отжигом. Полученные образцы исследовались методом сканирующей электронной микроскопии (SEM) и спектроскопией комбинационного рассеяния. Электрические характеристики полученных композитов измерены на постоянном токе. Установлено, что степень бездефектности углеродных нанотрубок на кремниевых подложках и на порошке оксида титана довольно высокая. Полученный композитный материал из стекловолокна, покрытого углеродными нанотрубками, имеет высокую электрическую проводимость, которая весьма чувствительна к внешнему давлению. При увеличении внешнего давления (от ~0.03 до ~0.15 МПа) и при фиксированном напряжении (5 В) электрическое сопротивление образцов резко уменьшается, при этом чувствительность к давлению разная для образцов с разным электрическим сопротивлением и может регулироваться условиями приготовления композитов. Стабильность электрических и тензочувствительных свойств композитов можно значительно увеличить путем усиления структуры композитов при пропитке раствором связующего полимера в подходящем растворителе.

Работа была выполнена при финансовой поддержке МОН РК, гранты 3109/ГФ4, 2501/ГФ3.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Iijima S. Helical microtubules of graphitic carbon // Nature. – 1991. – Vol. 354. – P. 56–58.
- [2] Popov V.N. Carbon nanotubes: Properties and application // Mat. Sci. Eng. R: Reports. – 2004. – Vol. 43. – P. 61–102.
- [3] Paradise M., Goswami T., Carbon nanotubes-production and industrial application // Mat. Design. – 2007. – Vol. 28. – P. 1477–1489.
- [4] Grunlum J.C., Mehrabi A.R., Bannon M.V., Bahr J.L. Water-based single-walled-nanotube-filled polymer composite with an exceptionally low percolation threshold // Adv. Mat. – 2004. – Vol. 16. – P. 150–153.
- [5] Supronowicz P.R., Ajayan P.M., Ullman K.R., Arulanandam B.P., Metzger D.W., Bizios R. Novel current-conducting composite substrates for exposing osteoblast to alternating current stimulation // J. Biomed. Mat. Res.A. – 2002. – Vol. 59. – P. 499–506.
- [6] Koerner H., Price G., Pearce N.A., Alexander M., Varia R.A. Remotely actuated polymer nanocomposite-stress – recovery of carbon nanotube filled thermoplastic elastomers // Nature Mater. – 2004. – Vol. 3. – P. 115–120.
- [7] Sen R., Zhao B., Perea D., Itkis M.E., Hu H., Love J., Bekyarova E., Haddon R.C. Preparation of single-walled carbon nanotube reinforced polystyrene and polyurethane nano-fibers and membranes by electrospinning // NanoLett. – 2004. – Vol. 4. – P. 459–464.
- [8] Lin Y., Taylor S., Li H., Fernando S.K.A., Qu L., Wang W., Gu L., Zhou B., Sun Y.P. Advances toward bioapplications of carbon nanotubes // J. Mater. Chem. – 2004. – Vol. 14. – P. 527–541.
- [9] Bethune D.S., Klang C.H., De-Vries M.S., Gorman G., Savoy R., et al. Cobalt-catalysed growth of carbon nanotubes with single-atomic-layer walls // Nature. – 1993. – Vol. 363. – P. 605–607.
- [10] Buchholz D.B., Doherty S.P., Chang R.P.H. Mechanism for the growth of multiwalled carbon-nanotubes from carbon black // Carbon. – 2003. – Vol. 41. – P. 1625–1634.
- [11] Mitchell D.R., Brown R.M., Spires T.L., Romanoviz D.K., Lagow R.J. The synthesis of megatubes: new dimensions in carbon materials // Inorg. Chem. – 2001. – Vol. 40. – P. 2751–2755.
- [12] Tibbetts G.G. Vapor-grown carbon fibers: Status and prospects // Carbon. – 1989. – Vol. 27. – P. 745–747.
- [13] Kong J., Cassell A.M., Dai H.J. Chemical vapore deposition of methane for single-walled carbon nanotubes // Chem. Phys. Lett. 1998. Vol. 292. P. 567–574.
- [14] Dai H., Kong J., Zhou C., Franklin N., Tomblor T., Cassell et al. Controlled chemical routes to nanotubes architectures, physics, and devices // J. Phys. Chem. B. – 1999. – Vol. 103. – P. 11246–11255.
- [15] Cheng H., Li F., Su G., Pan H., Dresselhaus M. Large-scale and low-cost synthesis of single-walled carbon nanotubes by the catalytic pyrolysis of hydrocarbons // Appl. Phys. Lett. – 1998. – Vol. 72. – P. 3282–3284.
- [16] Thess A., Lee R., Nikolaev P., Dai H.J., Petit P., et al. Crystalline ropes of metallic carbon nanotubes // Science. – 1996. – Vol. 273. – P. 483–487.
- [17] Liu J., Rinzler A.G., Dai H., Hafner J.H., Bradley R.K. et al. Fullerene pipes // Science. – 1998. – Vol. 280. – P. 1253–1256.
- [18] Tuinstra F., Koenig J.L. // J. Chem. Phys. – 1970. – Vol. 53. – P. 1126.

REFERENCES

- [1] Iijima S. *Helical microtubules of graphitic carbon*, Nature. 1991.V.354. P. 56–58 (in Eng.).
- [2] Popov V.N. *Carbon nanotubes: Properties and application*, Mat. Sci. Eng. R: Reports. 2004. V.43. P. 61–102 (in Eng.).
- [3] Paradise M., Goswami T. *Carbon nanotubes-production and industrial application*, Mat. Design. 2007. V. 28.P. 1477–1489 (in Eng.).
- [4] Grunlum J.C., Mehrabi A.R., Bannon M.V., Bahr J.L. *Water-based single-walled-nanotube-filled polymer composite with an exceptionally low percolation threshold*, Adv. Mat.2004.V. 16. P. 150–153 (in Eng.).
- [5] Supronowicz P.R., Ajayan P.M., Ullman K.R., Arulanandam B.P., Metzger D.W., Bizios R. *Novel current-conducting composite substrates for exposing osteoblast to alternating current stimulation*, J. Biomed. Mat. Res.A.2002.V. 59.P. 499–506 (in Eng.).
- [6] Koerner H., Price G., Pearce N.A., Alexander M., Varia R.A. *Remotely actuated polymer nanocomposite-stress-recovery of carbon nanotube filled thermoplastic elastomers*, Nature Mater. 2004. V.3. P. 115–120 (in Eng.).
- [7] Sen R., Zhao B., Perea D., Itkis M.E., Hu H., Love J., Bekyarova E., Haddon R.C. *Preparation of single-walled carbon nanotube reinforced polystyrene and polyurethane nano-fibers and membranes by electrospinning*, NanoLett. 2004. V. 4. P. 459–464 (in Eng.).
- [8] Lin Y., Taylor S., Li H., Fernando S.K.A., Qu L., Wang W., Gu L., Zhou B., Sun Y.P. *Advances toward bioapplications of carbon nanotubes*, J. Mater. Chem.2004.V. 14.P. 527–541 (in Eng.).
- [9] Bethune D.S., Klang C.H., De-Vries M.S., Gorman G., Savoy R., et al. *Cobalt-catalysed growth of carbon nanotubes with single-atomic-layer walls*, Nature. 1993. V. 363. P. 605-607 (in Eng.).
- [10] Buchholz D.B., Doherty S.P., Chang R.P.H. *Mechanism for the growth of multiwalled carbon-nanotubes from carbon black*, Carbon. 2003. V. 41. P. 1625-1634 (in Eng.).
- [11] Mitchell D.R., Brown R.M., Spires T.L., Romanovicz D.K., Lagow R.J. *The synthesis of megatubes: new dimensions in carbon materials*, Inorg. Chem. 2001, V. 40. P. 2751-2755(in Eng.).
- [12] Tibbetts G.G. *Vapor-grown carbon fibers: Status and prospects*, Carbon. 1989. V. 27. P. 745-747 (in Eng.).
- [13] Kong J., Cassell A.M., Dai H.J. *Chemical vapore deposition of methane for single-walled carbon nanotubes*, Chem. Phys. Lett. 1998. V. 292. P. 567-574 (in Eng.).
- [14] Dai H., Kong J., Zhou C., Franklin N., Tomblor T., Cassell et al. *Controlled chemical routes to nanotubes architectures, physics, and devices*, J. Phys. Chem. B. 1999. V. 103. P. 11246-11255(in Eng.).
- [15] Cheng H., Li F., Su G., Pan H., Dresselhaus M. *Large-scale and low7cost synthesis of single-walled carbon nanotubes by the catalytic pyrolysis of hydrocarbons*, Appl. Phys.Lett. 1998. V. 72. P. 3282-3284 (in Eng.).
- [16] Thess A., Lee R., Nikolaev P., Dai H.J., Petit P., et al. *Crystalline ropes of metallic carbon nanotubes*, Science. 1996. V. 273. P. 483-487 (in Eng.).
- [17] Liu J., Rinzler A.G., Dai H., Hafner J.H., Bradley R.K. et al. *Fullerene pipes*, Science. 1998. V. 280. P. 1253-1256.
- [18] Tuinstra F., Koenig J.L., J. Chem. Phys. 1970. V. 53. P. 1126 (in Eng.).

CVD ӘДІСІМЕН КӨПДЕНГЕЙЛІ КӨМІРТЕКТІ НАНОТҮТІКШЕЛЕР МЕН ОЛАРДЫҢ КОМПОЗИТТІН СИНТЕЗДЕУ

Д. Г. Батрышев, Х. А. Абдуллин, Т. С. Рамазанов, М. Т. Габдуллин,
Д. В. Исмаилов, А. К. Тоғамбаева, Е. В. Чихрай

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: көміртегі нанотүтікшесі, CVD әдісі, сканерлеуші электрондық және зондтық микроскопия.

Аннотация. Жұмыста газдық фазадан химиялық қондыру әдісімен көміртекті нанотүтікшелер мен композитті материалдар алу әдісі қарастырылған. Көміртекті нанотүтікшелерді синтездеу жылжымалы және тұрақты қабаттар ректорларында жүргізілген. Катализатор тасушылары ретінде кремний төсеніші, титан оксидінің ұнтағы және шыны мақта қолданылған. Катализаторлар наноқабаттарыэлектронды сәулелік тозандандыру және соңында кептіру мен шаю қарастырылған химиялық қоспаларда катализаторды сіңіру әдістері арқылы алынған. Алынған дайын үлгілер сканерлеуші электрондық микроскопия (SEM) және комбинациялық шашырау спектроскопиясы әдістерімен зерттелген. Алынған композиттердің электрлік сипаттамалары тұрақты токқа өлшенген. Титан оксидінің ұнтағындағы және кремний төсенішіндегі көміртекті нанотүтікшелердің кристалдылық дәрежесі айтарлықтай жоғары және 5 нм. тең екендігі анықталды. Көміртекті нанотүтікшелермен қапталған шыны мақтадан алынған композитті материалдың электр өткізгіштігі өте жоғары. Және де олардың электрлік кедергісі сыртқы қысымға өте сезімтал. Сыртқы қысым артқан кезде (~0.03 МПа-дан ~0.15 МПа дейін) және тұрақты кернеуде (5В) дайын үлгілердің электрлік кедергісі күрт төмендейді, алайда электрлік кедергісі әртүрлі үлгілердің сыртқы қысымды сезгіштігі де түрліше.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 62 – 65

UDC 510.532

MINIMAL ELEMENTS AND MINIMAL COVERS IN ROGERS SEMILATTICES

As. A. Issakhov

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: asylissakhov@mail.ru

Key words: minimal numbering, positive numbering, decidable numbering, minimal cover.

Abstract. This article is devoted to studying algebraic properties of Rogers semilattices of generalized computable families of total functions. Indeed, it is a continuation of attempts to find the elementary properties of the corresponding Rogers semilattices, which differ from properties of the classical Rogers semilattices for families of computable functions. Families of total A -computable functions, where $\emptyset^1 \leq_T A$, will be considered. The basic idea was taken from [1].

Some definitions and notations. For a family F of total functions a numbering $\alpha : \omega \rightarrow F$ is called computable if the binary function $\lambda x \lambda y \alpha(x)(y)$ is total recursive. Let $\alpha : \omega \rightarrow F$ and $\beta : \omega \rightarrow F$ be two numberings of the same set F . We say that the numbering α is reducible to the numbering β , if there is a computable function f such that $\alpha = \beta \circ f$, and we write this symbolically as: $\alpha \leq \beta$. If $\alpha \leq \beta$ and $\beta \leq \alpha$ then the numberings α and β are said to be equivalent, written as $\alpha \equiv \beta$. Denote by $\text{deg}(\alpha)$ the degree of α , that is, the set $\{\beta \mid \beta \equiv \alpha\}$ of numberings. The reducibility of numberings is a pre-order relation on the set of all computable numberings of a family F , which we denote by $\text{Com}(F)$, and it induces a partial order relation on a set of degrees of the numberings in $\text{Com}(F)$, which we also denote by \leq . The partially ordered set $\mathfrak{R}(F) = \langle \{\text{deg}(\alpha) \mid \alpha \in \text{Com}(F)\}, \leq \rangle$ is an upper semilattice, which we call the Rogers semilattice of the family F .

A numbering α of a set F is called minimal if, for any numbering β of F , $\beta \leq \alpha$ implies that $\alpha \leq \beta$. A computable one-to-one numbering is called a Friedberg numbering. The numerical equivalence θ_α of a numbering α is defined as follows: $\theta_\alpha = \{(x, y) \mid \alpha(x) = \alpha(y)\}$. An equivalence relation η is said to be decidable (positive) if η is computable (computably enumerable). For the further undefined notions we refer to [2, 3].

Let F be a family of total functions which are computable by an oracle A . A numbering $\alpha : \omega \rightarrow F$ is called A -computable if the binary function $\alpha(n)(x)$ is A -computable, [4]. A family F is called A -computable if it has an A -computable numbering. If A is a recursive set, then we are dealing with a family of computable functions and its classical computable numberings. The partially ordered set $\mathfrak{R}_A(F) = \langle \{\text{deg}(\alpha) \mid \alpha \in C_A(F)\}, \leq \rangle$, where $C_A(F)$ denotes the set of all A -computable numberings of the family F , is called the Rogers semilattice of the family F , [4].

It is known that the Rogers semilattice of every infinite Σ_{n+2}^0 -computable family contains an infinite number of minimal elements, and if a family $S \subseteq \Sigma_{n+2}^0$ has a Σ_{n+2}^0 -computable Friedberg numbering

then S has an infinite number of non-equivalent positive undecidable Σ_{n+2}^0 -computable numberings and an infinite number of non-equivalent Σ_{n+2}^0 -computable minimal non-positive numberings, [1]. Generalizing these results according to [4] and doing some simplifying in their proofs we have the next statements.

Theorem 1 [5, 6]. Let F be an infinite A -computable family of total functions, where $\emptyset' \leq_T A$. Then F has infinitely many pairwise nonequivalent A -computable Friedberg numberings.

This theorem is obtained after generalization theorem 1 from [5].

Theorem 2. Let F be an infinite A -computable family of total functions, where $\emptyset' \leq_T A$. Then F has infinitely many pairwise nonequivalent positive non-decidable A -computable numberings.

Proof. By theorem 1, suppose that α is an A -computable Friedberg numbering of the family F . Let M be a maximal set and $\overline{M} = \{\overline{m}_0 < \overline{m}_1 < \overline{m}_2 < \dots\}$. For all $k \in \omega$ we construct numberings β_k of the family F by the following way:

$$\beta_k(\overline{m}_i) = \alpha(i) \text{ for any } i \in \omega, \text{ and } \beta_k(x) = \alpha(k) \text{ for any } x \in M.$$

Then

$$y = \beta_k(n)(x) \Leftrightarrow (n \in M \ \& \ y = \alpha(k)(x)) \text{ or } (n \in \overline{M} \ \& \ \exists i(\overline{m}_i = n \ \& \ y = \alpha(i)(x))),$$

where the relations $n \in M$, $n \in \overline{M}$ and $\overline{m}_i = n$ are \emptyset' -computable. Therefore β_k is an A -computable numbering of the family F . Also

$$\beta_k(x) = \beta_k(y) \Leftrightarrow x = y \text{ or } (x \in M \cup \{p\} \ \& \ y \in M \cup \{p\}),$$

where $p \in \overline{M}$ is a β_k -index of the function $\alpha(k)$. So, obviously, θ_{β_k} is a c.e. equivalence. Since the set $\beta_k^{-1}(\alpha(k)) = M \cup \{p\}$ is not computable the numbering β_k is not decidable.

Now we will show that if $k \neq l$ then $\beta_k \not\leq \beta_l$. Assume $\beta_k(x) = \beta_l(f(x))$ for some computable function f . Since $\beta_l(x) \neq \alpha(k)$ for any $x \in M$, it follows that $f(M) \subseteq f(\beta_k^{-1}(\alpha(k))) \subseteq \overline{M}$. And note that the set $\overline{M} \setminus f(\beta_k^{-1}(\alpha(k)))$ contains β_l -indices of all functions in F distinct from $\alpha(k)$, therefore this set is infinite. So, since M is maximal set, the c.e. set $f(M)$ is finite. Moreover, by computability of the set $f^{-1}(f(M)) = \{y | f(y) \in f(M)\}$, the set M is computable, which contradicts with maximality of the set M .

Theorem 3. Let F be an infinite A -computable family of total functions, where $\emptyset' \leq_T A$. Then F has infinitely many pairwise nonequivalent minimal non-positive A -computable numberings.

Proof. By theorem 1, suppose that α is an A -computable Friedberg numbering of the family F . Let M be a maximal set and $\overline{M} = \{\overline{m}_0 < \overline{m}_1 < \overline{m}_2 < \dots\}$. By theorem 2, we know that if we define numbering β of the family F by the following way:

$$\beta(\overline{m}_i) = \alpha(i) \text{ for any } i \in \omega, \text{ and } \beta(x) = \alpha(p) \text{ for any } x \in M \text{ with fixed } p \in \omega,$$

then β is positive non-decidable A -computable numbering of F such that $\beta^{-1}(\alpha(p))$ is a non-computable c.e. set. For all $k \in \omega$ we construct numberings γ_k of the family F by the next way:

$$\gamma_k(\overline{m}_i) = \beta(i) \text{ for any } i \in \omega, \text{ and } \gamma_k(x) = \beta(k) \text{ for any } x \in M.$$

We will show that if $\beta(k) \neq \alpha(p)$ then γ_k is a minimal non-positive A -computable numbering of F . First, we prove that γ_k is a minimal numbering. Let γ be a numbering of F which is reducible to γ_k via some computable function f , where $\text{rng}(f) = W$. Since F is an infinite family and $\gamma_k(x) = \beta(k)$ for any $x \in M$, it follows that the set $W \cap \overline{M}$ is infinite. Then, by M is a maximal set,

$\overline{M} \setminus W$ is a finite set. Now we construct a computable function g reducing γ_k to γ . We enumerate the sets M and W simultaneously, and for every $x \in M \cup W$ if x appears in M first then $g(x)$ is equal to some fixed γ -index of the function $\beta(k)$ (for example, $g(x) = c = \mu_m(\mu_z(\hat{f}(z) = f(m)))$), where \hat{f} is computable function such that $\text{rng}(\hat{f}) = M$, otherwise $g(x) = \mu_y(f(y) = x)$. Finally if x belongs to the finite set $\overline{M} \setminus W$ then again $g(x)$ is equal to some fixed γ -index of the function $\beta(k)$, which completes the construction.

Now it remains to show that if $\beta(k) \neq \alpha(p)$ then γ_k is a non-positive A -computable numbering. $\gamma_k(x) = \alpha(p)$ for all $x \in \widehat{W} \subseteq \overline{M}$, since $\gamma_k(x) = \beta(k) \neq \alpha(p)$ for all $x \in M$, where $\widehat{W} = \gamma_k^{-1}(\alpha(p))$ is infinite set. If γ_k were positive numbering then the set \widehat{W} would be c.e. set, it follows that $\omega \setminus \widehat{W}$ is an infinite set since $M \subseteq \omega \setminus \widehat{W}$, and $\widehat{W} \setminus M$ is an infinite set since $\widehat{W} \subseteq \overline{M}$, which contradicts with the affirmation that M is maximal set.

Theorem 4 [7]. Let F be an A -computable family of total functions, where $\emptyset' \leq_T A$. If F contains at least two functions then F has no A -computable principal numbering.

This theorem is obtained after generalization theorem 3 from [5].

If for any non-principal A -computable numbering α of a family S we can find an A -computable numbering β of S such that $\text{deg}(\beta) > \text{deg}(\alpha)$, and for every degree $\text{deg}(\gamma)$, if $\text{deg}(\alpha) \leq \text{deg}(\gamma) \leq \text{deg}(\beta)$ then either $\text{deg}(\gamma) = \text{deg}(\alpha)$ or $\text{deg}(\gamma) = \text{deg}(\beta)$, then $\text{deg}(\beta)$ is called a minimal cover of $\text{deg}(\alpha)$.

It is known that if a family $S \subseteq \Sigma_{n+2}^0$ contains at least two sets C and D , and α be a Σ_{n+2}^0 -computable numbering of S , and if the set $\alpha^{-1}(C)$ is \emptyset' -computable, then $\text{deg}(\alpha)$ has a minimal cover, [1]. But we have the next statement for an A -computable family of total functions.

Theorem 5. Let F be an A -computable family of total functions and let α be an A -computable numbering of F , where $\emptyset' \leq_T A$. If F contains at least two functions then $\text{deg}(\alpha)$ has a minimal cover.

Proof. By theorem 4, we know that any numbering of F is not principal. Let M be a maximal set and $\overline{M} = \{\overline{m}_0 < \overline{m}_1 < \overline{m}_2 < \dots\}$. Then there exists an one-to-one computable function f such that $f(\omega) = M$. If we define $\beta(x) = \alpha(f^{-1}(x))$ for all $x \in M$ then $\alpha \leq \beta$ via f and β is an A -computable since $f^{-1}(x)$ is \emptyset' -computable set. Now we take $f_1, f_2 \in F$ and find a number $a \in \omega$ such that $f_1(a) \neq f_2(a)$. We complete construction β by defining values $\beta(x)$ for $x \in \overline{M}$. If $\varphi_e(\overline{m}_e) \downarrow$ and $\alpha(\varphi_e(\overline{m}_e))(a) = f_1(a)$ then we define $\beta(\overline{m}_e) = f_2$, otherwise $\beta(\overline{m}_e) = f_1$. It is clear that β is still an A -computable. We will show that $\beta \not\leq \alpha$. Suppose $\beta(x) = \alpha(\varphi_e(x))$, $x \in \omega$, for some computable function φ_e . Put $x = \overline{m}_e$. If $\alpha(\varphi_e(\overline{m}_e))(a) = f_1(a)$ then by construction $\beta(\overline{m}_e)(a) = f_2(a) \neq f_1(a) = \alpha(\varphi_e(\overline{m}_e))(a)$, contradiction. If $\alpha(\varphi_e(\overline{m}_e))(a) \neq f_1(a)$ then by construction $\beta(\overline{m}_e)(a) = f_1(a) \neq \alpha(\varphi_e(\overline{m}_e))(a)$, contradiction again. Therefore $\text{deg}(\alpha) < \text{deg}(\beta)$.

Now let γ be an A -computable numbering of F such that $\alpha \leq \gamma$ and $\gamma \leq \beta$. Suppose $\gamma \leq \beta$ via computable function h where $\text{rng}(h) = V$ then $\gamma = \beta h$, also we know that $\alpha = \beta f$ where $\text{rng}(f) = M$. Since $\beta f \leq \beta h \leq \beta$, it follows that we can assume $M \subseteq V \subseteq \omega$ (otherwise we can redefine the function h such that the condition is satisfied). Since the set M is maximal, either $\omega \setminus V$ or $V \setminus M$ is finite. In the former case (for obvious reasons) $\gamma \equiv \beta$, in the latter case $\gamma \equiv \alpha$.

REFERENCES

- [1] Badaev S.A., Goncharov S.S. *Rogers semilattices of families of arithmetic sets*, Algebra and logic, **2001**, vol. 40, N 5, 283-291 (in Eng.).
- [2] Ershov Yu.L. *Theory of numerations*, M.: Nauka, **1977**, 416 p. (in Russ.).
- [3] Goncharov S.S., Sorbi A. *Generalized computable numerations and nontrivial Rogers semilattices*, Algebra and logic, **1997**, vol. 36, N 6, 621-641 (in Eng.).
- [4] Badaev S.A., Goncharov S.S. *Generalized computable universal numberings*, Algebra and logic, **2014**, vol. 53, N 5, 355-364 (in Eng.).
- [5] Issakhov A. *Some computable numberings of the families of total functions in the arithmetical hierarchy*, Bulletin of Symbolic Logic, **2014**, vol. 20, N 2, 230-231 (in Eng.).
- [6] Issakhov As.A. *Friedberg numberings of the family of total functions in the arithmetical hierarchy*, News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, series of phys. and math., **2014**, vol. 293, N 1, 8-11 (in Russ.).
- [7] Issakhov As.A. *Some properties of computable numberings of the families of total functions in the arithmetical hierarchy*, KazNU Bulletin, series of math., mech., inf., **2014**, vol. 81, N 2, 62-65 (in Russ.).

РОДЖЕРС ЖАРТЫТОРЛАРЫНДАҒЫ МИНИМАЛ ЭЛЕМЕНТТЕР ЖӘНЕ МИНИМАЛ ЖАБУЛАР

Ас. А. Исахов

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: минимал нөмірлеу, позитив нөмірлеу, шешілімді нөмірлеу, минимал жабу.

Аннотация. Мақала барлық жерде анықталған функциялардың жалпыланған есептелімді үйірлерінің Роджерс жартыторларының алгебралық қасиеттерін зерттеуге арналған. Мұнда айтылған Роджерс жартыторларының, есептелімді функциялар үйірлерінің классикалық Роджерс жартыторларынан айырмашылығын көрсететін элементар қасиеттерін іздеу жалғасуда. $\emptyset' \leq_T A$ болатындай барлық жерде анықталған A -есептелімді функциялар үйірлері қарастырылады. Мақаланың негізгі идеялары [1]-ден алынған.

МИНИМАЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ И МИНИМАЛЬНЫЕ ПОКРЫТИЯ В ПОЛУРЕШЕТКАХ РОДЖЕРСА

Ас. А. Исахов

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: минимальная нумерация, позитивная нумерация, разрешимая нумерация, минимальное покрытие.

Аннотация. Статья посвящена изучению алгебраических свойств полурешеток Роджерса, обобщенно вычислимых семейств всюду определенных функций. На самом деле, это продолжение попыток найти элементарные свойства соответствующих полурешеток Роджерса, отличных от свойств классических полурешеток Роджерса для семейств вычислимых функций. Будут рассматриваться семейства всюду определенных A -вычислимых функций, где $\emptyset' \leq_T A$. Основные идеи взяты из [1].

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 66 – 72

**SYNTHESIS OF MULTI-WALLED AND
SINGLE-WALLED CARBON NANOTUBES BY CVD METHOD**

D. G. Batryshev, Kh. A. Abdullin, T. S. Ramazanov, M. T. Gabdullin, D. V. Ismailov, E. V. Chihray

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: batryshev@physics.kz

Keywords: nanotube, CVD, synthesis, Raman spectra.

Abstract. In proposed work a method of pyrolytic vapor deposition of carbon nanotubes is considered. The synthesis process was carried out in a vertical reactor with nebulized aerosols of ferrocene and ethanol. The vertical arrangement of the reactor allows the synthesis of single-walled and multi-walled carbon nanotubes with their simultaneous separation. Such separation technique during the synthesis process essentially facilitates the further process of separation of carbon nanotubes, which requires additional special equipment, and most importantly the time and energy. The products of chemical processes (pyrolysis and chemical vapor deposition) were deposited on the inner wall of the reactor and on the paper filter at the reactor outlet. Obtained samples were studied by a Quanta 3D 200i scanning electron and Ntegra Spectra probe microscopies. Synthesized samples on the inner wall of the reactor were identified as multi-walled carbon nanotubes. Deposited samples on paper were identified as single-walled carbon nanotubes with high crystalline perfection. The diameters of single-walled carbon nanotubes have been estimated from radial breathing mode band frequencies. The technological conditions of synthesis process were also investigated for increasing the quality of deposited carbon nanotubes.

УДК 539.23; 539.216.1

**СИНТЕЗ ОДНОСТЕННЫХ И МНОГОСТЕННЫХ УГЛЕРОДНЫХ
НАНОТРУБОК МЕТОДОМ ПИРОЛИТИЧЕСКОГО
ГАЗОФАЗНОГО ОСАЖДЕНИЯ**

**Д. Г. Батрышев, Х. А. Абдуллин, Т. С. Рамазанов,
М. Т. Габдуллин, Д. В. Исмаилов, Е. В. Чихрай**

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: нанотрубка, CVD, синтез, Раман спектр.

Аннотация. В работе рассматривается метод пиролитического осаждения из газовой фазы углеродных нанотрубок. Синтез углеродных нанотрубок проводился на установке с вертикальным реактором. Такое расположение реактора позволяет синтезировать одностенные и многостенные углеродные нанотрубки с одновременной их сепарацией. Такой метод сепараций во время процесса синтеза существенно облегчает дальнейший процесс разделения углеродных нанотрубок, который требует дополнительного специального оборудования и растрат времени и электроэнергии. В ходе эксперимента были получены продукты пиролиза и газофазного осаждения на катализаторах железа на внутренней стенке реактора и на бумажном фильтре, расположенном на выходе реактора. Данные образцы были исследованы на Quanta 3D 200i сканирующем электронном и Ntegra Spectra зондовом микроскопах. Образцы, синтезированные на внутренней стенке реактора, были идентифицированы как многостенные углеродные нанотрубки. Образцы, осажденные на бумажном фильтре, были идентифицированы как одностенные углеродные нанотрубки с высоким кристаллическим совершенством. Диаметры одностенных углеродных нанотрубок были определены из частот радиальных дыхательных колебательных мод. Также в работе были исследованы технологические условия синтеза углеродных нанотрубок для повышения их качества осаждения.

Введение. Углеродная нанотрубка (УНТ) – это цилиндрическая структура, представляющая собой свернутую одну или несколько графеновых плоскостей (именуемые как одностенные ОУНТ и многостенные МУНТ углеродные нанотрубки) с открытыми или закрытыми концами [1-5]. Диаметр ОУНТ и МУНТ лежит в диапазоне от 0,8 до 2 нм и от 5 до 20 нм соответственно. Идеальная УНТ имеет все углеродные связи во всех гексагональных ячейках, кроме тех, которые находятся у края трубки, где могут образоваться пентагоны и гептагоны. Такие же дефекты могут образоваться и в самой структуре УНТ. Дефекты могут значительно ухудшать их свойства. УНТ имеют значительную механическую прочность, значение модуля упругости приблизительно равно 1 ТПа, а предел прочности на разрыв 100 ГПа для отдельных УНТ [6, 7].

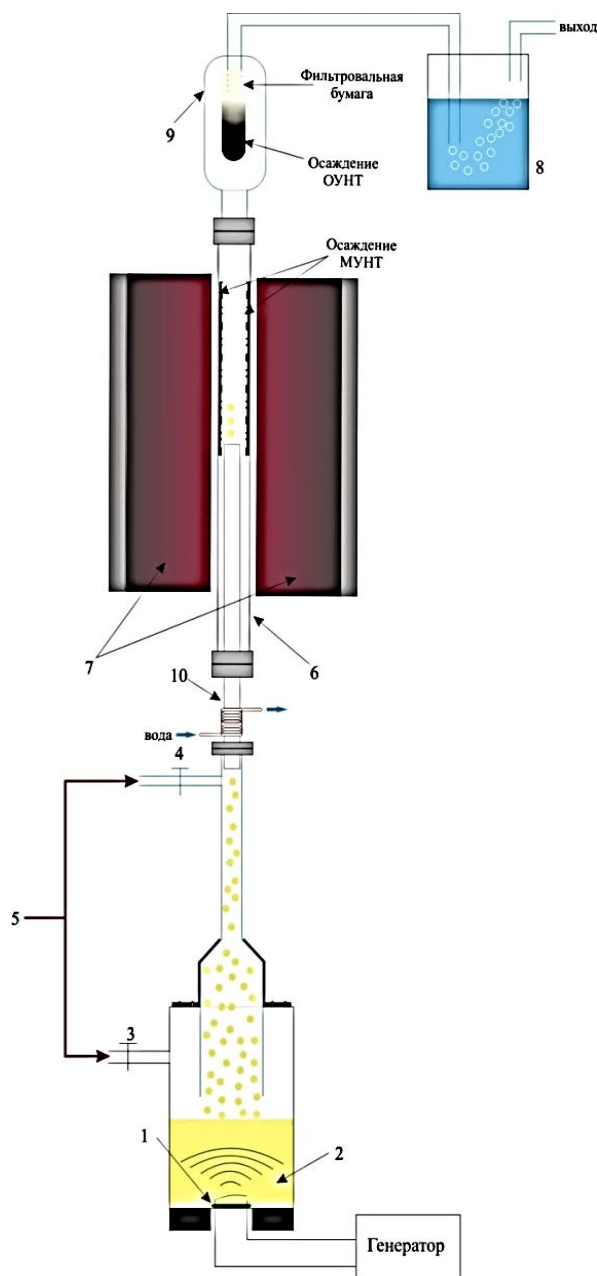


Рисунок 1 – Схема установки для синтеза УНТ:

- 1 – ультразвуковой распылитель, 2 – раствор этанола с ферроценом, 3 – первый вход для транспортного газа, 4 – второй вход транспортного газа, 5 – вход транспортного газа, 6 – цилиндрическая кварцевая трубка, 7 – цилиндрическая печь, 8 – водяная ловушка, 9 – герметичная камера с фильтром для ОУНТ, 10 – медная трубка с охлаждением

Такая прочность в 10 раз выше прочности любых видов выпускаемых волокон. ОУНТ делятся на структуры с металлической или полупроводниковой проводимостью, что определяется их хиральностью, т.е. ориентацией графеновой решетки относительно оси трубки. ОУНТ могут иметь теплопроводность порядка 3500 Вт/(м·К) при комнатной температуре [8-11], это значение превышает теплопроводность алмаза. В настоящее время проводятся различные экспериментальные работы по синтезу ОУНТ с металлической [12-15] и полупроводниковой [13, 16] проводимостью. Данные работы очень актуальны, так как получение определенного типа ОУНТ (хиральность, диаметр, длина, чистота) сильно зависит от условий синтеза и композиции катализаторов. Синтез УНТ с требуемыми характеристиками затруднено сильной зависимостью морфологии от условий синтеза, вследствие чего синтезированные УНТ имеют значительный разброс электрических и структурных свойств. Данная работа посвящена разработке метода синтеза ОУНТ и МУНТ. В работе приводятся результаты исследований свойств полученных образцов и условия для синтеза высококачественных УНТ.

Эксперимент

Метод синтеза УНТ, примененный в настоящей работе, основан на газофазном осаждении углерода на наночастицах катализаторах железа в процессе пиролиза. Рост УНТ на катализаторах осуществлялся по хорошо известному механизму: перенасыщение наночастиц катализатора по углероду с последующим выделением углерода в виде второй фазы в форме УНТ.

Синтез УНТ проводился на экспериментальной установке (рисунок 1) при температурах 850-900°C в атмосфере водорода. Источником углерода и катализатора был аэрозоль из этанола и ферроцена (1, 2 на рисунке 1). Раствор этанола с ферроценом был подготовлен растворением 0.25 г ферроцена $C_{10}H_{10}Fe$ в 100 мл C_2H_5OH с перемешиванием на магнитной мешалке. Аэрозоль образовывался путем ультразвукового распыления.

На начальном этапе во время повышения температуры реактора продувка системы транспортным газом водород/азот осуществлялась по каналу 5-4 (рисунок 1). При достижении температуры синтеза транспортный газ направлялся через ультразвуковой распылитель (по каналу 5-3) и аэрозоль поступал из области с комнатной температурой в область с максимальной температурой, минуя более холодные области благодаря охлаждаемой медной трубке у входа реактора (10). Данный этап позволяет значительно снизить образование аморфного углерода и повысить производительность по ОУНТ. Время синтеза УНТ составляло 3 часа до образования густого слоя сажевого продукта на бумажном фильтре на выходе из реактора, затем реактор охлаждался при продувке водородом.

В процессе синтеза УНТ, часть сажевого продукта осаждалась на внутренней стенке кварцевой трубки (6), другая часть уносилась из реактора и осаждалась на фильтре (9). Полученные образцы на стенках реактора и на фильтре исследовались методом сканирующей электронной микроскопии (SEM) на микроскопе SEM 3D 200i (FEI, USA) и методом комбинационного рассеяния на спектрометре Ntegra Spectra (NT-MDT).

Результаты

Фотографии полученных продуктов синтеза методом пиролитического газофазного осаждения представлены на рисунке 2. Анализ данных продуктов методом электронной микроскопии представлен на рисунке 3. Как видно из SEM снимков, синтезированные образцы содержат структуры подобным углеродным нанотрубкам. На данных рисунках можно оценить диаметры УНТ, которые составляют от десятков нм до единиц нм.

Рентгенофлуорисцентный анализ образцов также представлен на рисунке 3. Видно, что синтезированные наноматериалы содержат только химические элементы углерода и катализатора (железо). Данный показатель говорит о чистоте процесса синтеза и о низком уровне посторонних примесей в синтезированных наноструктурах.

Таким образом, метод сканирующей электронной микроскопии демонстрирует, что морфология синтезированных образцов соответствует углеродным нанотрубкам. Для получения дополнительной информации по структуре УНТ был использован дополнительный метод исследования: метод колебательной спектроскопии (комбинационного рассеяния).

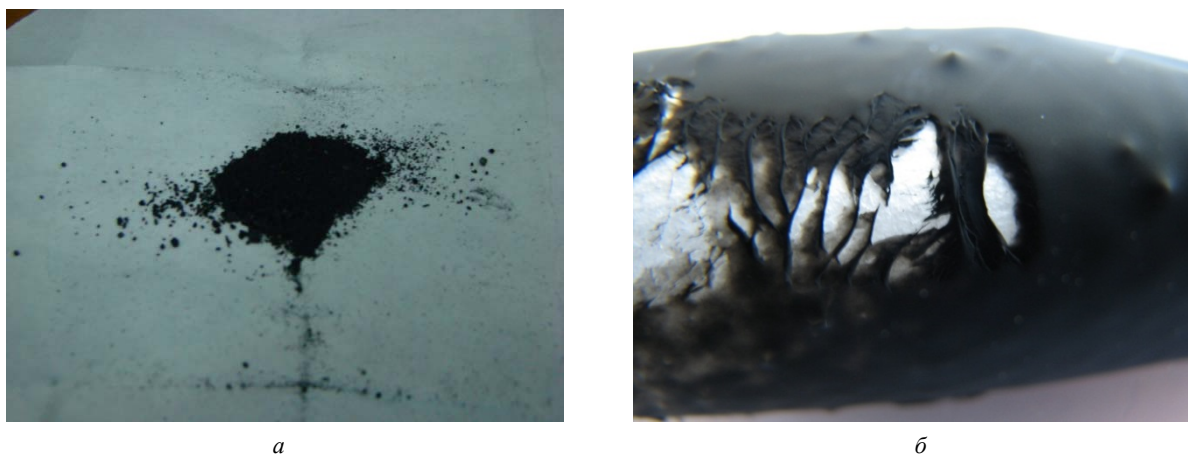


Рисунок 2 – Образцы осажденных продуктов синтеза а) на внутренней стенке реактора и б) на бумажном фильтре

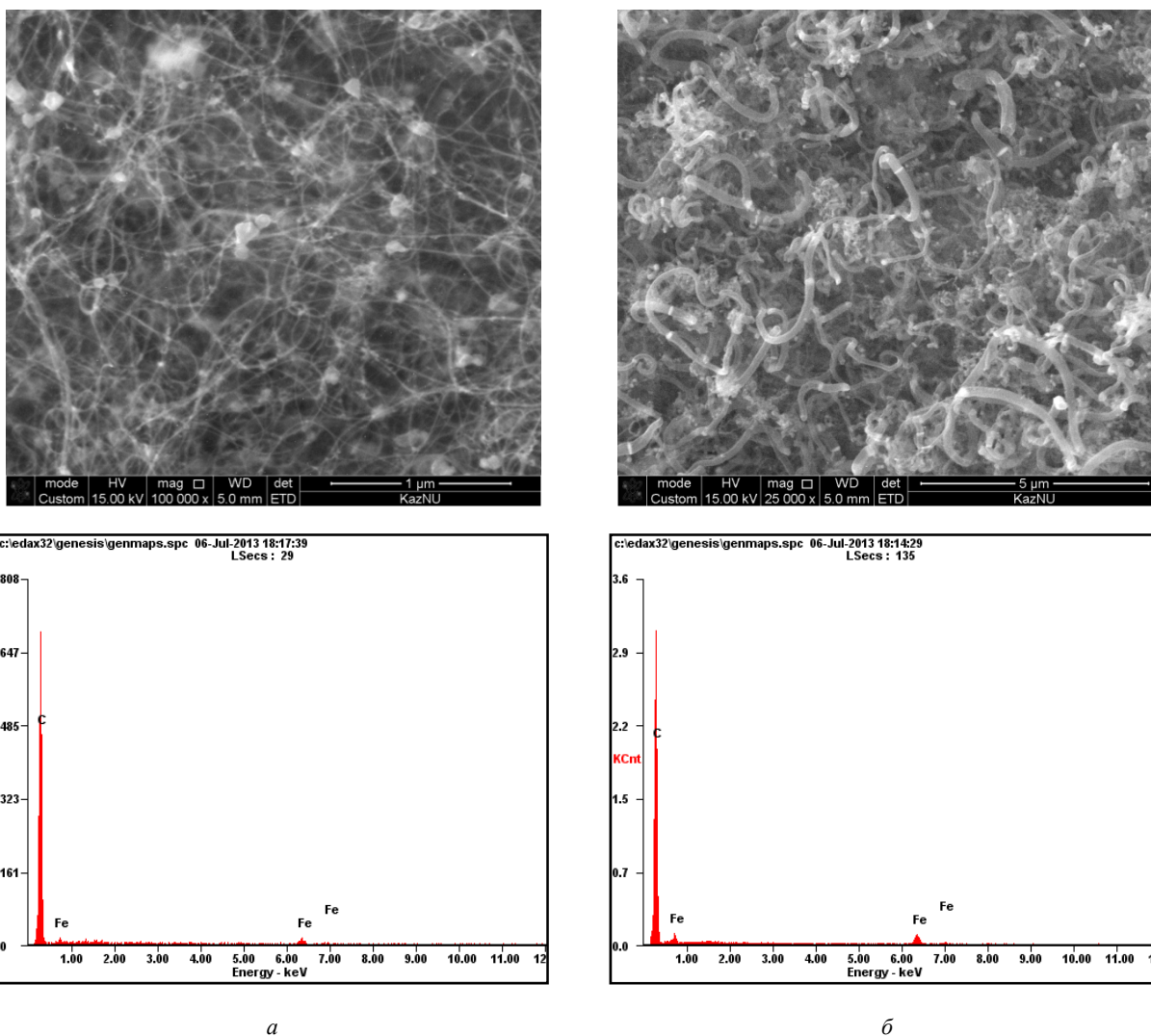


Рисунок 3 – СЭМ снимки и химический состав продуктов синтеза, осажденных на бумажном фильтре (а) и на внутренней стенке реактора (б)

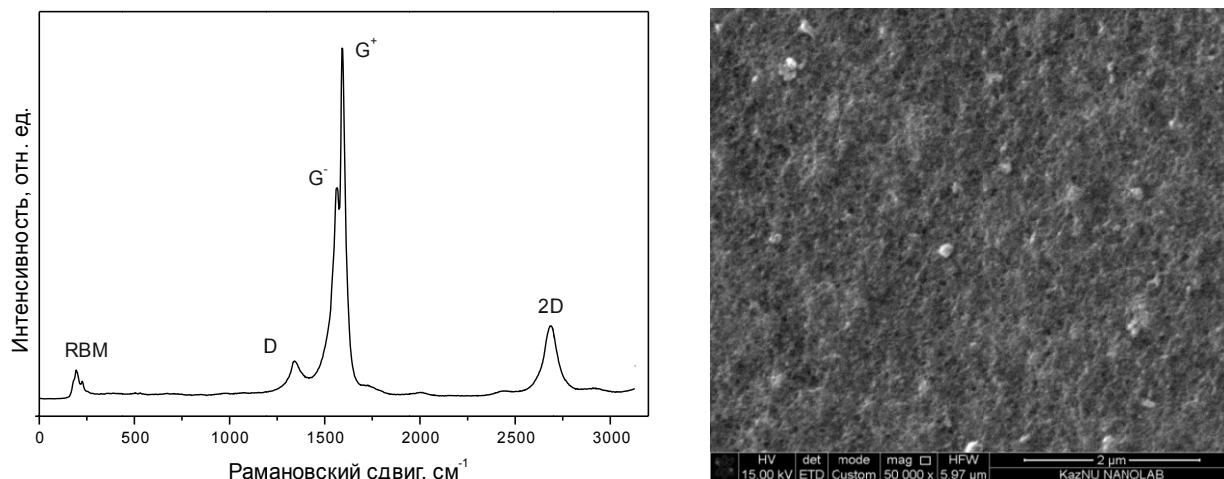


Рисунок 4 – Рамановский спектр (слева) и соответствующая ему морфология на SEM снимке (справа) образцов, собранных на фильтре на выходе из реактора

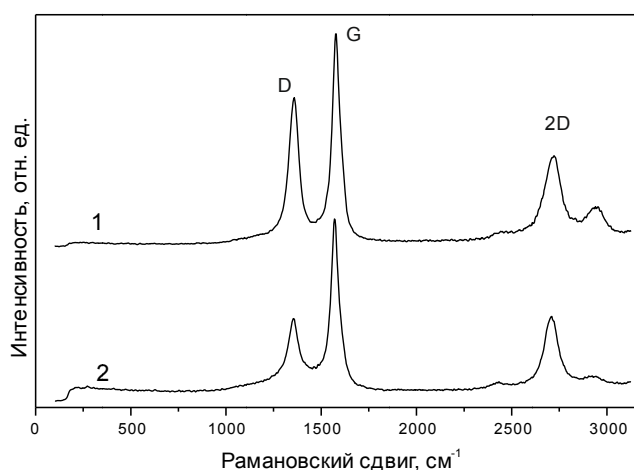


Рисунок 5 – Рамановский спектр УНТ, осажденных на стенках реактора в средней части (1) и в верхней части (2) трубки реактора

Измеренный спектр комбинационного рассеяния образцов УНТ, собранных на фильтре на выходе из реактора, представлен на рисунке 4, на рисунке 5 показаны рамановские спектры образцов, осажденных на стенке реактора. Спектры были получены возбуждением образцов оптическим излучением с длиной волны 473 нм (синий лазер).

Рамановский спектр, соответствует одностенным УНТ, поскольку в нем присутствуют низкочастотные дыхательные моды, что является характерной особенностью ОУНТ [17]. Основными полосами в спектре ОУНТ являются: RBM-полоса, D-полоса, G-полоса и 2D-полоса.

RBM (radial breathing mode) – полоса радиальных дыхательных мод, соответствует колебаниям атомов углерода в графитовой плоскости УНТ в радиальном направлении. Область RBM полос Рамановского сдвига низкочастотная и величина частоты обратно пропорциональна диаметру нанотрубки [18]:

$$\omega_{RBM} = \frac{A}{d} + B,$$

где $A = 234 \text{ см}^{-1}$, $B = 10 \text{ см}^{-1}$, из данного соотношения легко можно найти диаметр синтезированных одностенных УНТ $d \sim 1.1-1.4 \text{ нм}$.

G-полоса соответствует тангенциальным колебаниям двух смежных атомов углерода в решетке УНТ. У одностенных УНТ G-полоса расщепляется на G^+ и G^- – полосы в результате влияния хиральности на тангенциальное колебание. Так как хиральность определяет проводимость

УНТ, то по расположению G^+ и G^- – полос и их форме можно оценить содержание в полученных образцах металлических и полупроводниковых нанотрубок. В нашем случае в образце несколько больший вклад составляют нанотрубки с полупроводниковой проводимостью.

В общем случае хиральность у МУНТ тоже влияет на тангенциальное колебание атомов, но из-за большого числа графеновых слоев в нем присутствует большое количество близко расположенных тангенциальных колебаний атомов каждого слоя. Поэтому G -полоса у МУНТ одна, как у графита, но имеет большую ширину, что позволяет отличить МУНТ от дефектной структуры графита.

У многостенных УНТ отсутствуют полосы радиальных колебаний атомов углерода – дыхательные моды. Присутствие достаточно интенсивной D -полосы позволяет говорить о наличии в структуре дефектов, нарушении симметрии с sp^2 гибридизацией или о наличии примесей в узлах. Отношение интенсивностей D и G полосы дает характеристику о количестве материала с дефектной структурой в образце [19]. Для МУНТ данное соотношение составляет $R = \frac{I_D}{I_G} = 0.86$.

Также на основе отношения интенсивностей пиков D и G можно оценить размер области гомогенного рассеяния в графеновой плоскости [20,21] из следующего соотношения $L = 4.4 \cdot \frac{I_G}{I_D} = 5.06$ нм.

Отношение интенсивности D и G полос у ОУНТ составляет ~ 10 , что свидетельствует о высоком совершенстве структуры. Пики $2D$ и $D+G$ являются обертонами, т.е. составными частями колебаний дефектной моды D и суммы частот максимума D и G полосы.

Заключение. Таким образом, в настоящей работе представлены результаты по методу пиролизического синтеза углеродных нанотрубок из газовой фазы и исследования их свойств методами сканирующей электронной и зондовой микроскопии. Синтез углеродных нанотрубок проводился в установке с вертикальным реактором. В работе исследованы технологические условия для повышения качества осаждаемых углеродных нанотрубок. Образцы, синтезированные на внутренней стенке реактора, были идентифицированы как многостенные углеродные нанотрубки. Образцы, осажденные на бумажном фильтре, расположенном на выходе реактора, были идентифицированы как одностенные углеродные нанотрубки с высоким кристаллическим совершенством. Диаметры одностенных углеродных нанотрубок были определены из частот радиальных дыхательных колебательных мод.

Работа была выполнена при финансовой поддержке МОН РК, гранты 3109/ГФ4, 2501/ГФ3.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Iijima S. *Helical microtubules of graphitic carbon* // Nature. – 1991. – Vol. 354. – P. 56–58 (in Eng.).
- [2] Harris P.J.F. *Carbon Nanotube Science - Synthesis, Properties, and Applications* // Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2009.
- [3] Thomsen Ch., Kataura H. // New J. Phys. – 2003. – Vol. 5. doi:10.1088/1367-2630/5/1/E04.
- [4] Yamaguchi T., Bandow S., Iijima S. // Chemical physics letters. – 2004. – Vol. 389. – P. 181–185.
- [5] Abrahamson J., Wiles P.G., Rhodes B. *Carbon*. – 1999. – Vol. 37. – P. 1873-1875.
- [6] Peng B., et al. *Nat. Nanotechnol.* – 2008. – Vol. 3.– P. 626.
- [7] Spitalsky Z., Tasis D., Papagelis K., Galiotis C. *Progress in Polymer Science*. – 2010. – Vol. 35, № 3. – P. 357–401.
- [8] Pop E., Mann D., Wang Q., Goodson K., Dai H.J. // *Nano Lett.* – 2006. – Vol. 6. – P. 96.
- [9] Che J., Çagin T., Goddard W.A. III. *Thermal conductivity of carbon nanotubes*. – 2000. – Vol. 11, № 2. doi:10.1088/0957-4484/11/2/305.
- [10] Yang D.J., Zhang Q., Chen G., et al. // *Physical Review B*. – 2002. – Vol. 66. – P. 165440.
- [11] Han Zh., Fina A. // *Progress in Polymer Science*. – 2011. – Vol. 36, № 7. – P. 914–944.
- [12] Harutyunyan A.R., et al. // *Science*. – 2009. – Vol. 326. – P. 116.
- [13] Wu B., Geng D., Liu Y. // *Nanoscale*. – 2011. – Vol. 3. – P. 2074-2085.
- [14] Hou P.X., Li W.Sh., et al. *ACS Nano*. – 2014. – Vol. 8, № 7. – P. 7156–7162.
- [15] Park J.Y., Rosenblatt S., Yaish Yu., et al. // *Nano Letters*. – 2004. – Vol. 4, № 3. – P. 517–520.
- [16] Ding L., et al. // *Nano Lett.* – 2009. – Vol. 9. – P. 800.
- [17] Удовицкий В.Г. // ФИП. – 2009. – Т. 7, № 4.– С. 351.
- [18] Dresselhaus M.S., Dresselhaus G., Saito R., Jorio A. // *Phys. Rep.* – 2005. – Vol. 409. – P. 47.
- [19] Delhaes P., Couzi M., Trinquecoste M., Dentzer J., Hamidou H., Vix-Guterl C. // *Carbon*. – 2006. – Vol. 44. – P. 3005.
- [20] Tuinstra F., Koenig J.L. // *J. Chem. Phys.* – 1970. – Vol. 53. – P. 1126.
- [21] Байтингер Е.М., Векессер Н.А., Ковалев И.Н., Бехтерев А.Н., Викторов В.В. // *Вестник ЮУрГУ*. – 2012. – № 11. – С. 56.

REFERENCES

- [1] Iijima S. *Helical microtubules of graphitic carbon*, Nature. 1991. V. 354. P. 56–58 (in Eng.).
- [2] Harris P.J.F. *Carbon Nanotube Science - Synthesis, Properties, and Applications* // Cambridge Univ. Press, Cambridge, – 2009.
- [3] Thomsen Ch., Kataura H. *New J. Phys.* 2003. V. 5. doi:10.1088/1367-2630/5/1/E04.
- [4] Yamaguchi T., Bandow S., Iijima S. *Chemical physics letters.* 2004. V. 389. P. 181–185.
- [5] Abrahamson J., Wiles P.G., Rhodes B. *Carbon.* 1999. V. 37. P. 1873-1875.
- [6] Peng B. et al. *Nat. Nanotechnol.* 2008. V. 3. P. 626.
- [7] Spitalsky Z., Tasis D., Papagelis K., Galiotis C. *Progress in Polymer Science.* 2010. V. 35, № 3. P. 357–401.
- [8] Pop E., Mann D., Wang Q., Goodson K., Dai H.J. *Nano Lett.* 2006. V. 6. P. 96.
- [9] Che J., Çagin T., Goddard W.A. III. *Thermal conductivity of carbon nanotubes.* 2000. V. 11, №. 2. doi:10.1088/0957-4484/11/2/305.
- [10] Yang D.J., Zhang Q., Chen G., et al. *Physical Review B.* 2002. V. 66. P. 165440.
- [11] Han Zh., Fina A. *Progress in Polymer Science.* 2011. V. 36, №. 7. P. 914–944.
- [12] Harutyunyan A.R., et al. *Science.* 2009. V. 326. P. 116.
- [13] Wu B., Geng D., Liu Y. *Nanoscale.* 2011. V. 3. P. 2074-2085.
- [14] Hou P.X., Li W.Sh., et al. *ACS Nano.* 2014. V. 8, №. 7. P. 7156–7162.
- [15] Park J.Y., Rosenblatt S., Yaish Yu., et al. *Nano Letters.* 2004. V. 4, №. 3. P. 517–520.
- [16] Ding L., et al. *Nano Lett.* 2009. V. 9. P. 800.
- [17] Udovichky V.G. *FIP.* 2009. V. 7, № 4. P. 351. (in Russ.).
- [18] Dresselhaus M.S., Dresselhaus G., Saito R., Jorio A. *Phys. Rep.* 2005. V. 409. P. 47.
- [19] Delhaes P., Couzi M., Trinquescoste M., Dentzer J., Hamidou H., Vix-Guterl C. *Carbon.* 2006. V. 44. P. 3005.
- [20] Tuinstra F., Koenig J.L. *J. Chem. Phys.* 1970. V. 53. P. 1126.
- [21] Baytinger E.M., Vekesser N.A., Kovalev I.N., Bekhterev A.N., Viktorov V.V. *Vestnik of SUSU.* 2012. №11. P. 56. (in Russ.).

**БІРҚАБАТТЫ ЖӘНЕ КӨПҚАБАТТЫ КӨМІРТЕГІ НАНОТҮТІКШЕЛЕРІН
ГАЗДЫҚ ФАЗАДАН ПИРОЛИТИКАЛЫҚ ҚОНДЫРУ ӘДІСІМЕН СИНТЕЗДЕУ**

Д.Г. Батрышев, Х.А. Абдуллин, Т.С. Рамазанов, М.Т. Габдуллин, Д.В. Исмаилов, Е.В. Чихрай

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: нанотүтікше, CVD, синтез, Раман спектр.

Аннотация. Жұмыста көміртегі нанотүтікшелерін газдық фазадан пиролитикалық қондыру және оларды сканерлеуші электрондық (Quanta 3D 200i) және зондтық (Ntegra Spectra) микроскопия әдістерімен талдау қарастырылған. Көміртегі нанотүтікшелерді синтездеу тігінен орнатылған реакторлық қондырғыда жасалынған. Реактордың осылай орналасуы бірқабатты және көпқабатты көміртегі нанотүтікшелерді синтездеу процесі үстінде оларды өз ара бөліп алуына мүмкүндік береді. Аталған жұмыста бірқабатты көміртегі нанотүтікшелерінің қондыру сапасын жақсартудың технологиялық шартары зерттелген. Реактордың ішкі қабырғасында синтезделген үлгілер көпқабатты көміртегі нанотүтікшелері екені анықталды. Ал, реактордың шығысындағы қағаз фильтрде қонған үлгілер жоғарғы кристалдық симметриялы бірқабатты көміртегі нанотүтікшелері екені анықталды. Бірқабатты көміртегі нанотүтікшелердің диаметрлері радиалдық тербеліс модтарының жиіліктері арқылы анықталды.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 73 – 79

INFLUENCE OF CONTACT CONDITIONS ON TUNNEL TWO-LAYER LINING WITH A MASSIF ON ITS TENSE-DEFORMED CONDITION AT ACTION OF TRANSPORT LOADS

V. N. Ukrainets¹, Zh. O. Otarbaev², S. R. Girnis¹¹Pavlodar state university of S. Toraigyrov, Pavlodar, Kazakhstan,²Kazakh National Technical University after K. I. Satpayev, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: otarbayev_zh@kazntu.kz

Keywords: tunnel, layered shell, transport load, tense-deformed condition.**Abstract.** On base of task solution on effect of moving load on two-layer lining in elastic space influence of contact conditions steel-concrete shell a deep tunnel and a massif on its tense-deformed condition at action of transport loadings (loadings from moving intra tunnel transport) is researched.

In constructing a mathematical model of the dynamics of the tunnel under the influence of the traffic load to describe the motion of the outer thick layer of the lining and surrounding massif uses dynamic equations of the theory of elasticity in the moving coordinate system associated with the load. Displacement vector points from the layer and the massif expressed in terms of Lamé potentials. Fluctuations in the inner thin layer of the lining described in the moving coordinate system adopted by the approximate equations of the classical theory of thin shells, which greatly simplifies the solution of the problem, the authors obtained for the case of subsonic motion of the load (when the velocity of load is less than the velocity of shear wave in a thick layer of the lining and the surrounding massif).

When using the obtained solution of the problem and the numerical experiment in the paper we investigate the effect of conjugation conditions (rigid and sliding contacts) two-layer tunnel lining with a rockmass in its tense deformed condition under the influence traffic load. In this case, the contact between the layers lining relied rigid. The results of calculations are presented in tables and graphs, which are analyzed in details. It was found that with increasing distance from the inner layer lining the influence of contact conditions on the tense deformed condition of the rockmass is reduced.

УДК 539.3 + 65.035(076.2)

ВЛИЯНИЕ УСЛОВИЙ СОПРЯЖЕНИЯ ДВУХСЛОЙНОЙ ОБДЕЛКИ ТОННЕЛЯ С ПОРОДНЫМ МАССИВОМ, НА ЕГО НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ТРАНСПОРТНОЙ НАГРУЗКИ

В. Н. Украинец¹, Ж. О. Отарбаев², С. Р. Гирнис¹¹Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова, Павлодар, Казахстан,²Казахский национальный технический университет им. К. И. Сатпаева, Алматы, Казахстан**Ключевые слова:** тоннель, слоистая оболочка, транспортная нагрузка, напряженно-деформированное состояние.**Аннотация.** На основе решения задачи о действии бегущей нагрузки на двухслойную оболочку в упругом пространстве исследуется влияние контактных условий сталебетонной обделки тоннеля глубокого заложения с массивом на его напряженно-деформированное состояние при действии транспортной нагрузки (нагрузки от движущегося внутритоннельного транспорта).

1. Постановка и аналитическое решение задачи. Используя для исследований модельный подход, представим подкреплённый двухслойной обделкой тоннель глубокого заложения как цилиндрическую полость радиусом R_1 в бесконечной, линейно-упругой, однородной и изотропной среде (массиве). Полость подкреплена двухслойной оболочкой, внутренним слоем которой является тонкостенная оболочка толщиной h_0 и радиусом срединной поверхности R_2 , а наружным – толстостенная оболочка. Условимся внутренний слой называть несущим слоем, а наружный – ограждающим слоем. В силу малости толщины несущего слоя можно принять, что он контактирует с ограждающим слоем вдоль своей срединной поверхности. Контакт между слоями оболочки, а также контакт между ограждающим слоем и массивом будем полагать либо жёстким, либо скользящим при двусторонней связи в радиальном направлении. Пусть на внутреннюю поверхность несущего слоя действует транспортная нагрузка интенсивностью P , движущаяся с постоянной скоростью c в направлении оси z (совпадающей с осью оболочки) цилиндрической системы координат r, θ, z . Скорость движения нагрузки принимаем дозвуковой, т.е. меньше скоростей распространения волн сдвига в ограждающем слое и массиве, – характерной для современных транспортных средств. Физико-механические свойства материала массива и ограждающего слоя характеризуются следующими постоянными: $\nu_1, \mu_1, \rho_1; \nu_2, \mu_2, \rho_2$, где ν_k – коэффициент Пуассона, μ_k – модуль сдвига, ρ_k – плотность ($k = 1, 2$). Здесь и в дальнейшем индекс $k = 1$ относится к массиву, а $k = 2$ – к ограждающему слою.

Так как рассматривается установившийся процесс, то картина деформаций стационарна по отношению к движущейся нагрузке. Поэтому можно использовать подвижную цилиндрическую систему координат $r, \theta, \eta = z - ct$.

Для описания движения несущего слоя воспользуемся классическими уравнениями теории тонких оболочек

$$\begin{aligned} & \left[1 - \frac{(1-\nu_0)\rho_0 c^2}{2\mu_0} \right] \frac{\partial^2 u_{0\eta}}{\partial \eta^2} + \frac{1-\nu_0}{2R_2^2} \frac{\partial^2 u_{0\eta}}{\partial \theta^2} + \frac{1+\nu_0}{2R_2} \frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial \eta \partial \theta} + \frac{\nu_0}{R_2} \frac{\partial u_{0r}}{\partial \eta} = \frac{1-\nu_0}{2\mu_0 h_0} (P_\eta - q_\eta), \\ & \frac{1+\nu_0}{2R_2} \frac{\partial^2 u_{0\eta}}{\partial \eta \partial \theta} + \frac{(1-\nu_0)}{2} \left(1 - \frac{\rho_0 c^2}{\mu_0} \right) \frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial \eta^2} + \frac{1}{R_2^2} \frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{R_2^2} \frac{\partial u_{0r}}{\partial \theta} = \frac{1-\nu_0}{2\mu_0 h_0} (P_\theta - q_\theta), \quad (1) \\ & \frac{\nu_0}{R_2} \frac{\partial u_{0\eta}}{\partial \eta} + \frac{1}{R_2^2} \frac{\partial u_{0\theta}}{\partial \theta} + \frac{h_0^2}{12} \nabla^2 \nabla^2 u_{0r} + \frac{(1-\nu_0)\rho_0 c^2}{2\mu_0} \frac{\partial^2 u_{0r}}{\partial \eta^2} + \frac{u_{0r}}{R_2^2} = -\frac{1-\nu_0}{2\mu_0 h_0} (P_r - q_r). \end{aligned}$$

Здесь $u_{0\eta}, u_{0\theta}, u_{0r}$ – перемещения точек срединной поверхности несущего слоя; P_η, P_θ, P_r – составляющие интенсивности нагрузки P ; $q_\eta = \sigma_{r\eta 2}|_{r=R_2}, q_\theta = \sigma_{r\theta 2}|_{r=R_2}, q_r = \sigma_{rr 2}|_{r=R_2}$ – составляющие реакции ограждающего слоя, где $\sigma_{rj 2}$ – компоненты тензора напряжений в этом слое ($j = \eta, \theta, r$); ν_0, μ_0, ρ_0 – соответственно коэффициент Пуассона, модуль сдвига и плотность материала несущего слоя; ∇^2 – оператор Лапласа.

Для описания движения массива и ограждающего слоя используем динамическими уравнениями теории упругости

$$\left(M_{pk}^{-2} - M_{sk}^{-2} \right) \text{grad div} \mathbf{u}_k + M_{sk}^{-2} \nabla^2 \mathbf{u}_k = \partial^2 \mathbf{u}_k / \partial \eta^2, \quad k = 1, 2, \quad (2)$$

где $M_{pk} = c / c_{pk}, M_{sk} = c / c_{sk}$ – числа Маха; $c_{pk} = \sqrt{(\lambda_k + 2\mu_k) / \rho_k}, c_{sk} = \sqrt{\mu_k / \rho_k}$ – скорости распространения волн расширения-сжатия и сдвига в массиве и ограждающем слое, $\lambda_k = 2\mu_k \nu_k / (1 - 2\nu_k)$; \mathbf{u}_k – векторы смещений точек массива и ограждающего слоя.

Выразим векторы \mathbf{u}_k через потенциалы Ламе [3]

$$\mathbf{u}_k = \text{grad} \varphi_{1k} + \text{rot}(\varphi_{2k} \mathbf{e}_\eta) + \text{rot rot}(\varphi_{3k} \mathbf{e}_\eta), \quad k = 1, 2, \quad (3)$$

которые, как следует из (2) и (3), удовлетворяют уравнениям

$$\nabla^2 \varphi_{jk} = M_{jk}^2 \partial^2 \varphi_{jk} / \partial \eta^2, \quad j=1, 2, 3, \quad k=1, 2, \quad (4)$$

где \mathbf{e}_η – орт оси η , $M_{1k} = M_{pk}$, $M_{2k} = M_{3k} = M_{sk}$.

Через эти же потенциалы можно выразить компоненты тензоров напряжений в массиве и ограждающем слое σ_{lmk} , связанные с компонентами векторов перемещений u_{lk} законом Гука $l, m = r, \theta, \eta$; $k=1, 2$).

Применив к (4) преобразование Фурье по η , находим

$$\nabla_2^2 \varphi_{jk}^* - m_{jk}^2 \xi^2 \varphi_{jk}^* = 0, \quad j=1, 2, 3, \quad k=1, 2, \quad (5)$$

где ∇_2^2 – двумерный оператор Лапласа, $m_{jk}^2 = 1 - M_{jk}^2$, $m_{1k} \equiv m_{pk}$, $m_{2k} = m_{3k} \equiv m_{sk}$,

$$\varphi_{jk}^*(r, \theta, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{jk}(r, \theta, \eta) e^{-i\xi\eta} d\eta.$$

Аналогично можно получить выражения для трансформант перемещений u_{lk}^* и напряжений σ_{lmk}^* ($l, m = r, \theta, \eta$; $k=1, 2$) как функции от φ_{jk}^* .

При дозвуковой скорости движения нагрузки $M_{sk} < 1$ ($m_{sk} > 0$), и решения (5) можно представить в виде:

– для массива

$$\varphi_{j1}^* = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj} K_n(k_{j1}r) e^{in\theta}, \quad (6,а)$$

– для ограждающего слоя

$$\varphi_{j2}^* = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_{nj+3} K_n(k_{j2}r) + a_{nj+6} I_n(k_{j2}r)) e^{in\theta}. \quad (6,б)$$

Здесь $j=1, 2, 3$, $k_{j1} = |m_{j1}\xi|$, $k_{j2} = |m_{j2}\xi|$; $I_n(kr)$, $K_n(kr)$ – функции Бесселя первого и второго рода от мнимого аргумента, a_{n1}, \dots, a_{n9} – неизвестные коэффициенты, подлежащие определению.

Подставляя (6,а), (6,б) в выражения для трансформант перемещений u_{ik}^* и напряжений σ_{ijk}^* , можно получить выражения для u_{ik}^* и σ_{ijk}^* с неизвестными коэффициентами a_{n1}, \dots, a_{n9} , для определения которых следует воспользоваться граничными условиями.

Применив к (1) преобразование Фурье по η и разлагая функции перемещений точек срединной поверхности несущего слоя и нагрузок в ряды Фурье по θ , для n -го члена разложения получим

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^2 u_{0n\eta} + \nu_{02} n \xi_0 u_{0n\theta} - 2i \nu_{01} \xi_0 u_{0nr} &= G_0 (P_{n\eta} - q_{n\eta}), \\ \nu_{02} n \xi_0 u_{0n\eta} + \varepsilon_2^2 u_{0n\theta} - 2i n u_{0nr} &= G_0 (P_{n\theta} - q_{n\theta}), \\ 2i \nu_{01} \xi_0 u_{0n\eta} + 2i n u_{0n\theta} + \varepsilon_3^2 u_{0nr} &= G_0 (P_{nr} - q_{nr}), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\varepsilon_1^2 = \alpha_0^2 - \varepsilon_0^2$, $\varepsilon_2^2 = \beta_0^2 - \varepsilon_0^2$, $\varepsilon_3^2 = \gamma_0^2 - \varepsilon_0^2$, $\xi_0 = \xi R_2$,

$$\alpha_0^2 = 2\xi_0^2 + \nu_{01} n^2, \quad \beta_0^2 = \nu_{01} \xi_0^2 + 2n^2, \quad \gamma_0^2 = \chi^2 (\xi_0^2 + n^2)^2 + 2, \quad \varepsilon_0^2 = \nu_{01} \xi_0^2 M_{s0}^2,$$

$$\nu_{01} = 1 - \nu_0, \quad \nu_{02} = 1 + \nu_0, \quad M_{s0} = c/c_{s0}, \quad c_{s0} = \sqrt{\mu_0/\rho_0}, \quad \chi^2 = \frac{h_0^2}{6R_2^2}, \quad G_0 = -\frac{\nu_{01} R_2^2}{\mu_0 h_0},$$

$q_{nm} = (\sigma_{rm2}^*)_n$, при $r = R_2$, u_{0nm} , P_{nm} – соответственно коэффициенты разложения $u_{0m}^*(\theta, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{0m}(\theta, \eta) e^{-i\xi\eta} d\eta$ и $P_m^*(\theta, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} P_m(\theta, \eta) e^{-i\xi\eta} d\eta$ в ряды Фурье по угловой координате θ ($m = \eta, \theta, r$).

Разрешая (7) относительно $u_{0n\eta}$, $u_{0n\theta}$, u_{0nr} , находим

$$u_{0n\eta} = \frac{G_0}{\delta_n} \sum_{j=1}^3 \delta_{\eta j} (P_{nj} - q_{nj}), \quad u_{0n\theta} = \frac{G_0}{\delta_n} \sum_{j=1}^3 \delta_{\theta j} (P_{nj} - q_{nj}), \quad u_{0nr} = \frac{G_0}{\delta_n} \sum_{j=1}^3 \delta_{rj} (P_{nj} - q_{nj}),$$

где

$$\begin{aligned} \delta_n &= \delta_{|\eta|} = (\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3)^2 - (\varepsilon_1 \xi_1)^2 - (\varepsilon_2 \xi_2)^2 - (\varepsilon_3 \xi_3)^2 + 2\xi_1 \xi_2 \xi_3, \\ \delta_{\eta 1} &= (\varepsilon_2 \varepsilon_3)^2 - \xi_1^2, \quad \delta_{\eta 2} = \xi_1 \xi_2 - \xi_3 \varepsilon_3^2, \quad \delta_{\eta 3} = i(\varepsilon_2^2 \xi_2 - \xi_1 \xi_3), \\ \delta_{\theta 1} &= \delta_{\eta 2}, \quad \delta_{\theta 2} = (\varepsilon_1 \varepsilon_3)^2 - \xi_2^2, \quad \delta_{\theta 3} = i(\varepsilon_1^2 \xi_1 - \xi_2 \xi_3), \\ \delta_{r1} &= -\delta_{\eta 3}, \quad \delta_{r2} = -\delta_{\theta 3}, \quad \delta_{r3} = (\varepsilon_1 \varepsilon_2)^2 - \xi_3^2, \quad \xi_1 = 2n, \quad \xi_2 = 2\nu_0 \xi_0, \quad \xi_3 = \nu_{02} \xi_0 n, \end{aligned}$$

для P_{nj} и q_{nj} индекс $j = 1$ соответствует индексу η , $j = 2 - \theta$, $j = 3 - r$.

Граничные условия можно представить в следующем виде:

а) при жестком сопряжении слоев оболочки:

– в случае скользящего контакта оболочки с массивом

$$\text{при } r = R_1 \quad u_{r1}^* = u_{r2}^*, \quad \sigma_{rr1}^* = \sigma_{rr2}^*, \quad \sigma_{r\eta 1}^* = 0, \quad \sigma_{r\theta 1}^* = 0, \quad \sigma_{r\eta 2}^* = 0, \quad \sigma_{r\theta 2}^* = 0,$$

$$\text{при } r = R_2 \quad u_{j2}^* = u_{0j}^*, \quad j = r, \theta, \eta,$$

– в случае жёсткого контакта оболочки с массивом

$$\text{при } r = R_1 \quad u_{j1}^* = u_{j2}^*, \quad \sigma_{rj1}^* = \sigma_{rj2}^*,$$

$$\text{при } r = R_2 \quad u_{j2}^* = u_{0j}^*, \quad j = r, \theta, \eta;$$

б) при скользящем сопряжении слоев оболочки:

– в случае скользящего контакта оболочки с массивом

$$\text{при } r = R_1 \quad u_{r1}^* = u_{r2}^*, \quad \sigma_{rr1}^* = \sigma_{rr2}^*, \quad \sigma_{r\eta 1}^* = 0, \quad \sigma_{r\theta 1}^* = 0, \quad \sigma_{r\eta 2}^* = 0, \quad \sigma_{r\theta 2}^* = 0,$$

$$\text{при } r = R_2 \quad u_{r2}^* = u_{0r}^*, \quad \sigma_{r\eta 2}^* = 0, \quad \sigma_{r\theta 2}^* = 0,$$

– в случае жёсткого контакта оболочки с массивом

$$\text{при } r = R_1 \quad u_{j1}^* = u_{j2}^*, \quad \sigma_{rj1}^* = \sigma_{rj2}^*,$$

$$\text{при } r = R_2 \quad u_{r2}^* = u_{0r}^*, \quad \sigma_{r\eta 2}^* = 0, \quad \sigma_{r\theta 2}^* = 0, \quad j = r, \theta, \eta.$$

Приравнявая коэффициенты рядов при $e^{in\theta}$, получим бесконечную систему ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) линейных алгебраических уравнений блочно-диагонального вида. После определения коэффициентов, применяя обратное преобразование Фурье, можно вычислить компоненты напряженно-деформированного состояния (НДС) массива и оболочки. При этом для вычисления интегралов Фурье можно использовать любой численный метод, если определители $\Delta_n(\xi, c)$ полученной для конкретных граничных условий системы уравнений не обращаются в ноль, т.е. в случае движения нагрузки с докритической скоростью [1].

2. Численные эксперименты. Исследуем напряженно-деформированное состояние подкреплённого сталебетонной обделкой тоннеля глубокого заложения при воздействии движущейся с докритической скоростью $c = 100$ м/с транспортной нагрузки давления интенсивностью P° , равномерно распределенной по нижней половине внутренней поверхности несущего слоя ($R_2 = R = 1$ м) в интервале $|\eta| \leq 0,2R$. Параметры обделки: несущий слой – тонкая стальная оболочка ($R_2 = R$, $h_0/R = 0,02$; $\nu_0 = 0,3$, $\mu_0 = 8,08 \cdot 10^4$ МПа, $\rho_0 = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³), ограждающий слой –

толстенная оболочка с радиусом наружной поверхности $R_1 = 1,2R$ – бетон ($\nu_2 = 0,2$, $\mu_2 = 1,21 \cdot 10^4$ МПа, $\rho_2 = 2,5 \cdot 10^3$ кг/м³, $c_{s2} = 2200$ м/с). Контакт между слоями обделки полагаем жёстким. Характеристики массива: $\nu_1 = 0,25$, $\mu_1 = \mu = 4,0 \cdot 10^3$ МПа, $\rho_1 = 2,6 \cdot 10^3$ кг/м³, $c_{s1} = 1240,35$ м/с [2].

Результаты расчётов напряжённо-деформированного состояния обделки и окружающего ее массива при различных условиях их сопряжения помещены в таблицы 1–3 (обозначения в таблицах: $u_r^\circ = u_r \mu / P^\circ$, м, $\sigma_{rr}^\circ = \sigma_{rr} / P^\circ$, $\sigma_{\theta\theta}^\circ = \sigma_{\theta\theta} / P^\circ$, $\sigma_{\eta\eta}^\circ = \sigma_{\eta\eta} / P^\circ$) и представлены в виде графиков на рисунках 1, 2 (обозначения кривых на графиках: 1 – жёсткий контакт обделки с массивом; 2 – скользящий контакт обделки с массивом).

Из анализа таблиц следует, что граничные условия в месте контакта обделки с массивом ($r = R_1 = 1,2R$) выполняются с большой точностью. В случае скользящего контакта обделки с массивом максимальные радиальные перемещения u_r всех сопряженных поверхностей больше, чем при жёстком контакте (рисунок 1). То же можно сказать об экстремальных нормальных напряжениях на контактирующих поверхностях бетонного слоя и массива, за исключением экстремальных $\sigma_{\theta\theta}$, действующих на поверхности массива. На внутренней поверхности бетонного слоя наблюдается понижение экстремальных значений σ_{rr} , $\sigma_{\eta\eta}$ и повышение максимальных значений $\sigma_{\theta\theta}$.

Таблица 1 – Компоненты НДС внутренней поверхности бетонного слоя в сечении $\eta = 0$

| Комп. НДС | θ , град | | | | | | | | | |
|--|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 0 | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 | 140 | 160 | 180 |
| Жёсткий контакт оболочки с массивом | | | | | | | | | | |
| u_r° , м | -0,028 | -0,027 | -0,021 | -0,006 | 0,024 | 0,081 | 0,111 | 0,126 | 0,132 | 0,133 |
| σ_{rr}° | 0,033 | -0,024 | 0,042 | 0,012 | 0,012 | -0,899 | -0,900 | -0,930 | -0,864 | -0,921 |
| $\sigma_{\theta\theta}^\circ$ | 0,067 | 0,078 | 0,117 | 0,133 | 0,205 | 0,264 | 0,336 | 0,352 | 0,391 | 0,402 |
| $\sigma_{\eta\eta}^\circ$ | 0,006 | -0,012 | -0,007 | -0,050 | -0,118 | -0,457 | -0,526 | -0,569 | -0,564 | -0,581 |
| Скользящий контакт оболочки с массивом | | | | | | | | | | |
| u_r° | -0,037 | -0,034 | -0,027 | -0,009 | 0,027 | 0,090 | 0,126 | 0,144 | 0,152 | 0,153 |
| σ_{rr}° | 0,046 | -0,016 | 0,052 | 0,016 | 0,019 | -0,892 | -0,888 | -0,925 | -0,856 | -0,919 |
| $\sigma_{\theta\theta}^\circ$ | 0,109 | 0,136 | 0,142 | 0,188 | 0,230 | 0,337 | 0,378 | 0,424 | 0,430 | 0,457 |
| $\sigma_{\eta\eta}^\circ$ | -0,041 | -0,053 | -0,046 | -0,070 | -0,121 | -0,425 | -0,477 | -0,501 | -0,493 | -0,506 |

Таблица 2 – Компоненты НДС наружной поверхности бетонного слоя в сечении $\eta = 0$

| Комп. НДС | θ , град | | | | | | | | | |
|--|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 0 | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 | 140 | 160 | 180 |
| Жёсткий контакт оболочки с массивом | | | | | | | | | | |
| u_r° | -0,027 | -0,026 | -0,021 | -0,005 | 0,019 | 0,066 | 0,090 | 0,106 | 0,111 | 0,111 |
| σ_{rr}° | 0,014 | 0,022 | 0,044 | -0,001 | -0,037 | -0,039 | -0,428 | -0,472 | -0,450 | -0,442 |
| $\sigma_{\theta\theta}^\circ$ | 0,068 | 0,055 | 0,003 | 0,121 | 0,009 | 0,490 | 0,378 | 0,495 | 0,443 | 0,431 |
| $\sigma_{\eta\eta}^\circ$ | -0,024 | -0,026 | -0,044 | -0,018 | 0,045 | 0,315 | 0,378 | 0,404 | 0,386 | 0,384 |
| Скользящий контакт оболочки с массивом | | | | | | | | | | |
| u_r° | -0,033 | -0,034 | -0,025 | -0,009 | 0,022 | 0,074 | 0,105 | 0,121 | 0,130 | 0,129 |
| σ_{rr}° | 0,004 | 0,064 | 0,033 | 0,027 | -0,040 | -0,389 | -0,457 | -0,462 | -0,494 | -0,433 |
| $\sigma_{\theta\theta}^\circ$ | 0,234 | 0,013 | 0,117 | 0,079 | 0,065 | 0,599 | 0,585 | 0,547 | 0,651 | 0,431 |
| $\sigma_{\eta\eta}^\circ$ | -0,077 | -0,107 | -0,090 | -0,039 | 0,170 | 0,689 | 0,898 | 0,950 | 0,966 | 0,936 |

Таблица 3 – Компоненты НДС поверхности массива ($r = R_1$) в сечении $\eta = 0$

| Комп. НДС | θ , град | | | | | | | | | |
|--|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 0 | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 | 140 | 160 | 180 |
| Жёсткий контакт оболочки с массивом | | | | | | | | | | |
| u_r° | -0,027 | -0,026 | -0,021 | -0,005 | 0,019 | 0,066 | 0,090 | 0,106 | 0,111 | 0,111 |
| σ_{rr}° | 0,014 | 0,022 | 0,044 | -0,001 | -0,037 | -0,039 | -0,428 | -0,472 | -0,450 | -0,442 |
| $\sigma_{\theta\theta}^\circ$ | 0,028 | 0,022 | 0,013 | 0,040 | -0,004 | 0,081 | 0,037 | 0,065 | 0,055 | 0,049 |
| $\sigma_{\eta\eta}^\circ$ | -0,004 | -0,003 | -0,004 | -0,005 | 0,007 | 0,024 | 0,036 | 0,036 | 0,034 | 0,035 |
| Скользящий контакт оболочки с массивом | | | | | | | | | | |
| u_r° | -0,033 | -0,034 | -0,025 | -0,009 | 0,022 | 0,074 | 0,105 | 0,121 | 0,130 | 0,129 |
| σ_{rr}° | 0,004 | 0,064 | 0,033 | 0,027 | -0,040 | -0,389 | -0,457 | -0,462 | -0,494 | -0,433 |
| $\sigma_{\theta\theta}^\circ$ | 0,007 | 0,008 | 0,022 | 0,032 | 0,016 | -0,007 | -0,023 | -0,013 | 0,001 | 0,002 |
| $\sigma_{\eta\eta}^\circ$ | 0,017 | 0,029 | 0,018 | -0,002 | -0,072 | -0,259 | -0,329 | -0,349 | -0,361 | -0,349 |

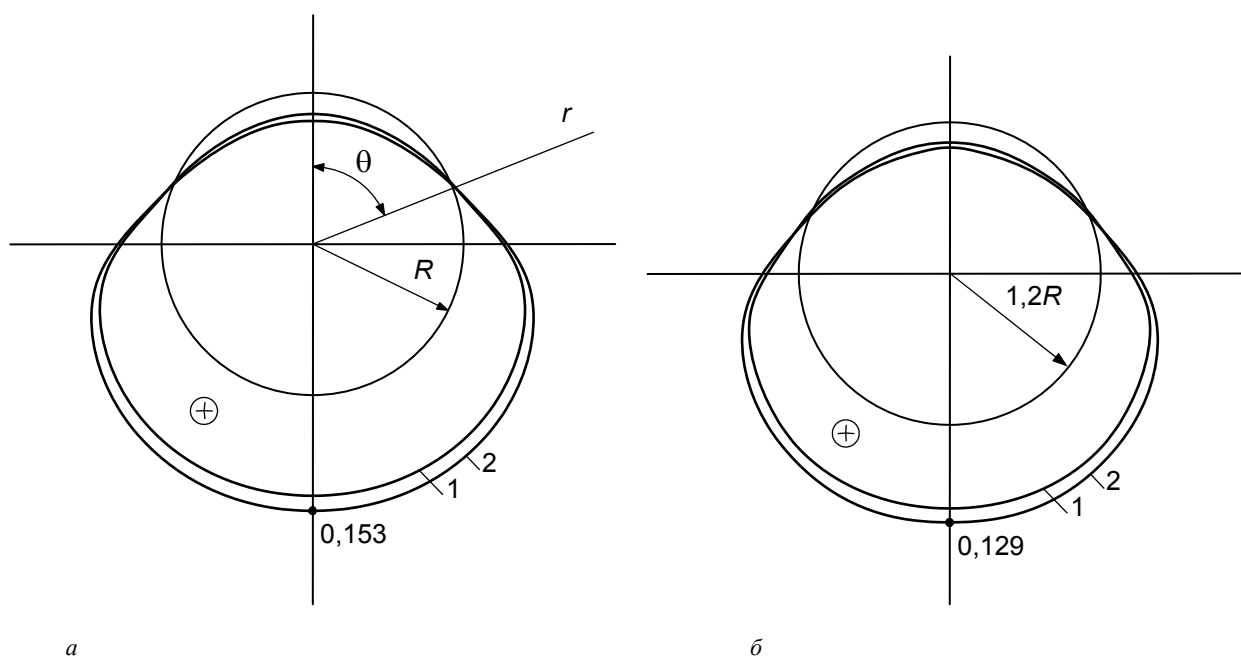


Рисунок 1 – Эпюры радиальных перемещений u_r° , м на контуре поперечного сечения $\eta = 0$ внутренней (а) и наружной (б) поверхности бетонного слоя обделки

При удалении от несущего слоя обделки влияние контактных условий на радиальные смещения точек снижается (рисунок 2), и при $r \geq 3R$ на толщине динамически активного слоя практически не отражается. Это, как показывают расчёты, характерно и для других компонент НДС массива.

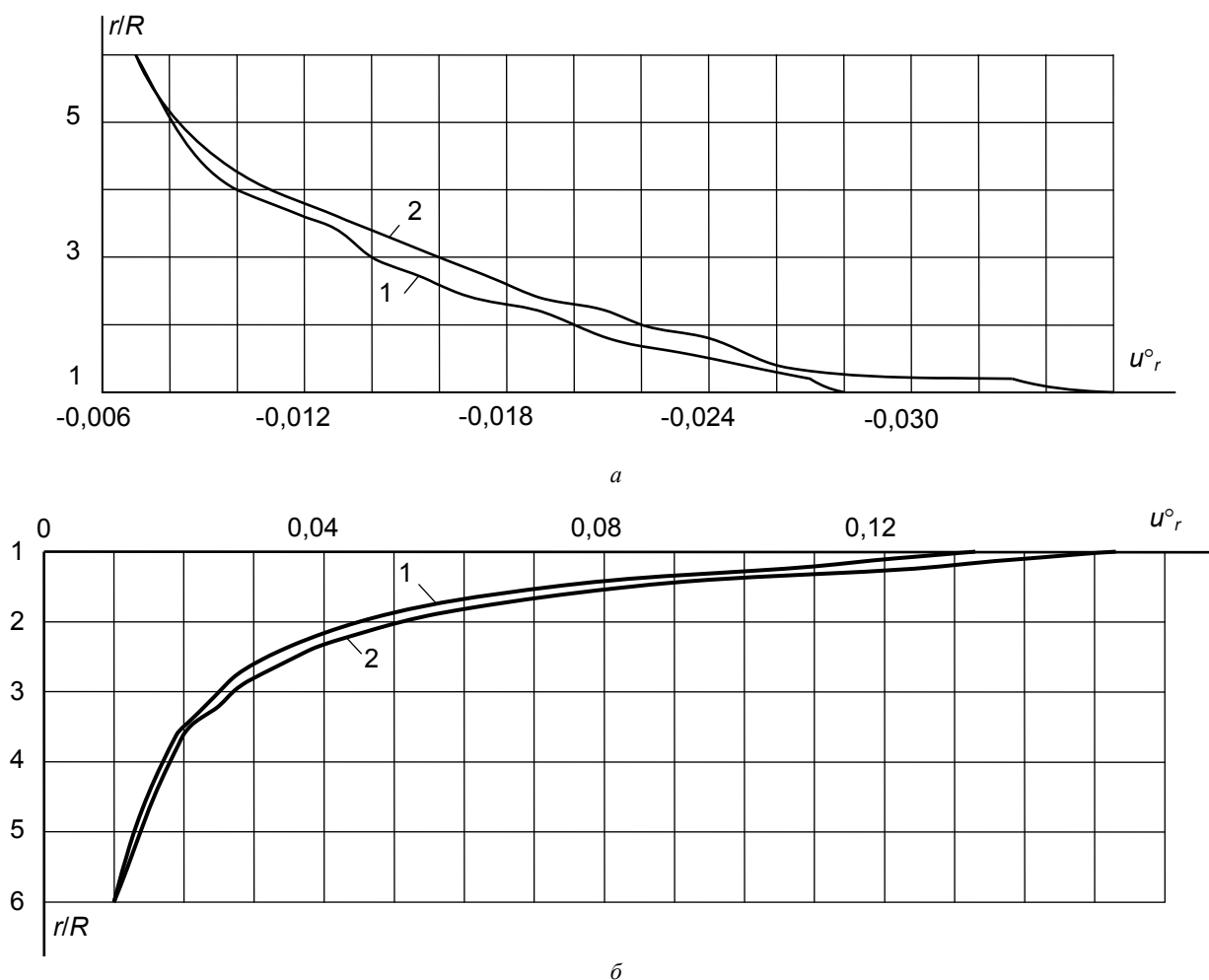


Рисунок 2 – Изменения перемещений u_r^0 , м в сечении $\eta = 0$ с удалением от верхней (а) нижней (б) точек несущего слоя обделки в радиальном направлении

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ержанов Ж.С., Айталиев Ш.М., Алексеева Л.А. Динамика тоннелей и подземных трубопроводов. – Алма-Ата: Наука, 1989. – 240 с.
 [2] Булычев Н.С. Механика подземных сооружений в примерах и задачах. – М.: Недра, 1989. – 270 с.

REFERENCES

- [1] Erzhanov Zh.S., Aitaliev Sh.M., Alekseyeva L.A. *Dynamics of tunnels and underground pipelines*. Alma-Ata: Nauka, 1989. 240 p. (in Russ.).
 [2] Bulychev N.S. *Mechanics of underground structures in examples and problems*. Moscow: Nedra Publ., 1989, 270 p. (in Russ.).

КӨЛІК ЖҮКТЕМЕ ӘРЕКЕТІНЕН ТОННЕЛЬДІҢ КЕРНЕУ-ДЕФОРМАЦИЯЛЫҚ КҮЙІНЕ ЕКІ ҚАБАТТЫ ҚАПТАМАСЫМЕН ЖЫНЫС МАСИВТІҢ КОНТАКТ ШАРАЛАРЫНЫҢ ӘРЕКЕТІ

В. Н. Украинец¹, Ж.О. Отарбаев², С.Р. Гирнис¹

¹С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар, Қазақстан,

²Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: тоннель, қабатты қабықша, көлік жүктеме, кернеу-деформациялық күйі.

Аннотация. Серпімді кеңістіктегі екі қабатты қабықшаға жүгірмелі жүктеме әрекеті туралы тапсырманың шешімі негізінде көлік жүктемелері әсер еткенде (ішкітоннельдің жылжымалы көлігінің жүктемесі) тоннельдің кернеу-деформациялық күйіне терең орналасқан болатбетонды тоннель қаптамасы мен массивтің контакт шарттарының әсері зерттеленді.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 80 – 86

MODELING THE DYNAMICS OF PHOTONS

K. B. Zhakupov

Institute of mathematics and mathematical modeling, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: jakupovKB@mail.ru

Key words: photon pulse, gravitational force, pressure, light.

Abstract. The article discusses the possibility of modeling the dynamics of one-dimensional photon-governmental Euler equations. The following hypotheses: radiated by the sun and other stars of the Galaxy photons reach the Earth's surface and other space objects with different velocities due to the influence of gravitational fields on a cosmic scale is theoretically proved. Speed of photons of light propagation distance depends on the physical condition of the emitting object. Showing coning directed-rays with a high density of photons, the appearance of waves of light, photons impact on the gravitational forces of the "black hole." Euler's equations enough to objectively convey the dependence of the speed of photons from the physical condition of the object, emitting a range of dissemination, education of the cone of light, wave nature.

Motion picture new straight line (light beams), therefore, are of interest application of one-dimensional Euler equations to model some where the photon scattering phenomena in the field of lighting, heating body sun exposure to Photon strong gravitational fields, the phenomenon of "black hole".

УДК 519.6, 532.516

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ФОТОНОВ

К. Б. Джакупов

Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: фотон, импульс, гравитационные силы, давление, свет.

Аннотация. Динамика фотонов по прямолинейному лучу моделируется одномерными уравнениями Эйлера. Определяются энергия фотонов, радиус освещения, волновая природа света, постоянство скорости фотонов при отсутствии градиента давления и переменность в гравитационных полях.

В системе координат, связанной с источником, масса покоя фотона принимается равной нулю, но движущийся фотон обладает определенными массой и скоростью, измерение давления света было выполнено в XIX веке великим русским физиком П. Н. Лебедевым. Движение фотонов прямолинейное (лучи света), следовательно, представляют интерес применения одномерных уравнений Эйлера для моделирования некоторых явлений рассеяния фотонов в пространстве – сферы освещения, нагревания участков тела солнечными лучами, воздействие на фотонов сильных гравитационных полей, явление «черной дыры» и т.д.

1. Энергия фотонов. Предположим, что плотность фотонов ρ_ϕ есть переменная величина (тому основанием служат наблюдаемые явления: яркий свет – большая плотность фотонов, сумерки – меньшая их плотность и т.д.) и будем исходить из одномерных стационарных уравнений Эйлера

$$\rho_\phi c \frac{dc}{dx} + \frac{dp}{dx} = \rho_\phi F_x, \quad (1.1)$$

$$\frac{d\rho_\phi c}{dx} = 0 \quad (1.2)$$

Уравнение динамики (1.1) в силу уравнения неразрывности (1.2) преобразуется к виду $\frac{d\rho_\phi c^2}{dx} + \frac{dp}{dx} = \rho_\phi F_x$. На больших расстояниях от источника фотонов можно пренебречь действием гравитационных сил $F_x \approx \frac{m_\phi m_s}{x^2}$, учитывая стремление этих сил к нулю на дальнем расстоянии $x \rightarrow \infty$. Тогда из уравнения (1.1) вытекает интеграл

$$\frac{d(\rho_\phi c^2 + p)}{dx} = 0, \quad \rho_\phi c^2 + p = const \quad (1.3)$$

Константа в (1.3) определяется условиями данных на конкретном источнике «S»:

$$\rho_{\phi S} c_s^2 + p = \rho_{\phi S} c_s^2 + p_s, \quad (1.4)$$

здесь $\rho_{\phi S}$, c_s , p_s — плотность, скорость и давление, свойственные фотонам на источнике «S». В левой части (1.4) переменная плотность энергии движущихся фотонов равна

$$U = \rho_\phi c^2 + p, \quad (1.5)$$

что позволяет вычислить энергию $E_\tau = \iiint_\tau U \delta\tau = \iiint_\tau (\rho_\phi c^2 + p) \delta\tau$ фотонов в некотором объеме τ . Теорема о среднем интеграла дает выражение

$$E_\tau = \iiint_\tau (\rho_\phi c^2 + p) \delta\tau = \langle c^2 \rangle \iiint_\tau \rho_\phi \delta\tau + \langle p \rangle \iiint_\tau \delta\tau = m \langle c^2 \rangle + \langle p \rangle \tau,$$

следовательно, полная энергия фотонов представляется в виде

$$E_\tau = m \langle c^2 \rangle + \langle p \rangle \tau, \quad (1.6)$$

$m = \iiint_\tau \rho_\phi \delta\tau$ масса фотонов в данном объеме. Формула (1.6) разнится от формулы Эйнштейна $E = mc^2$ на энергию давления $\langle p \rangle \tau$. Из интеграла (1.4) следует скорость фотонов, исходящих от «S»:

$$c^2 = \frac{\rho_{\phi S} c_s^2 + p_s - p}{\rho_\phi} \quad (1.7)$$

Полученное соотношение показывает зависимость скорости фотонов от их плотности $\rho_{\phi S}$ на источнике «S», начального давления « p_s », скорости c_s , следовательно, в целом зависит от физического состояния объекта «S».

Из теоремы о кинетической энергии $m \frac{d}{dt} \left(\frac{c^2}{2} \right) = \vec{F} \cdot \vec{c}$ при постоянной массе $m = const$ и $\vec{F} \equiv 0$ следует $mc^2/2 = const$. Следовательно, только для постоянных массы скорости **при отсутствии внешних сил** удвоенная кинетическая энергия постоянна и равна $E = mc^2 = const$.

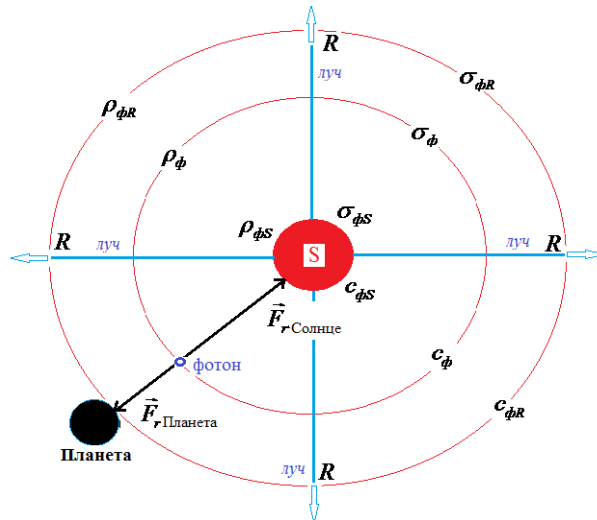
В случае материальной точки с переменной массой m , движущейся со скоростью \vec{c} под действием силы \vec{F} , предполагается справедливым закон Мещерского (теорема об изменении импульса) а) $\frac{dm\vec{c}}{dt} = \vec{F}$. Из скалярного произведения $(\frac{dm\vec{c}}{dt}, \vec{c}) = (\vec{F}, \vec{c})$ следует $\frac{m}{2} \frac{dc^2}{dt} + \frac{dm}{dt} c^2 = (\vec{F}, \vec{c})$.

При инерционном движении $\vec{F} \equiv 0$ после деления на mc^2 получается равенство $\frac{d \ln(mc)^2}{dt} = 0$, откуда вытекает $(mc)^2 = const$. Таким образом, для тела переменной массы кинетическая энергия

$mc^2 / 2 \neq const$ и удвоенная кинетическая энергия $E = mc^2 \neq const$ не будут постоянными в движении, в то время как импульс тела будет постоянным во все время движения $mc = m_0c_0$. Следовательно, из $c = m_0c_0/m$ вытекает возрастание скорости при уменьшении массы и, наоборот, из $m = m_0c_0/c$ следует уменьшение массы $m \rightarrow 0$ при увеличении скорости $c \rightarrow \infty$. В этом случае по закону сохранения массы $m = \rho\tau = const$ плотность тела должна увеличиваться $\rho \rightarrow \infty$, но постоянство массы в этом случае возможно только при уменьшении (сжатии) объема $\tau = l_x l_y l_z \rightarrow 0$, т.е. линейные размеры должны убывать (создается ложное представление о сокращении линейных размеров при скорости, близкой к скорости света). Но при отсутствии внешних сил $\vec{F} \equiv 0$ в инерционном движении, очевидно, увеличение скорости возможно только при уменьшении массы (реактивное движение), а не наоборот, кроме того, при $\vec{F} \equiv 0$ импульс тела $mc = const$ является неизменной величиной как для переменного, так и постоянного значений массы.

2. О дальности распространения света вокруг источника. По закону сохранения массы поток фотонов через поверхность σ в единицу времени равен потоку через поверхность источника (фигура 1):

$$\rho_\phi c \sigma = \rho_{\phi S} c_S \sigma_S \quad (2.1)$$



Фигура 1

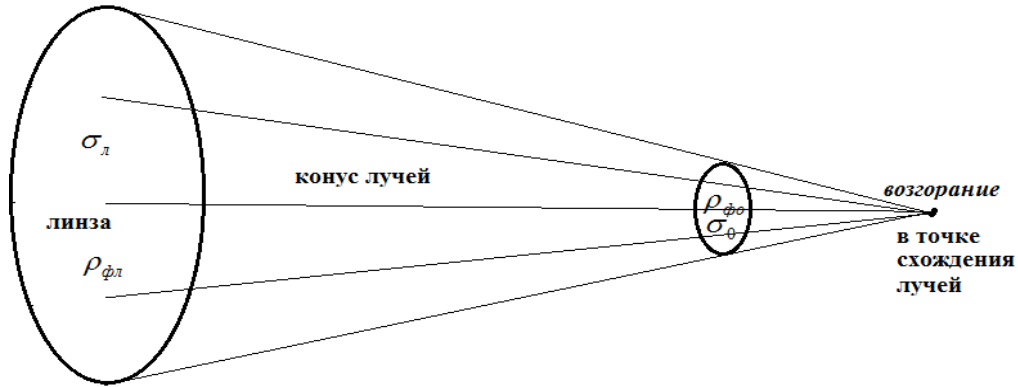
На расстоянии R от источника масса фотонов, протекающая в единицу времени через поверхность $\sigma_R = 4\pi R^2$, по формуле (2.1) равна

$$\rho_{\phi R} c_R \sigma_R = \rho_{\phi S} c_S \sigma_S \quad (2.2)$$

Из данной формулы вытекает, что плотность фотонов на расстоянии R

$$\rho_{\phi R} = \frac{\rho_{\phi S} c_S \sigma_S}{4\pi R^2 c_R} \quad (2.3)$$

обратно пропорциональна площади отдаленной поверхности σ_R и прямо пропорциональна площади поверхности источника σ_S , т.е. чем больше $\sigma_R = 4\pi R^2$ и чем меньше σ_S , тем меньше будет плотность фотонов, следовательно, ухудшается видимость для человеческого глаза на определенном расстоянии. Очевидно, яркость светила характеризуется плотностью $\rho_{\phi S}$ фотонов, давлением « p_S » и скоростью фотонов c_S , полученных из источника «S».



Фигура 2

На фигуре 2 показан известный способ зажигания фокусированными солнечными лучами. Из (2.2) при $\sigma_o \rightarrow 0$ применительно к линзе вытекает возрастание плотности фотонов в точке пересечения лучей от линзы $\rho_{\phi o} = \frac{\rho_{\phi l} c_l \sigma_l}{c_o \sigma_o} \rightarrow \infty$. Кинетическая энергия фотонов переходит в энергию молекул на площадке $\sigma_o \rightarrow 0$, происходит выгорание и возгорание легко воспламеняющихся тел.

Дифференцирование (2.1) по радиусу дает равенство $\frac{d\rho_{\phi} c \sigma}{dr} = 0$, с применением которого

уравнение динамики $\rho_{\phi} c \frac{dc}{dr} + \frac{dp}{dr} = \rho_{\phi} F_r$ преобразуется к виду

$$\frac{d\rho_{\phi} c^2}{dr} + \frac{\rho_{\phi} c^2}{\sigma} \frac{d\sigma}{dr} + \frac{dp}{dr} = \rho_{\phi} F_r, \tag{2.4}$$

где $\sigma = 4\pi r^2$ поверхность сферы произвольного радиуса r . Для тривиальных источников фотонов, как свеча, горящая спичечная головка и др., градиенты давления и гравитационные силы должны быть невелики по сравнению с Солнцем. Пренебрежение ими приводит к неравенству

$$\frac{d\rho_{\phi} c^2}{dr} = -\frac{\rho_{\phi} c^2}{\sigma} \frac{d\sigma}{dr} < 0.$$

Производная $\frac{d\rho_{\phi} c^2}{dr} < 0$ отрицательна, следовательно, кинетическая энергия единицы объема

$\rho_{\phi} c^2$ является уменьшающейся функцией, стремящейся к нулю (освещение от небольших источников занимает соответствующую площадь).

3. О постоянстве скорости фотонов вне гравитационного поля при нулевом градиенте давления. Уравнение $\frac{d\rho_{\phi} c^2}{dr} + \frac{\rho_{\phi} c^2}{\sigma} \frac{d\sigma}{dr} + \frac{dp}{dr} = \rho_{\phi} F_r$, рассмотренное выше, вне гравитационного

поля $\vec{F} \equiv 0$ при нулевом градиенте давления имеет вид $\frac{d\rho_{\phi} c^2}{dr} + \frac{\rho_{\phi} c^2}{\sigma} \frac{d\sigma}{dr} = 0$, откуда следует

$\rho_{\phi} c^2 \sigma = \rho_{\phi S} c_S^2 \sigma_S$. Закон сохранения массы (2.1) дает равенство $\rho_{\phi} c \sigma = \rho_{\phi S} c_S \sigma_S$. В результате из двух уравнений следует постоянство скорости фотонов $c = c_S$. Формула (2.3) для произ-

вольного радиуса r принимает вид $\rho_{\phi} = \frac{\rho_{\phi S} \sigma_S}{4\pi r^2}$, т.е. и в этом случае плотность фотонов убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от источника света. При не равном нулю

градиенте давления $\frac{dp}{dr} \neq 0$ из (1.7) и (2.3) вытекает зависимость скорости фотонов от давления

« p_S » и скорости c_S на источнике «S», а также от радиуса R отдаленности от Солнца или другого источника света.

4. Переменность скорости фотонов вдоль луча в гравитационном поле. Одномерные уравнения Эйлера вдоль луча даны в 1. Гравитационные силы направлены к центру источника фотонов, поэтому в уравнении динамики

$$\frac{d(\rho_\phi c^2 + p)}{dx} = \rho_\phi F_x, \quad (4.1)$$

проекция силы на направление луча отрицательна $F_x < 0$, суммарная энергия единицы объема $\rho_\phi c^2 + p$ становится монотонно убывающей функцией, стремящейся к нулю:

$$\rho_\phi c^2 + p \rightarrow 0 \quad (4.2)$$

Данное явление характерно для известных в астрофизике «черных дыр», где по предположению гравитационные силы настолько велики, что фотоны не могут покинуть сферу, радиус которой определен действием силы тяготения «черной дыры» $F_{xc} \approx \frac{m_\phi m_S}{x_c^2}$.

При незначительных гравитационных силах фотоны покидают пределы их действия и распределяются в пространстве. При приближении фотонов к любой планете Солнечной системы гравитационная сила Солнца ослабевает и начинает действовать на фотоны сила тяготения планеты, что вызывает ускорение фотонов, потому как $F_{xz} \approx \frac{m_\phi m_3}{x_3^2}$ будет иметь положительную

проекцию на направление луча, вследствие чего суммарная энергия единицы объема $\rho_\phi c^2 + p$ монотонно возрастает $\rho_\phi c^2 + p \rightarrow \rho_{\phi R} c_R^2 + p_R$ до поглощения фотонов поверхностью Земли или другой планеты. Измерения скорости света от Солнца на поверхности любой планеты, например, на Земле, зависят, очевидно, от места расположения прибора на конкретном расстоянии R от Солнца и должны иметь небольшие по космическим масштабам отклонения от измеренного на планете Земля значения в вакууме $c = 299792,458 \text{ км/с}$.

Как видно из результатов применения уравнений Эйлера, скорость фотонов есть переменная величина в поле гравитационных сил.

5. Уравнения Эйлера о волновой природе движения фотонов. Природа звуковых волн как явление переноса малых возмущений по адиабатическому газу обоснована одномерными уравнениями Эйлера [3]. Данный в [3] подход, очевидно, вполне приемлем здесь. Действительно, образование конуса лучей при прохождении фотонов через линзу с возрастанием их плотности $\rho_{\phi 0}$ можно принять за явление «баротропности» $\rho_\phi = \rho_\phi(p)$ течения. Следуя [3], допустим, что до момента времени $t < t^0$ параметры потока фотонов установились во времени и имеют стационарные значения вдоль луча $c = \bar{c} = const, \rho_\phi = \bar{\rho}_{\phi 0} = const, p = \bar{p}_0 = const$. Пусть в некоторый момент времени $t = t^0$ в поток фотонов внесены относительно малые возмущения $c' = c'(x, t^0), \rho'_\phi = \rho'_\phi(x, t^0), p' = p'(x, t^0)$, например, изменение физического состояния воздуха после грозы, прохождение света через грани хрусталя или алмаза и т.д. Дальнейшее развитие возмущений по лучу во времени $t > t^0$ описываются нестационарными уравнениями

$$\rho_\phi \left(\frac{\partial c}{\partial t} + c \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial p}{\partial \rho_\phi} \frac{\partial \rho_\phi}{\partial x} = \rho_\phi F_x, \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial \rho_\phi}{\partial t} + \frac{\partial \rho_\phi c}{\partial x} = 0 \quad (5.2)$$

Опираясь на $\rho_\phi = \rho_\phi(p)$, представим уравнение (5.1) в виде

$$\rho_\phi \left(\frac{\partial c}{\partial t} + c \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial p}{\partial \rho_\phi} \frac{\partial \rho_\phi}{\partial x} = \rho_\phi F_r \quad (5.3)$$

Решение системы (5.2) и (5.3) для времени $t > t^0$ представляется в виде

$$c = \tilde{c} + c'(x, t), \rho_\phi = \tilde{\rho}_{\phi 0} + \rho'_\phi(x, t) \quad (5.4)$$

В результате подстановки суммы (5.4) в (5.3) и отбрасывания величин второго и третьего порядков малости получается система уравнений для малых возмущений

$$\frac{\partial c'}{\partial t} + \tilde{\rho}_{\phi 0} \tilde{c} \frac{\partial c'}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial \rho_\phi} \frac{\partial \rho'_\phi}{\partial x} = 0, \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial \rho'_\phi}{\partial t} + \tilde{c} \frac{\partial \rho'_\phi}{\partial x} + \tilde{\rho}_{\phi 0} \frac{\partial c'}{\partial x} = 0 \quad (5.6)$$

В (5.5) производится приближенная замена $\frac{\partial p}{\partial \rho_\phi} \approx \frac{\partial p(\rho_{\phi 0})}{\partial \rho_\phi} = c_0^2$, где c_0^2 имеет размерность скорости и является аналогом скорости звука в газодинамике. В этом случае система становится линейной:

$$\tilde{\rho}_{\phi 0} \left(\frac{\partial c'}{\partial t} + \tilde{c} \frac{\partial c'}{\partial x} \right) + c_0^2 \frac{\partial \rho'_\phi}{\partial x} = 0, \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial \rho'_\phi}{\partial t} + \tilde{c} \frac{\partial \rho'_\phi}{\partial x} + \tilde{\rho}_{\phi 0} \frac{\partial c'}{\partial x} = 0 \quad (5.8)$$

Исключение из (5.7) и (5.8) c' приводит к волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 \rho'_\phi}{\partial t^2} + \tilde{c} \left(\frac{\partial^2 \rho'_\phi}{\partial x \partial t} - \tilde{\rho}_{\phi 0} \frac{\partial^2 c'}{\partial x^2} \right) = c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'_\phi}{\partial x^2}$$

Аналогичное исключение ρ'_ϕ дает второе волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 c'}{\partial t^2} + \tilde{c} \left(\frac{\partial^2 c'}{\partial t \partial x} - \frac{c_0^2}{\tilde{\rho}_{\phi 0}} \frac{\partial^2 \rho'_\phi}{\partial x^2} \right) = c_0^2 \frac{\partial^2 c'}{\partial x^2}$$

Для $\tilde{c} = 0$ данная система принимает форму, аналогичную распространению звуковых волн

$$\frac{\partial^2 \rho'_\phi}{\partial t^2} = c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'_\phi}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 c'}{\partial t^2} = c_0^2 \frac{\partial^2 c'}{\partial x^2}$$

Таким образом, моделирование динамики фотонов уравнениями Эйлера приводит к следующим гипотезам: излучаемые Солнцем или другими звездами Галактики фотоны доходят до поверхности Земли и других космических объектов с различными скоростями из-за влияния гравитационных полей в космических масштабах.

Известно следующее [2]. Датский астроном Ремер из наблюдений за затмениями спутников Юпитера в 1676 г. определил скорость света равным 215 000 км/с. Бредли из астрономических наблюдений вычислил $c = 303\,000$ км/с. Французский ученый Физо в 1849 г. получил $c = 313\,000$ км/с. По опытам Майкельсона 1932 года скорость света в вакууме равна 299 792,459 км/с.

Уравнения Эйлера достаточно объективно передают зависимость скорости фотонов от физического состояния излучающего объекта, дальности их распространения, образования конуса направленных лучей, волновую природу.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Берестецкий Е. М. Теоретическая физика IV. Квантовая электродинамика. – Физматлит, 2002. – ISBN 5-9221-0058-0 (рус.) - §3, с.26-27 и § 4, с. 29.
[2] Савельев И.В. Курс общей физики. – Т. 2. – М.: Наука, 1988. – С. 496.
[3] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973. – С. 847.

REFERENCES

- [1] Berestetskiy E.M. *Theoretical Physics IV. Quantum electrodynamics*. Fizmatlit, 2002, ISBN 5-9221-0058-0 (Russ.) - §3, p.26-27 and § 4, p. 29. (in Russ.).
[2] Savelyev I.V. *Course of general physics*. Vol. 2. M.: Science, 1988. P. 496. (in Russ.).
[3] Loitsiansky L.G. *Fluid Mechanics*. M.: Nauka, 1973. P. 847. (in Russ.).

ФОТОНДАР ДИНАМИКАСЫН МОДЕЛЬДЕУ

К. Б. Жақып-тегі

ҚР БҒМ Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: фотон, импульс, гравитациялық күштер, қысым, сәуле.

Аннотация. Мақалада фотондар динамикасын Эйлердің бірөлшемелі тендеуімен модельдеу мүмкіншілігі қарастырылған. Мынандай гипотезалар теориялық тұрпатта негізделген: Күннен немесе Галактиканың басқада жұлдыздарынан шыққан фотондар Жер бетіне және өзге планеталарға гравитация күштерінің әсерінен әртүрлі жылдамықтармен жетуі, фотондардың жылдамдықтары және фотонодардың алысқа тарауы сәуле жіберетін жұлдыздардың физикалық күйлерінен тәуелді екендігі. Көрсетілген: линзадан өткенде фотондардың тығыздығы ұлғаятындығы, кеңістікте сәулелер толқындар тұрпатында үлестірілуі және фотондарға «қара тесіктің» гравитация күшінің әсерлігі.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 86 – 91

EFFECT OF MAGNETIC FIELD
ON THE OSCILLATIONS OF THE DUST PARTICLES

K. N. Dzhumagulova¹, T. S. Ramazanov¹, R. U. Masheyeva¹, Z. Donkó²

¹ Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan,

²Institute for Solid State Physics and Optics, Wigner Research Centre of the Hungarian Academy of Sciences,
H-1525 Budapest, P.O. Box 49, Hungary.
E-mail: dzhumagulova.karlygash@gmail.ru

Key words: dusty plasma, velocity, autocorrelation functions, spectral function, Fourier transform.

Abstract. In this paper the results of theoretical investigations of dust particles fluctuations on the basis of Fourier analysis of the velocity autocorrelation function were presented. The method of molecular dynamics was used to solve the dust particles equations of motion. The Yukawa potential was used as an interaction potential. The results were obtained in a wide range of system parameters. The position of the dominant peak in the frequency spectrum of the velocity autocorrelation function confirms the onset of a joint effect of the magnetic field and strong correlations at high coupling.

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА КОЛЕБАНИЯ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ

К. Н. Джумагулова¹, Т. С. Рамазанов¹, Р. У. Машеева¹, З. Донко²

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан,

²Институт физики твердого тела и оптики, Вигнеровский исследовательский центр Академии наук Венгрии,
H-1525 Будапешт, Венгрия.

E-mail: dzhumagulova.karlygash@gmail.ru

Ключевые слова: пылевая плазма, автокорреляционная функция скоростей, спектральная функция, фурье-преобразование.

Аннотация. В работе показаны результаты теоретических исследований колебаний пылевых частиц с помощью Фурье анализа автокорреляционных функции скоростей. В работе был использован метод молекулярной динамики. В качестве потенциала взаимодействия был взят потенциал Юкава. Результаты получены в широком диапазоне изменения параметров системы. Показано, что на положение доминирующего пика в спектральной функции автокорреляционных функции скоростей оказывают совместное влияние, как магнитное поле, так и сильные корреляции при больших связях.

Введение. В силу необходимости фундаментальных и теоретических исследований природных явлений и разновидностей практических приложений пылевой плазмы непрерывно растет интерес к ее изучению. Сегодняшний интерес к пылевой плазме связан, прежде всего, с процессами самоорганизации и образования упорядоченных структур, так называемых плазменно-пылевых кристаллов. В последние годы влияние магнитного поля на сильно связанную пылевую плазму является одним из важных предметов исследования [1-5], например, влияние магнитного поля на распространение волн было изучено в работах [1].

Целью данной работы является исследование Фурье-преобразования автокорреляционных функций скоростей пылевых частиц, расположенных в двумерном слое и подвергающихся влиянию внешнего однородного магнитного поля, которое направлено перпендикулярно к слою пылевых частиц. Компьютерное моделирование движения пылевых частиц было проведено с помощью решения уравнений движения Ньютона в рамках взаимодействия Юкава.

Метод моделирования. Для исследования влияния магнитного поля на частицы плазмы сложного состава был использован метод молекулярной динамики. В качестве межчастичного потенциала взаимодействия частиц был взят потенциал Юкава:

$$\phi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\exp(-r/\lambda_D)}{r}, \quad (1)$$

здесь Q – заряд частиц и λ_D – дебаевская длина экранировки, $\Gamma = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 a k_B T}$ – параметр связи,

T – температура, $\kappa = a/\lambda_D$ – коэффициент экранировки, $a = (1/\pi n)^{-1/2}$ – двумерный радиус Вигнера-Зейтца и n – плотность частиц.

Для интегрирования уравнения движения частиц в присутствии магнитного поля использован метод, описанный в работе [6]. Число частиц $N = 4000$. Частицы двигаются в плоскости (x, y) и предполагается, что магнитное поле однородное и направлено перпендикулярно двумерному слою (2D) частиц, то есть $\vec{B} = (0, 0, B)$. Влияние магнитного поля на свойства системы выражается с помощью следующего параметра:

$$\beta = \frac{\omega_c}{\omega_p}, \quad (2)$$

где $\omega_c = QB/m$ – циклотронная и $\omega_p = \sqrt{nQ^2/2\epsilon m a}$ – 2D плазменная частота.

С помощью данных вычисления автокорреляционных функции скоростей частиц можно исследовать спектральную функцию пылевых частиц на основе Фурье-преобразования автокорреляторов скоростей следующим образом:

$$A_{vv}(\omega) = \int_0^{\infty} A_{vv}(t) e^{i\omega t} dt, \quad (3)$$

Результаты. Влияние внешнего магнитного поля на спектральную функцию автокорреляционных функции скоростей представлено на рисунке 1 при $\Gamma = 120$ и $\kappa = 2$. В случае $\beta = 0$ спектральная функция имеет только один пик при $\omega / \omega_p \approx 0.48$. Данный пик, как известно, можно связать с продольными флуктуациями [7]. При $\beta > 0$ формирование магнетоплазموнов сдвигает пик на более высокие значения $\omega / \omega_p \approx 0.74$ (рисунок 1). Также мы наблюдали формирование маленького пика при $\omega / \omega_p \approx 0.5$ который соответствует циклотронной частоте пылевых частиц.

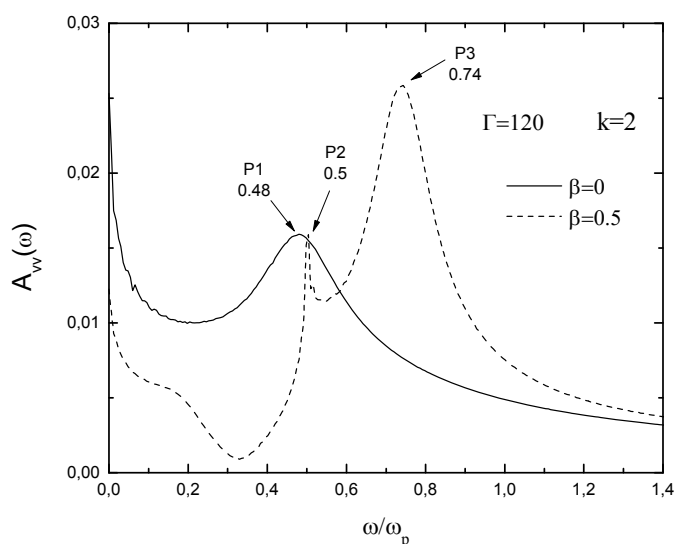


Рисунок 1 – Фурье-преобразование автокорреляционных функции скоростей при $\beta = 0$ и $\beta = 0.5$, для $\Gamma = 120$, $\kappa = 2$

На рисунке 2 показаны соответствующие $A_{vv}(\omega)$ функции для разных значения параметра магнитного поля при фиксированных значениях $\Gamma = 120$ и $\kappa = 1$. Данные показывают, что доминирующие частоты увеличиваются с увеличением β . В работе [1] было показано что, при сильной связи в системе доминирующий пик продольного спектра колебаний принимает вид:

$$\omega_1^2 = \omega_c^2 + 2\omega_E^2 = \beta^2 \omega_p^2 + 2\omega_E^2, \quad (4)$$

где ω_E – частота Эйнштейна, который определяется как частота колебания пробной частицы в замороженной среде других частиц. При $\kappa = 1$ получено $\omega_E \cong 0.52\omega_p$. Сравнения результатов теоретических данных, вычисленных по формуле (4) с положениями пиков, наблюдаемых на рисунке 2, представлены в таблице I. Мы нашли очень хорошее согласие (только несколько % отклонения) между двумя наборами данных, которые подтверждают теоретические данные работы [1], в соответствии с которыми доминирующая частота колебаний образуется при совместном действии магнитного поля и сильной связи, увеличивая фундаментальную частоту выше циклотронной частоты $\omega_c = \beta\omega_p$.

Далее мы исследовали влияние сильной связи на Фурье-образ автокорреляционных функции скоростей частиц при фиксированном значение параметра магнитного поля $\beta = 0.5$. Эти резуль-

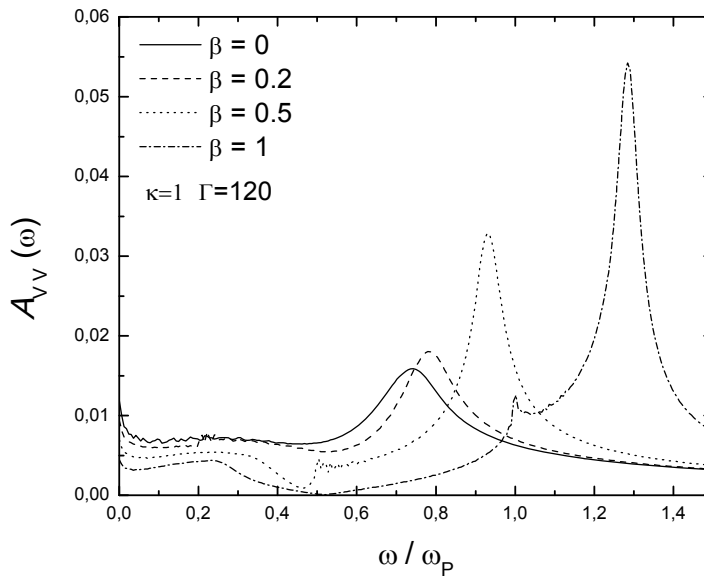


Рисунок 2 – Фурье-преобразование автокорреляционных функции скоростей при $\Gamma = 120$, $\kappa = 1$ и разных значениях β

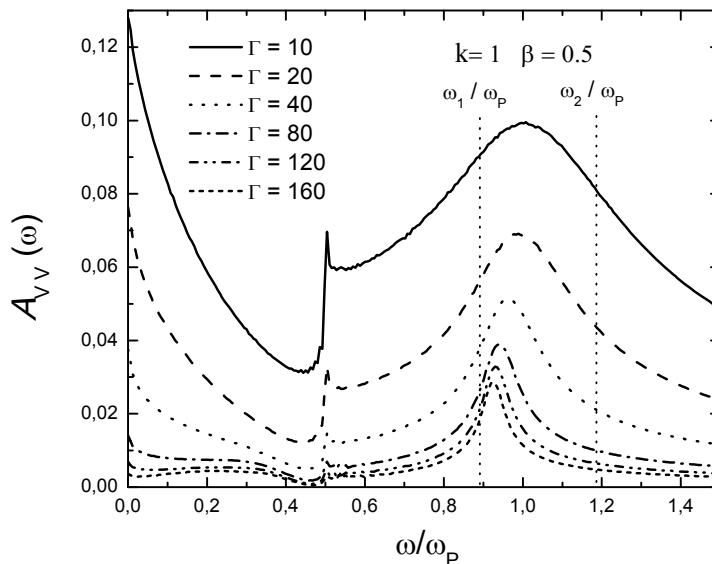


Рисунок 3 – Фурье-преобразование автокорреляционных функции скоростей при $\beta = 0,5$, $\kappa = 1$ и разных значениях параметра связи Γ

таты показаны на рисунке 3 для $\kappa = 1$. Данные показывают, что частотный спектр $A_{vv}(\omega)$ показывает сдвиг доминирующего пика вверх с уменьшением параметра Γ .

Соотношение (4) которое обсуждалось выше, справедливо только при больших связях. В пределе малых корреляции (слабо связанный предел плазмы, $\Gamma \rightarrow 0$) частота результирующей гибридной моды в намагниченной плазме (направление распространения перпендикулярно направлению магнитного поля) как известно, превращается в значения приближения случайных фаз (RPA) (детали см. [8]).

$$\omega_2^2 = \omega_c^2 + \omega_p^2 = \omega_p^2(\beta^2 + 1) \tag{5}$$

При $\beta = 0,5$ частота, определенная с помощью уравнения (5), есть $\omega_2 \cong 1,19\omega_p$. Это значение не было достигнуто с помощью данных нашего моделирования с уменьшением связи, из-за значительного расширения спектральной частоты, как отмечено на рисунке 3 для $\Gamma = 10$, $\kappa = 2$, $\beta = 0,5$.

Зависимость частоты доминирующего пика $A_{\nu\nu}(\omega)$ для $\Gamma = 120, \kappa = 1$

| β | ω / ω_p | Теоретический ω_1 / ω_p , (7) уравнение |
|---------|---------------------|---|
| 0 | 0.74 | 0.74 |
| 0.2 | 0.78 | 0.76 |
| 0.5 | 0.92 | 0.89 |
| 1.0 | 1.28 | 1.24 |

Здесь магнетоплазмы становятся едва заметными при уменьшении волновых чисел, где спектр колебаний практически ровный.

Заключение. Было исследовано влияние внешнего магнитного поля на Фурье-образ автокорреляционных функции скоростей частиц в двумерной сильно связанной системе Юкава с помощью численных методов. Показано, что, доминирующий пик в $A_{\nu\nu}(\omega)$, связанный с продольными колебаниями тока в жидкости, появляется при больших значениях параметра связи и при частотах, которые определяются путем совместного эффекта магнитного поля и сильной связи в системе [1]. С уменьшением параметра связи положение пика сдвинуто к RPA пределу, который не был достигнут нами за счет увеличения ширины пика.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Bonitz M., Donkó Z., Ott T., Kählert H., Hartmann P. // Phys. Rev. Lett. – 2010. – Vol. 105. – P. 055002.
- [2] Hartmann P., Donkó Z., Ott T., Kählert H., Bonitz M. // Phys. Rev. Lett. – 2013. – Vol. 111. – P. 155002.
- [3] Ott T., M. Bonitz, Hartmann P., Donkó Z. // Phys. Rev. E. – 2011. – Vol. 83. – P. 046403.
- [4] Ott T., Kählert H., Reynolds A., Bonitz M. // Phys. Rev. Lett. – 2012. – Vol. 108. – P. 255002.
- [5] Ott T., Baiko D.A., Kählert H., Bonitz M. // Phys. Rev. E. – 2013. – Vol. 87. – P. 043102.
- [6] Uchida G., Konopka U., Morfill G. // Phys. Rev. Lett. – 2004. – Vol. 93. – P. 155002.
- [7] Farokhi B., Shahmansouri M., Shukla P.K. // Phys. Plasmas. – 2009. – Vol. 16. – P. 063703
- [8] Jiang K., Song Y.-H., Wang Y.-N. // Phys. Plasmas. – 2007. – Vol. 14. – P. 103708.
- [9] Ott T., Bonitz M. // Phys. Rev. Lett. – 2011. – Vol. 107. – P. 135003.
- [10] Dzhumagulova K.N., Ramazanov T.S., Masheyeva R.U. // Physics of Plasmas. – 2013. – Vol. 20, №11. – P. 113702 – 113704.
- [11] Spreiter Q., Walter M. // Journal of Computational Physics. – 1999. – Vol. 152. – P. 102–119.
- [12] Dzhumagulova K.N., Ramazanov T.S., Masheyeva R.U., Ussenov Y.A., Dosbolayev M.K. // Contrib. Plasma Phys. – 2013. – Vol 53. – № 4 – 5. – P. 419 – 425.
- [13] Dzhumagulova K.N., Ramazanov T.S., Masheyeva R.U. // Contr. Plasma Phys. - 2012. – Vol. 52, № 3. – P. 182 – 185
- [14] Ohta H., Hamaguchi S. // Phys. Plasmas. – 2000. – Vol. 7. – P. 4506.
- [15] Jiang K., Hou L.-J., Xu X., Wang Y.-N. // New J. Phys. – 2007 – Vol. 9. – P. 57.

REFERENCES

- [1] Bonitz M., Donkó Z., Ott T., Kählert H., Hartmann P. Phys. Rev. Lett. 2010. Vol. 105. P. 055002.
- [2] Hartmann P., Donkó Z., Ott T., Kählert H., Bonitz M. Phys. Rev. Lett. 2013. Vol. 111. P. 155002.
- [3] Ott T., M. Bonitz, Hartmann P., Donkó Z. Phys. Rev. E. 2011. Vol. 83. P. 046403.
- [4] Ott T., Kählert H., Reynolds A., Bonitz M. Phys. Rev. Lett. 2012. Vol. 108. P. 255002.
- [5] Ott T., Baiko D.A., Kählert H., Bonitz M. Phys. Rev. E. 2013. Vol. 87. P. 043102.
- [6] Uchida G., Konopka U., Morfill G. Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 93. P. 155002.
- [7] Farokhi B., Shahmansouri M., Shukla P.K. Phys. Plasmas. 2009. Vol. 16. P. 063703
- [8] Jiang K., Song Y.-H., Wang Y.-N. Phys. Plasmas. 2007. Vol. 14. P. 103708.
- [9] Ott T., Bonitz M. Phys. Rev. Lett. 2011. Vol. 107. P. 135003.
- [10] Dzhumagulova K.N., Ramazanov T.S., Masheyeva R.U. Physics of Plasmas. 2013. Vol. 20, №11. P. 113702 – 113704.
- [11] Spreiter Q., Walter M. Journal of Computational Physics. 1999. Vol. 152. P. 102–119.
- [12] Dzhumagulova K.N., Ramazanov T.S., Masheyeva R.U., Ussenov Y.A., Dosbolayev M.K. Contrib. Plasma Phys. 2013. Vol 53, № 4–5. P. 419 – 425.
- [13] Dzhumagulova K.N., Ramazanov T.S., Masheyeva R.U. Contr. Plasma Phys. 2012. Vol. 52, № 3. P. 182 – 185.
- [14] Ohta H., Hamaguchi S. Phys. Plasmas. 2000. Vol. 7. P. 4506.
- [15] Jiang K., Hou L.-J., Xu X., Wang Y.-N. New J. Phys. 2007. Vol. 9. P. 57.

ТОЗАҢДЫ БӨЛШЕКТЕРДІҢ ТЕРБЕЛІСТЕРІНЕ СЫРТҚЫ МАГНИТ ӨРІСІНІҢ ӘСЕРІ

Қ. Н. Жұмағұлова¹, Т. С. Рамазанов¹, Р. У. Машеева¹, З. Донко²¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан²Қатты дене және оптика физикасы институты, Венгрияның ғылым академиясының Вигнер атындағы зерттеу орталығы, Н-1525 Будапешт, Венгрия

Тірек сөздер: тозаңды плазма, жылдамдықтардың автокорреляциялық функциясы, спектрлік функция, фурье-түрлендіру

Аннотация. Жұмыста жылдамдықтардың автокорреляциялық функциясын Фурье-түрлендіру арқылы, тозаңды бөлшектердің тербелістерін теориялық тұрғыдан зерттеу нәтижелері көрсетілген. Есептеу барысында молекулалық динамика әдісі қолданылды. Әсерлесу потенциалы ретінде Юкава потенциалы қолданылды. Нәтижелер жүйенің параметрлерінің өзгерісінің кең аумағында алынған. Жылдамдықтардың автокорреляциялық функциясының спектрлік функциясындағы басым максимумның орналасуы бөлшектерге магнит өрісінің де, күшті байланыстың да бірдей әсер ететіндігін көрсетеді.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 91 – 96

CLARKSON WEAK MAJORIZATION INEQUALITIES
FOR τ -MEASURABLE OPERATORS

Dostilek Dauitbek

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: dostilek.dauitbek@gmail.com

Key words: Clarkson inequality, τ -measurable operator, von Neumann algebra, submajorization.

Abstract. Let (M, τ) be a semi-finite von Neumann algebra and f be a nonnegative function on $[0, \infty)$ with $f(0) = 0$. Let x_1, x_2, \dots, x_n be τ -measurable operators and let $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ be positive real numbers such

that $\sum_{j=1}^n \alpha_j = 1$. We have the following results.

(1) If $g(t) = f(\sqrt{t})$ is convex, then

$$f\left(\left|\sum_{j=1}^n \alpha_j x_j\right|\right) + \sum_{1 \leq j < k \leq n} f\left(\sqrt{\alpha_j \alpha_k} |x_j - x_k|\right) \leq \sum_{j=1}^n \alpha_j f(|x_j|).$$

(2) If $h(t) = f(\sqrt{t})$ is concave, then

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j f(|x_j|) \leq f\left(\left|\sum_{j=1}^n \alpha_j x_j\right|\right) + \sum_{1 \leq j < k \leq n} f\left(\sqrt{\alpha_j \alpha_k} |x_j - x_k|\right).$$

1. Introduction. Let M_n be von Neumann algebra of $n \times n$ complex matrices, and let M_n^+ be positive part of M_n . Hirzallah and Kittaneh in [5] proved the following noncommutative Clarkson inequalities for n -tuples of operators: Let $\|\cdot\|$ be a unitarily norm, $A_0, \dots, A_{n-1} \in M_n^+$ and $\alpha_0, \dots, \alpha_{n-1}$ be positive real numbers such that $\sum_{j=0}^{n-1} \alpha_j = 1$.

(1) If f be a nonnegative function on $[0, \infty)$ such that $f(0) = 0$ and $g(t) = f(\sqrt{t})$ is convex on $[0, \infty)$, then

$$\left\| \left\| f\left(\sum_{j=0}^{n-1} \alpha_j A_j\right) + \sum_{0 \leq j < k \leq n-1} f\left(\sqrt{\alpha_j \alpha_k} |A_j - A_k|\right) \right\| \right\| \leq \left\| \sum_{j=0}^{n-1} \alpha_j f(|A_j|) \right\|.$$

(2) If f be a nonnegative function on $[0, \infty)$ such that $g(t) = f(\sqrt{t})$ is concave on $[0, \infty)$, then

$$\left\| \sum_{j=0}^{n-1} \alpha_j f(|A_j|) \right\| \leq \left\| \left\| f\left(\sum_{j=0}^{n-1} \alpha_j A_j\right) + \sum_{0 \leq j < k \leq n-1} f\left(\sqrt{\alpha_j \alpha_k} |A_j - A_k|\right) \right\| \right\|.$$

The purpose of this paper is to extend the above results to n -tuples of τ -measurable operators.

This paper is organized as follows. Section 2 contains some preliminary definitions.

In section 3, we proved the weak majorization type of Clarkson inequalities for n tuples of τ -measurable operators.

2. Preliminaries. Throughout this paper, we denote by M a semi-finite von Neumann algebra on the Hilbert space H with a normalized normal faithful finite trace τ . The closed densely defined linear operator x in H with domain $D(x)$ is said to be affiliated with M if and only if $u^* x u = x$ for all unitary u which belong to the commutant M' of M . If x is affiliated with M , the x said to be τ -measurable if for every $\varepsilon > 0$ there exists a projection $e \in M$ such that $e(H) \subseteq D(x)$ and $\tau(e^\perp) < \varepsilon$ (where for any projection e we let $e^\perp = 1 - e$). The set of all τ -measure operators will be denoted by $L_0(M)$. The set $L_0(M)$ is a $*$ -algebra with sum and product being the respective closure of the algebraic sum and product. Let $P(M)$ be the lattice of projections of M . The sets

$$\mathfrak{N}(\varepsilon, \delta) = \left\{ x \in L_0(M) : \exists e \in P(M) \text{ such that } \|xe\| < \varepsilon, \tau(e^\perp) < \delta \right\}$$

$(\varepsilon, \delta > 0)$ form a base at 0 for an metrizable Hausdorff topology in $L_0(M)$ called the measure topology. Equipped with the measure topology, $L_0(M)$ is a complete topological $*$ -algebra (see [6]). For $x \in L_0(M)$, the generalized singular value function $\mu(x)$ of x is defined by

$$\mu_s(x) = \inf \left\{ \|xe\| : e \in P(M), \tau(e^\perp) \leq s \right\} \quad (s \geq 0).$$

If $x, y \in L_0(M)$, then we say that x is submajorized by y and write $x \preceq y$ if and only if

$$\int_0^t \mu_s(x) ds \leq \int_0^t \mu_s(y) ds, \quad \forall t > 0.$$

As Proposition 4.6 in [3], we obtain the following result.

Lemma 2.1. Let f be a continuous increasing function on \mathbf{R}_+ with $f(0) = 0$. Let x_1, x_2, \dots, x_n be positive τ -measurable operators and let a_1, a_2, \dots, a_n be positive elements in M with

$$\sum_{j=1}^n a_j^* a_j \leq 1.$$

(1) When f is convex, we have

$$\mu_s \left[f \left(\sum_{j=1}^n a_j^* x_j a_j \right) \right] \leq \mu_s \left[\sum_{j=1}^n a_j^* f(x_j) a_j \right], \quad s > 0. \quad (2.1)$$

(2) When f is concave, we have

$$\mu_s \left[\sum_{j=1}^n a_j^* f(x_j) a_j \right] \leq \mu_s \left[f \left(\sum_{j=1}^n a_j^* x_j a_j \right) \right], \quad s > 0. \quad (2.2)$$

The following lemma is a well-known result (see [2], Theorem 5.3.).

Lemma 2.2. Let x_1, x_2, \dots, x_n be positive τ -measurable operators.

(1) If $g: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ be a convex function with $g(0) = 0$. Then

$$\sum_{j=1}^n g(x_j) \preceq g \left(\sum_{j=1}^n x_j \right). \quad (2.3)$$

(2) If $h: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ be a concave function. Then

$$h \left(\sum_{j=1}^n x_j \right) \preceq \sum_{j=1}^n h(x_j). \quad (2.4)$$

3. Main result. Let x_1, x_2, \dots, x_n be positive τ -measurable operators and let $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ be positive real numbers such that $\sum_{j=1}^n \alpha_j = 1$. Then

$$\left| \sum_{j=1}^n \alpha_j x_j \right|^2 + \sum_{1 \leq j < k \leq n} \alpha_j \alpha_k |x_j - x_k|^2 = \sum_{j=1}^n \alpha_j |x_j|^2. \quad (3.1)$$

Theorem 3.1. Let x_1, x_2, \dots, x_n be τ -measurable operators and let $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ be positive real numbers such that $\sum_{j=1}^n \alpha_j = 1$ and $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ such that $f(0) = 0$ and $g(t) = f(\sqrt{t})$ is convex on $[0, \infty)$. Then

$$f \left(\left| \sum_{j=1}^n \alpha_j x_j \right| \right) + \sum_{1 \leq j < k \leq n} f \left(\sqrt{\alpha_j \alpha_k} |x_j - x_k| \right) \preceq \sum_{j=1}^n \alpha_j f(|x_j|). \quad (3.2)$$

Proof. By (2.1), (2.3) and (3.1), we obtain that

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \alpha_j f(|x_j|) &= \sum_{j=1}^n \alpha_j g(|x_j|^2) \succeq g \left(\sum_{j=1}^n \alpha_j |x_j|^2 \right) \\ &= g \left(\left| \sum_{j=1}^n \alpha_j x_j \right|^2 + \sum_{1 \leq j < k \leq n} \alpha_j \alpha_k |x_j - x_k|^2 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\preceq g\left(\left|\sum_{j=1}^n \alpha_j x_j\right|^2\right) + \sum_{1 \leq j < k \leq n} g\left(\alpha_j \alpha_k |x_j - x_k|^2\right) \\ &= f\left(\left|\sum_{j=1}^n \alpha_j x_j\right|\right) + \sum_{1 \leq j < k \leq n} f\left(\sqrt{\alpha_j \alpha_k} |x_j - x_k|\right). \end{aligned} \quad \square$$

Theorem 3.2. Let x_1, x_2, \dots, x_n be τ -measurable operators and let $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ be positive real numbers such that $\sum_{j=1}^n \alpha_j = 1$ and $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ such that $h(t) = f(\sqrt{t})$ is concave on $[0, \infty)$.

Then

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j f(|x_j|) \preceq f\left(\left|\sum_{j=1}^n \alpha_j x_j\right|\right) + \sum_{1 \leq j < k \leq n} f\left(\sqrt{\alpha_j \alpha_k} |x_j - x_k|\right). \quad (3.3)$$

Proof. We may assume $f(0) = 0$. Using (2.2), (2.4) and (3.1) we get that

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \alpha_j f(|x_j|) &= \sum_{j=1}^n \alpha_j h(|x_j|^2) \preceq h\left(\sum_{j=1}^n \alpha_j |x_j|^2\right) \\ &= h\left(\left|\sum_{j=1}^n \alpha_j x_j\right|^2 + \sum_{1 \leq j < k \leq n} \alpha_j \alpha_k |x_j - x_k|^2\right) \\ &\preceq h\left(\left|\sum_{j=1}^n \alpha_j x_j\right|^2\right) + \sum_{1 \leq j < k \leq n} h\left(\alpha_j \alpha_k |x_j - x_k|^2\right) \\ &= f\left(\left|\sum_{j=1}^n \alpha_j x_j\right|\right) + \sum_{1 \leq j < k \leq n} f\left(\sqrt{\alpha_j \alpha_k} |x_j - x_k|\right). \end{aligned} \quad \square$$

Specializing Theorems 3.1 and 3.2 to the functions $f(t) = t^p$ ($2 \leq p < \infty$) and $f(t) = t^p$ ($0 \leq p \leq 2$).

Corollary 3.1. Let x_1, x_2, \dots, x_n be τ -measurable operators and let $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ be positive real numbers such that $\sum_{j=1}^n \alpha_j = 1$. Then

$$\left|\sum_{j=1}^n \alpha_j x_j\right|^p + \sum_{1 \leq j < k \leq n} (\alpha_j \alpha_k)^{\frac{p}{2}} |x_j - x_k|^p \preceq \sum_{j=1}^n \alpha_j |x_j|^p$$

for $2 \leq p < \infty$, and

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j |x_j|^p \preceq \left|\sum_{j=1}^n \alpha_j x_j\right|^p + \sum_{1 \leq j < k \leq n} (\alpha_j \alpha_k)^{\frac{p}{2}} |x_j - x_k|^p$$

for $0 \leq p \leq 2$.

Applying Corollary 3.1 for the trace norm $\|\cdot\|_1$, we have the following result.

Corollary 3.2. Let x_1, x_2, \dots, x_n be τ -measurable operators and let $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ be positive real numbers such that $\sum_{j=1}^n \alpha_j = 1$. Then

$$\left\| \sum_{j=1}^n \alpha_j x_j \right\|_p^p + \sum_{1 \leq j < k \leq n} (\alpha_j \alpha_k)^{\frac{p}{2}} \|x_j - x_k\|_p^p \preceq \sum_{j=1}^n \alpha_j \|x_j\|_p^p$$

for $2 \leq p < \infty$, and

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j \|x_j\|_p^p \preceq \left\| \sum_{j=1}^n \alpha_j x_j \right\|_p^p + \sum_{1 \leq j < k \leq n} (\alpha_j \alpha_k)^{\frac{p}{2}} \|x_j - x_k\|_p^p$$

for $0 \leq p \leq 2$. In particular

$$\left\| \sum_{j=1}^n x_j \right\|_p^p + \sum_{1 \leq j < k \leq n} \|x_j - x_k\|_p^p \preceq n^{p-1} \sum_{j=1}^n \|x_j\|_p^p$$

for $2 \leq p < \infty$, and

$$n^{p-1} \sum_{j=1}^n \|x_j\|_p^p \preceq \left\| \sum_{j=1}^n x_j \right\|_p^p + \sum_{1 \leq j < k \leq n} \|x_j - x_k\|_p^p$$

for $0 \leq p \leq 2$.

REFERENCES

- [1] Bhatia R., Matrix analysis, Springer-Verlag, New York, 1997. 362 p.
- [2] Dodds P.G. and Sukochev F.A., Submajorisation inequalities for convex and concave functions of sums of measurable operators, Birkhauser Verlag Basel, **2009**, 13, 107-124.
- [3] Fack T. and Kosaki H., Generalized s -numbers of τ -measure operators, Pac. J. Math. **1986**, 123, 269-300.
- [4] Hirzallah O. and Kittaneh F., Non-commutative Clarkson inequalities for unitarily invariant norms, Pac. J. Math. **2002**, 202, 363-369.
- [5] Hirzallah O. and Kittaneh F., Non-commutative Clarkson inequalities for n -tuples of operators, Inter. Equ. Oper. Theo. **2008**, 60, 369-379.
- [6] Nelson E., Notes on non-Commutative integration, J. Funct. Anal. **1974**, 15, 103-116.
- [7] Pisier G. and Xu Q., Noncommutative L^p - spaces, Handbook of the geometry of Banach spaces, **2003**, vol.2: 1459-1517 (in Eng.).

τ -ӨЛШЕМДІ ОПЕРАТОРЛАР ҮШІН КЛАРКСОННЫҢ ӘЛСІЗ МАЖОРЛАНҒАН ТЕҢСІЗДІКТЕРІ

Дәуітбек Достілек

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: Кларксон теңсіздіктері, τ -өлшемді оператор, Фон Нейман алгебрасы, субмажорланған.

Андатпа. (M, τ) жартылай ақырлы фон Нейман алгебрасы және $f - f(0) = 0$ болатын $[0, \infty)$ теги теріс емес функция болсын. x_1, x_2, \dots, x_n дер τ – өлшемді операторлар және $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ оң нақты сандары $\sum_{j=1}^n \alpha_j = 1$ болсын. Біз келесі нәтижелерді аламыз.

(1) Егер $g(t) = f(\sqrt{t})$ дәнес болса, онда

$$f\left(\left|\sum_{j=1}^n \alpha_j x_j\right|\right) + \sum_{1 \leq j < k \leq n} f\left(\sqrt{\alpha_j \alpha_k} |x_j - x_k|\right) \leq \sum_{j=1}^n \alpha_j f(|x_j|).$$

(2) Егер $h(t) = f(\sqrt{t})$ ойыс болса, онда

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j f(|x_j|) \leq f\left(\left|\sum_{j=1}^n \alpha_j x_j\right|\right) + \sum_{1 \leq j < k \leq n} f\left(\sqrt{\alpha_j \alpha_k} |x_j - x_k|\right).$$

НЕРАВЕНСТВА СЛАБО МАЖОРИЗАЦИОННЫЕ КЛАРКСОНА ДЛЯ τ -ИЗМЕРИМЫХ ОПЕРАТОРОВ

Даунтбек Достилек

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: неравенства Кларксона, τ -измеримый оператор, алгебра Фон Неймана, субмажоризация.

Аннотация. Пусть (M, τ) полу конечная алгебра Фон Неймана и f неотрицательная функция на $[0, \infty)$ с $f(0) = 0$. Пусть x_1, x_2, \dots, x_n τ – измеримых операторов и $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ положительные вещественные числа такие, что $\sum_{j=1}^n \alpha_j = 1$. Мы получили следующие результаты.

(1) Если $g(t) = f(\sqrt{t})$ является выпуклым, то

$$f\left(\left|\sum_{j=1}^n \alpha_j x_j\right|\right) + \sum_{1 \leq j < k \leq n} f\left(\sqrt{\alpha_j \alpha_k} |x_j - x_k|\right) \leq \sum_{j=1}^n \alpha_j f(|x_j|).$$

(2) Если $h(t) = f(\sqrt{t})$ является вогнутой, то

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j f(|x_j|) \leq f\left(\left|\sum_{j=1}^n \alpha_j x_j\right|\right) + \sum_{1 \leq j < k \leq n} f\left(\sqrt{\alpha_j \alpha_k} |x_j - x_k|\right).$$

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 97 – 101

**ABOUT DETERMINATION
OF PLASTIC STRESS DISTRIBUTED
COMPONENTS ACCORDING
TO THE DIFFERENT CONDITIONS
OF PLASTICITY**

M. Yeskaliyev, G. O. Omirbek, M. K. Chanbaeva

Kazakh State women's Pedagogical University Almaty, Kazakhstan.
E-mail: Yeskaliyev@mail.ru

Key words: deformation, plastic, isotropic, tension, coefficient

Abstract. The article discusses the components of the stress distribution near the cavity beyond the elastic limit. Under the assumptions of the statistical problem of definability plastic stress component satisfies the differential equation and the equilibrium is solved by the stress function and use conditions of plasticity.

ӘОК 539.3:550.3

**ӘРТҮРЛІ АҒЫМДЫҚ ШАРТТАРҒА
ТӘУЕЛДІ ПЛАСТИКАЛЫҚ ОРТАДАҒЫ КЕРНЕУ
КОПОНЕНТТЕРІНІҢ ТАРАЛУЫ ТУРАЛЫ**

М. Е. Есқалиев, Г. Ө. Өмірбек, М. К. Чанбаева

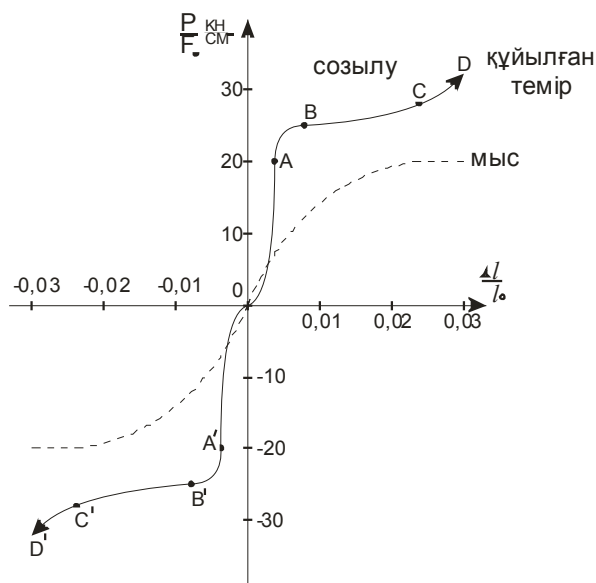
Қазақ мемлекеттік қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: деформация, пластикалық, изотропты, кернеу, коэффициент.

Аннотация. Мақалада ағымдық шарттарға тәуелді болатын денедегі пластикалық кернеу компоненттерінің қуыс маңайындағы таралуы қарастырылған. Есеп статикалық анықталғандықтан пластикалық кернеу компоненттері тепе-теңдіктің дифференциалдық теңдеулерін қанағаттандырып, кернеулік функциялармен пластикалық шарттарды пайдалана отырып шешілген.

Қатты дененің біртіндеп өсе беретін P күштің әсерінен формасының өзгеруіне қарсылылығын цилиндр нұсқалы дененің созу кезінде байқалады. Суреттің жоғарғы жағында бөлме температурасындағы жұмсақ болат және мыстың созылу диаграммасы кескінделген.

Вертикаль оське P/F_0 кернеуі, мұндағы F_0 стерженнің алғашқы көлденең ауданы, ал горизонталь оське салыстырмалы ұзару салынған, мұндағы l_0 нұсқаның алғашқы ұзындығы. A нүктесі шектік пропорционалдық атауына сәкес және ол серпімділік шегі B нүктесінен төмен орналасқан. Осы B нүктесінен бастап қалдық деформация пайда болады да, ұзару тез өсе бастайды; сипатталатын BC ағымдық ауданша пайда болады, осыдан кейін кернеу тағы да өсе бастайды. CD аралығы металдың бекемдік күйіне қатысты.



Цилиндрлік нұсқаны созу кезіндегі қалдық деформацияның пайда болуының диаграммасы

Ағымдық шарттар. Материалдың серпімді күйінен ағымдық күйіне көшуі қандай шарттармен сипатталатын мағынасын көрсету қажеттілігі туындайды. Ағымдық күйде орындалатын шартты ағымдық шарт (немесе пластикалық) деп атайды. Изотропты денелер үшін бұл шарт бас кернеулердің симметриялық функциясы болуы керек.

$$f = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \text{const} = K \quad (1)$$

мұндағы K – материал тұрақтысы.

Треска-Сен-Венан шарты. Сен-Венан осы шарттың жазық деформация үшін математикалық тұжырымдамасын берді.

Кеңістік жағдайындағы осы шарттың түрі:

$$\begin{aligned} 2|\tau_1| &= |\sigma_2 - \sigma_3| \leq \sigma_s, \\ 2|\tau_2| &= |\sigma_3 - \sigma_1| \leq \sigma_s, \\ 2|\tau_3| &= |\sigma_1 - \sigma_2| \leq \sigma_s, \end{aligned} \quad (2)$$

Қарапайым созуға ағымдық күйі кезінде

$$\sigma_1 = \text{const} = \sigma_s$$

Серпімділік күйі кезінде (2) формула орынды. Ағымдық күйі кезінде осы шарттың біреуінде немесе екеуінде теңдік белгісі болуы қажет.

Жанама кернеу қарқындылығының тұрақтылық шарты (Мизес шарты). Үш өлшемді есептерге арналған теңсіздіктермен берілген Треска-Сен-Венан ағымдық шарты кейбір математикалық қиындықтармен байланысты.

Осы жағдай Мизесті мына шартқа келеді:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2 \quad (3)$$

Мизес шарты мына түрде де жазылуы мүмкін:

$$T = \frac{\sigma_3}{\sqrt{3}} \tau \quad (4)$$

Таза ығысу кезінде $T = \tau$, онда (2.4) өрнектен

$$\tau_s = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \quad (5)$$

Бірлескен (ассоциированный) ағымдық заңы.

Ең маңызды қарапайым жағдай, ол ағымдық функциямен пластикалық потенциалдың сәйкес келуі:

$$f = \Phi$$

бұл жағдайда оның қарапайымдылығынан экстремальды ұстаным орнатылады.

Сонымен,

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (6)$$

және пластикалық ағым ағымдық бетке нормаль бағытта дамиды. $d\lambda$ көбейткіші пластикалық деформацияның жұмысына пропорционалды.

$$d\lambda = \frac{dA_p}{mK} \quad (7)$$

Пластикалық ортадағы кернеулер статикалық анықталғандықтан, кернеу компоненттері серпімді-пластикалық шекараны есептемей-ақ табылады.

Дөңгелек қуыс маңайындағы пластикалық кернеу компоненттерін полярлық координаттық жүйеде көрсету қолайлы. Осы кернеу компоненттерін деп белгілесек, олардың жазылу түрі мына $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ түрде болады (тепе-теңдіктің дифференциалдық теңдеулері) [1]:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0 \quad (8)$$

($r = 1$ болғанда) қуыс маңайындағы шекаралық шарт:

$$\sigma_r = P_0 = \text{const} \quad \tau_{r\theta} = 0. \quad (9)$$

Кернеу компоненттерімен байланысты кернеулік функцияны енгізсек ол (1) тепе-теңдік дифференциалдық теңдеулерін қанағаттандырады $\varphi(r, \theta)$:

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2}$$

$$\sigma_\theta = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2}, \quad (10)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right)$$

Пластикалық аумақта дене изотропты деп ескерілсе және қуыс жиегінде тек қана бірқалыпты нормаль кернеулер әсер еткенде кернеулік функция полярлық координатқа тәуелді емес. Онда кернеулік функция мына түрге келеді $\varphi(r)$.

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{d\varphi(r)}{dr},$$

$$\sigma_\theta = \frac{d^2 \varphi(r)}{dr^2},$$

$$\tau_{r\theta} = 0. \quad (11)$$

Ендігі жерде (8) және (9) теңдеулерге пластикалық шарттарды енгізуге болады, бұл шарттар дене құрамына байланысты.

Треска-Сен-Венан пластикалық шарты. Ішкі үйкеліс коэффициенті аз және шамалы қабысу коэффициенті бар денелер үшін Треска-Сен-Венан пластикалық шартын пайдалануға болады:

$$(\sigma_{\theta} - \sigma_r)^2 + 4\tau_{r\theta}^2 = 4k^2 \quad (12)$$

k – қабысу коэффициенті.

(11) өрнектегі кернеулік функция мәндерін (12) өрнекке қойсақ, коэффициенттері айнымалы екінші ретті жәй дифференциалдық теңдеулерді аламыз:

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} - 2k = 0 \quad (13)$$

Бұл теңдеудің жалпы шешімі:

$$\varphi(r) = kr^2 \left(\ln r - \frac{1}{r} \right) + \frac{r^2}{2} C_1 + C_2, \quad (14)$$

C_1, C_2 – интегралдау тұрақтылары, олар [2] әдісімен табылады.

Пластикалық ортадағы кернеу компоненттері (11) формула арқылы (9) шекаралық шартты ескере отырып, табылған (14) формула кернеулік функциямен былайша өрнектеледі:

$$\begin{aligned} \sigma_r/k &= 2\ln r + P_0/k, \\ \sigma_r/k &= 2(\ln r + 1) + P_0/k, \\ \tau_{r\theta} &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Декарттық жүйедегі кернеу компоненттері:

$$\begin{aligned} \sigma_x/k &= \frac{\ln z\bar{z} - (z - \bar{z})^2}{2|z|} + \frac{P_0}{k}, \\ \sigma_y/k &= \frac{\ln z\bar{z} + (z - \bar{z})^2}{2|z|} + \frac{P_0}{k}, \\ \tau_{xy}/k &= \frac{(z + \bar{z})(z - \bar{z})}{2i|z|} \end{aligned} \quad (16)$$

Мұндағы $z = x + iy$, $\bar{z} = x - iy$.

Кулон-Мордың пластикалық шарты. Қабысу коэффициенті және ішкі үйкеліс коэффициенті бар, біршама қатты денелер үшін Кулон-Мор пластикалық шартын енгізуге болады:

$$(\sigma_{\theta} - \sigma_r)^2 + 4\tau_{r\theta}^2 = \sin^2\rho(\sigma_{\theta} + \sigma_r + 2k\text{ctg}\rho) \quad (17)$$

Мұндағы ρ – ішкі үйкеліс коэффициенті, k - дененің қабысу коэффициенті (эксперименттік нәтижелерден алынады).

(17) өрнекке (11) кернеулік функция мәндерін қойсақ, коэффициенттері айнымалы екінші ретті жәй дифференциалдық теңдеулерді аламыз:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\varphi}{dr^2} - \frac{\delta}{r} \frac{d\varphi}{dr} + \gamma &= 0, \\ \delta &= \frac{1 - \sin\rho}{1 + \sin\rho}, \gamma = \frac{\cos\rho}{1 + \sin\rho} \end{aligned} \quad (18)$$

(18) теңдеудің жалпы шешімі [2]:

$$\varphi(r) = \frac{\gamma}{2(1-\delta)} r^2 + C_1 r^{\delta+1} + C_2 \quad (19)$$

C_1, C_2 – интегралдау тұрақтылары.

Кулон-Мор шартын қанағаттандыратын кернеу компоненттері (11) формула арқылы (9) шекаралық шартты ескере отырып, табылған (19) формула кернеулік функциямен былайша өрнектеледі:

$$\begin{aligned}\sigma_r/k &= \frac{\delta}{1-\gamma} - \left(\frac{P_0}{k} + \frac{\delta}{1-\gamma} \right) r^{\gamma-1} \\ \sigma_\theta/k &= \frac{\delta}{1-\gamma} - \gamma \left(\frac{P_0}{k} + \frac{\delta}{1+\gamma} \right) r^{\gamma-1} \\ \tau_{r\theta} &= 0.\end{aligned}\quad (20)$$

Декарттық жүйедегі кернеу компоненттері:

$$\begin{aligned}\sigma_x/k &= \left[\operatorname{ctgr} \rho - \sigma \left(1 - \sin \rho \frac{z^2 + \bar{z}^2}{2|z|^2} \right) \right] + \frac{P_0}{k}, \\ \sigma_y/k &= \left[\operatorname{ctgr} \rho - \sigma \left(1 + \sin \rho \frac{z^2 + \bar{z}^2}{2|z|^2} \right) \right] + \frac{P_0}{k}, \\ \tau_{xy}/k &= 2\sigma \sin \rho \frac{z^2 - \bar{z}^2}{4i|z|^2}, \\ z &= x + iy, \bar{z} = x - iy\end{aligned}\quad (21)$$

ӘДЕБИЕТ

- [1] Качанов Л.Т. Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969.
[2] Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. – Т. 2. – М.: Наука, 1985.

REFERENCES

- [1] Kachanov L.T. *Fundamentals of the theory of plasticity*. M.: The Science, 1985 (in Russ.).
[2] Piskunov N.S. *Differential and integral calculus* M.: The Science, 1985 (in Russ.).

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОМПОНЕНТ ПЛАСТИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ РАЗЛИЧНЫХ УСЛОВИЙ ПЛАСТИЧНОСТИ

М. Е. Ескалиев, Г. О. Омирбек, М. К. Чанбаева

Казахский государственный женский педагогический университет, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: деформация, пластичность, изотропность, напряжение, коэффициент.

Аннотация. В статье рассматривается распределение компонент напряжений вблизи полости за пределами упругости. В предположении статистической определенности задачи пластические компоненты напряжений удовлетворяют дифференциальным уравнениями равновесия и решаются с привлечением функции напряжений и использованием условий пластичности.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 102 – 105

**APPLICATION OF COMPUTER TECHNOLOGIES
IN THE EDUCATION SYSTEM**

N. B. Duisenova, R. T. Baykazieva, A. N. Nusipbekova

Kazakh state woman pedagogical university, Алматы, Kazakhstan.
E-mail: duisenovanur@mail.ru, raya_07.87@mail.ru, alfiya_aszb@mail.ru.

Key words: animation a sliding seat is films, sound and video fragments, illustration means communication.

Abstract. Nowadays time computer help the last name well-known one audience not only, that together distant teaches tendency and develops comes uterus. Computer, that was added for her to the lynx of the Internet, needed. distant teaches time task and me given together textbook looks sits knowledge gratitude comes man to engage in a search, answer lays send. Or participates TV conference, that was incorporated. you in your most cheap and persons interested time read it kind educating, tasks you carry out allows. To use knowledge the Nowadays epoch information technologies are increased by efficiency of raising. During the use of information that was in it to the first turn in the numeral type of written, necessary information it easily to find allows. To the World that increased in nowadays time, acquaintance of encyclopaedia, dictionaries are translated to the electronic kind. it concept importance I form a process I develop system I talk I understand it is possible, I am knowledge customer activity leading factor I am, teach teacher and knowledge customer subject an interval is mutual attempt I examine and reflection отара possibility I provide I manage I could be seen one time.

To teach, that experience of education constantly increased pedagogies quality of tendency sits requires.

ӘОЖ 372.800.465.02

**БІЛІМ БЕРУ ЖҮЙЕСІНДЕГІ
КОМПЬЮТЕРЛІК ТЕХНОЛОГИЯНЫ ҚОЛДАНУ**

Н. Б. Дүйсенова, Р. Т. Байказиева, А. Н. Нүсіпбекова

Қазақ мемлекеттік қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: анимациялы слайд-фильмдер, дыбыстық және бейнефрагменттер, коммуникация, иллюстрациялық құрал.

Аннотация. Қазіргі кезде компьютердің көмегімен тек белгілі бір аудиторияларда ғана емес, сонымен бірге қашықтан оқыту үрдісі де дамып келе жатыр. Ол үшін интернет желісіне қосылған компьютер керек. Қашықтан оқыту кезінде тапсырманы және онымен бірге ұсынылған оқулықтарды қарап отырып білім алғысы келетін адам өзі ізденіп, жауаптарын салып жібереді. Немесе бірлескен телеконференцияларға қатысады. Оқытудың бұл түрі анағұрлым арзан, әрі қалаған уақытында оқуына, тапсырмаларды орындауына мүмкіндік береді. Қазіргі заманғы ақпараттық технологияларды пайдалану өз білімін көтеру тиімділігін де арттырады. Бұл бірінші кезекте сандық түрде жазылған ақпараттарды пайдалану кезінде қажетті мәліметтерді оңай табуға мүмкіндік береді. Қазіргі кезде көптеген әлемге танымал энциклопедиялар, сөздіктер электронды түрге айналдырылған. Бұл ұғымның мәнін білім беру үдерісін өздігінше дамытатын жүйе деп түсінуге болады, онда білім алушылардың қызметі жетекші фактор болып табылып, оқыту мұғалім мен білім алушының субъект аралық өзара әрекетін қарастыратын және олардың мүмкіндіктерін қамтамасыз ететін рефлексиялық басқару ретінде көрінеді.

Оқыту, білім беру тәжірибесі педагогикалық үрдістің сапасын үнемі арттырып отыруды талап етеді.

Қазақстан Республикасының Білім туралы Заңында: «Білім беру жүйесінің басты міндеті- ұлттық және жалпы адамзаттық құндылықтар, ғылым мен практика жетістіктері негізінде жеке адамды қалыптастыруға және кәсіби шыңдауға бағытталған білім алу үшін қажетті жағдайлар жасау; оқытудың жаңа технологияларын енгізу, білім беруді ақпараттандыру, халықаралық ғаламдық коммуникациялық желілерге шығу» – деп білім беру жүйесін одан әрі дамыту міндеттерін көздейді. Бұл міндеттерді шешу үшін, әрбір білім беру мекемедегі ұжымының, әрбір мұғалімнің күнделікті ізденісі арқылы, барлық жаңалықтар мен қайта құру, өзгерістерге батыл жол ашарлық жаңа практикаға, жаңа қарым-қатынасқа өту қажеттігі туындайды.

Қазіргі кездегі жоғары білім беру қоғам талаптарын қанағаттандырудың бірнеше жүйелерін қарастырады, яғни ғылымды, білімді және өндірісті интеграциялау түрі ретінде ғылыми оқу-өндірістік кешендер құру; оқытуды және студент еңбегін дараландыру, білім беруді ізгілендіру; оқытушылардың кәсіби даярлығына жоғары талап қою, жоғары оқу орнында болашақ мұғалімдерді даярлау мен олардың кәсіби деңгейін көтеруде педагогикалық мұғалімдерді жаңа технологиялар негізінде көтеру. Мұндай үдеріс әлемнің түрлі елдерде өздерінің ұлттық ерекшеліктеріне, экономикалық жағдайына, білім беру жүйесінің дәстүрлеріне қарай әртүрлі деңгейде көрініс тапқан.

Қазіргі заман талабына сай адамдардың мәлімет алмасуына, қарым-қатынасына ақпараттық-коммуникативтік технологиялардың кеңінен қолданысқа еніп, жылдам дамып келе жатқан кезеңінде ақпараттық қоғамды қалыптастыру қажетті шартқа айналып отыр. Келешек қоғамымыздың мүшелері – жастардың бойында ақпараттық мәдениетті қалыптастыру қоғамның алдында тұрған ең басты міндет. Жеке тұлғаны жан-жақты дамыту шеңберінде білім берудің мақсаты мен мәнінің өзгеруі «білім беру технологиясы» деп алатын жаңа ұғымның пайда болуына ықпал етті. Бұл ұғымның мәнін білім беру үдерісін өздігінше дамытатын жүйе деп түсінуге болады, онда білім алушылардың қызметі жетекші фактор болып табылып, оқыту мұғалім мен білім алушының субъект аралық өзара әрекетін қарастыратын және олардың мүмкіндіктерін қамтамасыз ететін рефлексиялық басқару ретінде көрінеді.

Оқыту, білім беру тәжірибесі педагогикалық үрдістің сапасын үнемі арттырып отыруды талап етеді. Сол себепті педагогикалық үрдісті технологияландыру мәселесі маңызды болып саналады.

Қазіргі ақпараттық қоғамда өндірістің дамуының негізгі құралы болып ақпараттық ресурстардың қажеттілігі көрінеді. Сондықтан білім беру саласы да өзінің дамуы үшін жаңа қадамдарға баруда. Осыған байланысты адамға ақпараттар кеңістігінде дұрыс бағытты таңдауға мүмкіндік жасай алатын оқытудың жаңа технологиялары пайда болуда.

Жаңа ақпараттық технологиямен орындалатын қызмет өзінің кез келген нақты формасында тиімдірек орындалады, адам өркениетті бола бастайды.

Ұрпақ үшін кітаптың маңызы қандай болса, компьютер де оқушы үшін қоршаған әлемді танудың табиғи құралы болып табылады. Олай болса, барлық сабақтарды компьютерлердің қуаттануымен жүргізуді үйрену – бүгінгі күннің кезек күттірмейтін өзекті мәселелерінің бірі.

Соңғы жылдары білім беру аясы жүйесінде компьютерлік техниканы пайдалану белсенді түрде жүзеге асырылуда. Білім беру жүйесіндегі жаңа ақпараттық технология дегеніміз – оқу және оқу-әдістемелік материалдар жинағы, оқу қызметіндегі есептеуіш техниканың техникалық құралдары, олардың ролі мен орны туралы ғылыми білімнің жүйесін және оқытушылар еңбектерін жүзеге асыру үшін оларды қолдану формалары мен әдістері деген анықтама беруге болады. Яғни, ақпараттық технология – білім беру мекемесі мамандарының жұмысын жүзеге асырушы әдістер мен формалар және балаларға білім беруші құрал.

Ақпараттық технология қызметінің құралы ретінде жаңа ақпараттық технологияның компьютерлік құралдары қолданылып жүр, алайда заман талабына сай компьютерлік техниканың дамып жетілуіне байланысты ғылыми сипаттағы компьютерлік бағдарламаларды жасау керек және ол оқушының іс әрекетінің интеллектуалды құрылысымен сәйкес келуі тиіс.

Ақпараттық әдістемелік материалдар коммуникациялық байланыс құралдарын пайдалану арқылы білім беруді жетілдіруді көздейді. Заман ағымына қарай ақпараттық-коммуникациялық технологияны қолдану айтарлықтай нәтиже беруде. Кез-келген сабақта электрондық оқулықты пайдалананып, оқушылардың танымдық белсенділігін арттырып қана қоймай, логикалық ойлау жүйесін қалыптастыруға, шығармашылықпен еңбек етуіне жағдай жасайды. Сабақта компьютерлік

технологияны тиімді пайдалану арқылы оқушылардың ойлау қабілетін дамытып, өз бетінше жұмыс істеуге дағдыландыру.

Педагогикалық және әдістемелік әдебиеттерде оқытуда ақпараттық технологияларды пайдаланудың бірнеше бағыттары көрсетілген, солардың ішінде мектептегі оқу практикасында қажеттілерінің негізгілері мыналар: компьютер – оқушы білімін бағалау құралы; компьютерлік модельдеуді қолданатын зертханалық практикум; мультимедиа-технология, жаңа материалды түсіндірудегі иллюстрациялық құрал; дербес компьютер, білім жетілдіру құралы.

Мұғалім жұмысы практикада оқушы білімін бағалау үшін алатын тақырыптық тестерден көрінеді. Тест көзі мультимедиа компакт-дискілер немесе интернет желісі болуы мүмкін.

Бұдан басқа да, тест генераторлары деп аталатын тестілеуші бағдарламалар құруға болатын арнайы компьютер бағдарламалары (қосымшалар) бар. Бұл жағдайда мұғалім тестің сұрақтарын және барысын өздігінен таңдап алады.

Қазіргі кездегі ақпараттық технологиялар оқу материалдарын иллюстрация жасау кезінде (мысалы анимациялы слайд-фильмдер) қолданылады. Бұл оқу үрдісін қозғалыста бейнелеуге мүмкіндік береді. Компьютердің көмегімен дыбыстық және бейнефрагменттерді де демонстрация жасауға болады.

Қазіргі заманғы ақпараттық технологияларды пайдалану өз білімін көтеру тиімділігін де арттырады. Бұл бірінші кезекте сандық түрде жазылған ақпараттарды пайдалану кезінде қажетті мәліметтерді оңай табуға мүмкіндік береді. Қазіргі кезде көптеген әлемге танымал энциклопедиялар, сөздіктер электронды түрге айналдырылған.

Білім беру үдерісінің барлық қатысушыларымен- оқушылар, мұғалімдер, басшылық, ата-аналар, қоғам мүшелерінің арасындағы ақпараттық ағындардың жүруін қамтамасыз етеді. Оқу үрдісінде компьютерлік техниканы қолданудағы қиыншылықтар көбіне мұғалімнің дербес компьютерді дидактикалық құрал ретінде қабылдауына дайын екендігіне байланысты.

Қорытындылай келе біздің мақсатымыз қазіргі заман талабына сай ұрпақ тәрбиелеу, оларды «оқи» білуге үйрету, қашықтан оқытуға үйрету, көп материалды аз уақытқа қабылдай білуге үйрету. Осылардың бәрін іске асыру үшін жаңа технологияларды сабаққа қолдана білуі. Егер біз барлық мүмкіндіктерімізді толық пайдалана алатын болсақ, онда біздің келешек ұрпағымыз компьютерлік технологиямен толыққанды білім ала алады.

ӘДЕБИЕТ

- [1] Балапанов Е., Бөрібаев Б., Абдильдин Е. Интернетке кіріспе «Бүкілдүниежүзілік өрмек»: Әдістемелік құрал. – Алматы, 1999.
- [2] Острейковский В.А. Информатика: Учеб. для вузов. – М.: Высш. шк., 2000.
- [3] Компьютерлік оқыту программаларын қолдану // Информатика – физика – математика журналы. – Алматы, 2000. – №3.
- [4] Алексеев Г.В. Компьютерные технологии при проектировании и эксплуатации технологического оборудования: Учебное пособие. – ГИОРД, 2012. – 256 с.
- [5] Мельников П.П. Компьютерные технологии в экономике: Учебное пособие. – КноРус, 2013. – 224 с.

REFERENCES

- [1] Balapanov E., Boribaev B., Abdildin E. Internetke kirispe «Bukilduniejuzilik ormek»: Adistemelik kural. Almaty, 1999.
- [2] Ostreikovskii V.A. Informatika: Ucheb. dlya vuzov. M.: Vysch. shk., 2000.
- [3] Komp'iuterlik okytu programmalarын koldanu. Informatika – phisica – matematika jurnaly. Almaty, 2000. №3.
- [4] Alekseev G.B. Computernye tehnologi pri proektirovanii i ekspluatatsii tehniceskogo objrudovanie: Ucheb. posobie. GIORД, 2012. 256 p.
- [5] Melnikov P.P. Computernye tehnologi v ekonomike: Ucheb. posobie. KnoRUS, 2013. 224 p.

ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИИ В СИСТЕМЕ ОБРАЗОВАНИИ

Н. Б. Дуйсенова, Р. Т. Байказиева, А. Н. Нусипбекова

Казахский государственный женский педагогический университет, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: анимационные слайд-фильмы, звук и видеофрагменты, иллюстрация средство коммуникация.

Аннотация. Сейчас развивается с помощью компьютера не только в аудитории, но и в дистанциях процесса обучения. Для этого нужна компьютер с интернетом. При дистанционном обучении нужна, выполнять задание и вместе с выданным учебником человек получает знание, самостоятельно смотря на эти книги, пересылает ответы на эти задания. Или участвует на телеконференциях. Эта форма обучения намного дешевле, и в любое время можно читать, и помогает выполнять задания. В свое наиболее дешевое и этот вид обучения желающее время читать, позволяет исполнять задания. Теперешнюю эпоху информационные технологии увеличивает и эффективность поднять знание и использовать. Во время использования информации, которая была в первом очереди в численном виде написанной, необходимые сведения легко найти позволяет. Миру, который умножил в теперешнее время, знакомый энциклопедию, словари электронному виде. Можно понять систему, которую развивает процесс образования своеобразн. Изучения, требует то, что опыт образования постоянно увеличит педагогичность качество тенденции.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 105 – 111

ON THE METHOD OF SOLVING THE PROBLEM OF PROCESS CONTROL CALCIUM OIL RESERVOIRS AND SURFACE

Sh. Altynbekov

South Kazakhstan State Pedagogical Institute, Shymkent, Kazakhstan

Keywords: mechanics, mathematics, management.

Abstract. When pumping oil out of deposits in accordance with the physical and mechanical properties of the Earth surface located above the oil-bearing bed, the Earth surface subsidence in the region of oil-producing complexes can be destructive. In order to prevent this process, a control function is proposed and the problems of managing the subsidence of oil stratum and Earth surface are solved. The preliminary analysis of the results of numerical modeling is performed.

УДК 624.131+539.215

О МЕТОДИКЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОБ УПРАВЛЕНИИ ПРОЦЕССОМ ОСЕДАНИЯ НЕФТЯНОГО ПЛАСТА И ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Ш. Алтынбеков

Южно-Казахстанский государственный педагогический институт, Шымкент, Казахстан

Ключевые слова: механика, математика, управление.

Аннотация. При откачке нефти из залежей в зависимости от физико-механического свойства земляной массы, расположенной над нефтеносным пластом, оседания земной поверхности на территории нефтедобывающих комплексов могут быть разрушительными. В целях предотвращения этого процесса предложена функция управления и решены задачи по управлению процессом осадки нефтеносного пласта и оседаний земной поверхности. Приведен предварительный анализ результатов численных расчетов.

Введение. В настоящее время имеется немало работ по математической теории оптимального управления [1-3]. Теория оптимизации для систем с распределенными параметрами, описываемыми уравнениями с частными производными, стала разрабатываться уже после того, как были получены основные результаты в теории оптимизации для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Теория, изложенная в работах Л.С.Понтрягина, В.Г.Болтянского, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко [1] и М.Р.Хестенса [2], посвящена изучению следующих вопросов:

- получить необходимые условия экстремума;
- изучить структуру и свойства уравнений, выражающих эти условия для случая, когда Λ , называемой «моделью» системы, представляет собой обыкновенный дифференциальный оператор.

В многочисленных приложениях из-за сложности управляемых систем приходится отказаться от только что указанной математической модели и рассматривать в качестве Λ оператор с частными производными [3]. Именно этот случай мы изучаем в настоящей работе.

1. Задачи об управлении процессом оседания нефтеносного пласта. Задачи об управлении процессом оседания нефтеносного пласта и земной поверхности при откачке нефти тесно связаны с задачами об управлении давлением поровой жидкости.

Существуют многочисленные типы управления. В данной работе рассмотрим только два типа управления: управление на границе и управление внутри области. Последовательно рассмотрим эти типы управления.

1.1. Управление давлением на границе. Управление осуществляется так, чтобы давление $p(x, t)$ на границе Γ области Ω не понижалось с течением времени (например, подача жидкости через стенку). Функция $p(x, t)$ (давление) удовлетворяет внутри области $\Omega \times]0, T[$ уравнению уплотнения

$$\frac{\partial p}{\partial t} - C_v(x)\Delta p = f, \quad x \in \Omega, \quad t \in]0, T[, \quad (1)$$

или, в общем случае, уравнению

$$\frac{\partial p}{\partial t} + Ap = f, \quad (2)$$

где

$$A\varphi = -(a_{ij}(x)\varphi_{1j}), \quad (3)$$

а функции $a_{ij}(x)$ удовлетворяют условиям:

$$\begin{aligned} a_{ij}(x) &\in L^\infty(\Omega), \quad a_{ij}(x) = a_{ji}(x) \quad \forall_{i,j}; \\ a_{ij}(x)\xi_i\xi_j &\geq \alpha\xi_i\xi_i, \quad \alpha > 0, \quad \forall \xi_i \in R. \end{aligned} \quad (4)$$

Пусть, кроме того, при $q_1 = q_2$ задано начальное давление [4]

$$p(x, \tau_1) = p_0(r, t, \tau_1) = q_1 + \sum_{i=1}^{\infty} D_i(\tau_1) V_0 \left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_r}} r \right) \cdot ch \left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_z}} z \right). \quad (5)$$

Наличие и тип управления сказываются на форме граничных условий. В подтверждение этому приводим результаты исследования автором данной работы [5, 6].

Деформация неоднородных земляных масс, обусловленных их консолидацией, сильно зависит от типа краевых условий. Так, например, при граничных условиях, когда на границах массива земляной среды происходит свободный водообмен с окружающей средой (рисунок 1), так как растекание напора в однородной среде двухстороннего характера и незначительно, чем в неоднородном, осадок неоднородных грунтовых оснований в начальные моменты времени больше, чем у однородного, а со временем он становится гораздо меньше (1,1—5 раза), в зависимости от их физико-механических свойств (рисунок 2).

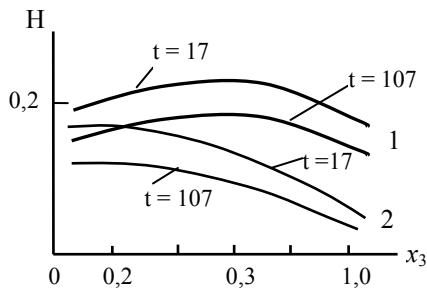


Рисунок 1 – Кривые изменения напора H по x_3 :
1 – однородная среда; 2 – неоднородная среда

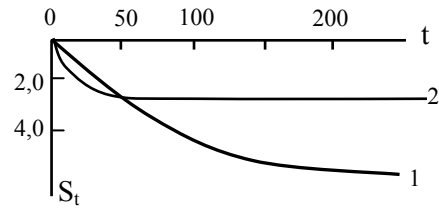


Рисунок 2 – Изменение осадки S_t (см) по t (сут)
от нагрузки $q = 2 \text{ кг/см}^2$
(условные обозначения те же, что и на рисунке 1)

В случае граничных условий, когда грунтовая вода свободно удаляется с боковых поверхностей массива земляной среды, а на нижних и верхних границах его происходит свободный водообмен с окружающей средой, так как давление в верхних слоях неоднородной грунтовой массы ниже атмосферного, а в нижних слоях достаточно больше, в начальные моменты времени происходит обратный процесс уплотнения – набухание грунта, а со временем оно затухает и может возникнуть осадок незначительного характера (рисунок 3).

При граничных условиях с водоупором на глубине и водонепроницаемыми стенками, так как давление в нижних слоях неоднородной грунтовой массы ниже атмосферного, то за счет растекания давления осадок основания в начальные моменты времени больше осадка, соответствующего пределу времени, что вызывает после некоторого времени явление набухания (рисунок 4).

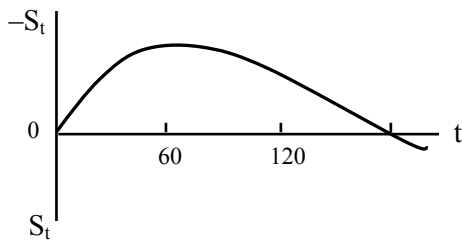


Рисунок 3 – Изменение осадки S_t
от нагрузки $q = 2 \text{ кг/см}^2$ при $\chi_1^{(1)} = \chi_2^{(1)}$

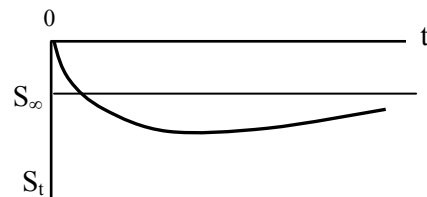


Рисунок 4 – Изменение осадки S_t (см)
от нагрузки $q = 2 \text{ кг/см}^2$ $\chi_2^{(1)} = \chi_2^{(2)}$

Исходя из вышеизложенного, можно прийти к выводу: искусственно создавая граничные условия, можно управлять процессом оседания нефтеносного пласта.

1.2. Управление давлением внутри области. Управление осуществляется так, чтобы давление $p(x, t)$ в области Ω не понижалось с течением времени (например, введением в Ω потока жидкости q_6). Количество жидкости q_6 , поступающей к нефтяной залежи из законтурной области пласта по условию управления, должно быть приблизительно равным количеству отбираемой нефти q_1 из месторождения, т.е. $q_6 \approx q_1$. Тогда задача об управлении процессом осадки нефтеносного пласта, согласно работе [4], может быть сведена к следующему виду

$$\frac{\partial p}{\partial t} = C_v(z) \left(K_z \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + K_r \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \right) + \Phi(z, r, t), \tag{6}$$

$$p(z, r, t) = p_0(z, r) \text{ при } t = \tau_1, \tag{7}$$

$$p(z, r, t) = \alpha(t) p_0(z, r) \text{ при } \tau_1 < t < \infty, \tag{8}$$

$$p(z, r_0, t) = q_1, \quad p(z, R, t) = q_1, \quad (9)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{z=h} = 0, \quad \left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad (10)$$

где $C_v(z)$ и $\Phi(z, r, t)$ – известные функции [4].

В этой задаче определению подлежит функция (давления) $p(z, r, t)$ и функция $\varkappa(t)$. Функция $\varkappa(t)$ в рассматриваемом интервале времени $]\tau_1, \infty[$ непрерывна, положительна и ограничена снизу и сверху. Нас интересует те значения этой функции, которые лежат внутри полусегмента $]0, 1]$, т.е. $0 < \varkappa(t) \leq 1$.

Для решения поставленной задачи (6)-(10) вначале определим функцию давления $P(z, r, t)$, удовлетворив уравнению (6), начальному условию (7) и граничным условиям (9) и (10) [4]

$$P(z, r, t) = q_1 + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} T_{ij}(t) V_0 \left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_r}} r \right) \cdot V_{\nu_i} \left(\frac{2\lambda_{ij}}{\alpha_7 \sqrt{K_z}} e^{-\frac{\alpha_7 z}{2}} \right), \quad (11)$$

$$T_{ij}(t) = \left(\int \Phi_{1ij}(t) e^{C_{v0}\lambda_{ij}^2 t} dt + D_{ij} \right) \cdot e^{-C_{v0}\lambda_{ij}^2 t}.$$

Затем удовлетворив условию (8), т.е. (5) и (11) подставив в (8), находим функцию $\varkappa(t)$:

$$\varkappa(t) = \frac{q_1 D_{1ij} + D_{2ij} e^{-\alpha_q t} + D_{3ij} e^{-C_{v0}\lambda_{ij}^2 t} + \frac{q_e}{C_{v0}} D_{4ij}}{q_1 D_{1ij} + \frac{q_0}{R} (A_q - B_q e^{-\alpha_q t}) D_{5ij} + D_{6ij}}. \quad (12)$$

Здесь $D_{1ij}, D_{2ij}, D_{3ij}, D_{4ij}, D_{5ij}$ и D_{6ij} – известные коэффициенты, определяемые в ходе решения задачи, а λ_{ij} – положительные корни уравнения составленного из комбинации функции Бесселя первого и второго рода.

Нетрудно заметить, что функция вида (12) в рассматриваемой задаче является функцией управления. Действительно, управление давлением внутри области Ω , управление процессом оседания нефтеносного пласта и земной поверхности на территории нефтедобывающих комплексов, в конечном счете, можно осуществить только с помощью функции $\varkappa(t)$, введением в Ω поток жидкости q_e , регулируемой посредством полупроницаемой перегородки или некоторым сервомеханизмом, согласно правилу (h – поле заданных давлений):

$$p > h \Rightarrow q_e = 0,$$

$$p = h \Rightarrow q_e \geq 0,$$

или

$$p > h \Rightarrow q_e = 0,$$

$$p \leq h \Rightarrow q_e = k(h - p).$$

где k (положительный скаляр) – мера проводимости стенки.

При $t \rightarrow \infty$ из (12) имеем

$$\varkappa_{\infty} = \frac{q_1 D_{1ij} + \frac{q_e}{C_{v0}} D_{4ij}}{q_1 D_{1ij} + \frac{q_0}{R} A_q D_{5ij} + D_{6ij}},$$

и откуда при $q_e = \frac{(q_0 A_q D_{5ij} + R D_{6ij}) C_{v0}}{R D_{4ij}} \varkappa_{\infty} = 1$.

Механический смысл этого числа означает: конечное давление в поровой жидкости равно начальному давлению; осадок нефтеносного пласта и оседания земной поверхности практически равны нулю.

1.3. Управление процессом оседания нефтеносного пласта. Управление процессом оседания нефтеносного пласта, вызванной весом земляного массива, расположенного над нефтеносным пластом $q(t, r)$ [7]

$$q(t, r) = \frac{q_0}{R} (R - \beta_q r) (A_q - B_q e^{-\alpha_q t}),$$

$$0 < \beta_q \leq 1, \beta_q r \leq R, 0 < A_q \leq 1, B_q \leq A_q, \alpha_q > 0, r_0 \leq r \leq R$$

можно осуществлять с помощью функции управления $\varkappa(t)$ по формуле

$$s(r, t) = \frac{3a_0(\alpha_1 + \alpha_2)}{(1 + \varepsilon_0)(1 + 2\xi_0)} (1 - \varkappa(t)) \times \\ \times \int_0^h e^{\alpha_5 z} \left\{ q_1 + \frac{q_0(A_q - B_q e^{-\alpha_q t})}{R} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} B_{li} V_0 \left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_r}} r \right) \cdot \operatorname{ch} \left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_z}} z \right) \right\} dz. \quad (13)$$

Отсюда при $t \rightarrow \infty$

$$s_{\infty}(r) = \frac{3a_0(\alpha_1 + \alpha_2)}{(1 + \varepsilon_0)(1 + 2\xi_0)} (1 - \varkappa_{\infty}) \int_0^h e^{\alpha_5 z} \left\{ q_1 + \frac{q_0 A_q}{R} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} B_{li} V_0 \left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_r}} r \right) \cdot \operatorname{ch} \left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_z}} z \right) \right\} dz, \quad (14)$$

и при $q_e = \frac{(q_0 A_q D_{5ij} + R D_{6ij}) C_{v0}}{R D_{4ij}}$ оседания нефтеносного пласта равен нулю, т.е. $s_{\infty}(r) = 0$, так

как в этом случае $\varkappa_{\infty} = 1$.

Нетрудно заметить, из (13) и (14) при $\varkappa(t) > 1$ происходит негативное явление – набухание нефтеносного пласта, что нежелательно в практике. А при $\varkappa(t) \rightarrow \infty$ (т.е. при $q_e \rightarrow \infty$) можно ожидать катастрофическое явление. Сила набухания нефтеносного пласта такова, что даже она может разрушить земную поверхность на территории нефтедобывающих комплексов.

2. Управление процессом оседания земной поверхности. В основу данного управления положены функция управления $\varkappa(t)$ и два уравнения:

$$\frac{1}{2(1 - \mu_0^2)r_0} \frac{d^2}{dr^2} \left[EJ(r) \frac{d^2 y}{dr^2} \right] = q(r) - p(r), \quad (15)$$

$$s(r) = C \int_{r_0}^{R_0} p(\eta) e^{-m|r-\eta|} d\eta \quad (16)$$

и закон распределения реактивного давления $p(r)$, удовлетворяющего двум основным условиям:

– прогибы полосы всюду по ее подошве должны совпадать с просадкой поверхности нефтеносного пласта полосой (рис. 5), т.е.

$$y(r) = s(r); \quad (17)$$

– реактивные давления и внешняя нагрузка на полосу должны удовлетворять условиям равновесия статики:

$$\sum Y = \int_{r_0}^{R_0} p(\eta) d\eta = Y_0; \quad (18)$$

$$M = \int_{r_0}^{R_0} \eta p(\eta) d\eta = M_0, \quad (19)$$

где $s(r)$ в (16) и (17) определены одной из формул (13), (14); Y_0 и M_0 – сумма вертикальных сил и сумма моментов всех внешних нагрузок относительно начального сечения полосы (рисунок 5).

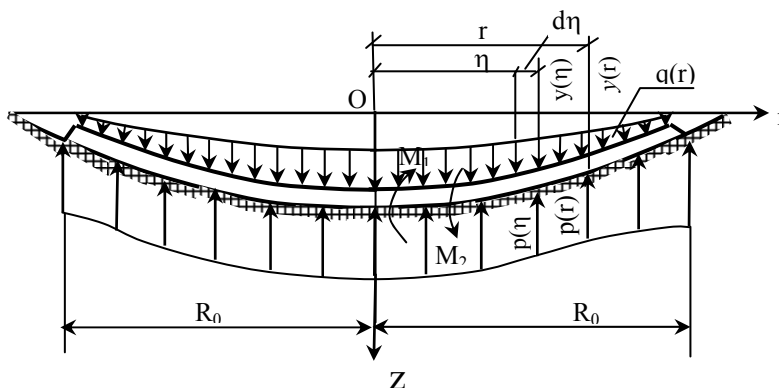


Рисунок 5 – Расчетная схема метода убывающей функции

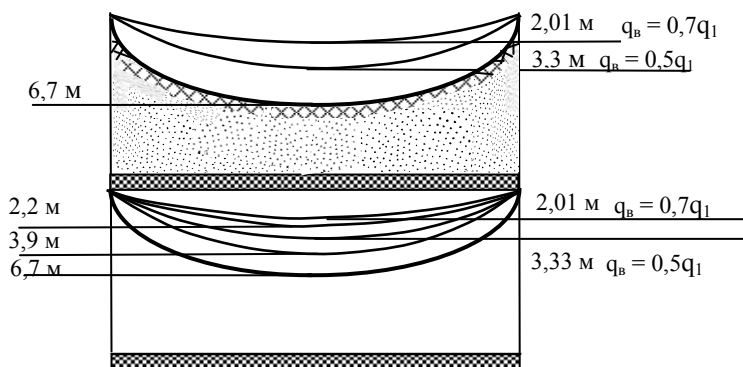
Далее, присоединяя к приведенным (15)-(19) систему алгебраических линейных уравнений [4]

$$a_0 f_{0k} + a_1 f_{1k} + \dots + a_{n-2} f_{n-2,0} = \bar{y}_{0k} + \Phi_k \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n-2)$$

и решая ее, определены необходимые параметры управления процессом оседания земной поверхности.

3. Результаты предварительных расчетов. Согласно функции управления $\alpha(t)$ и по полученным результатам составлена программа для прогноза оседания нефтеносного пласта и земной поверхности на территории нефтедобывающего комплекса. Проведены предварительные расчеты на ПЭВМ. При расчете использованы те же исходные данные, что и в работе [4].

Результаты расчетов показали, что снижение оседания нефтеносного пласта и земной поверхности по сравнению с приведенным в [4] на 50-70%, в зависимости от введенного в Ω потока жидкости q_e (рисунок 6).



1. $A_q = 0.227$; $\beta_q = 0.525$; 2. $A_q = 0.339$; $\beta_q = 0.307$; 3. $A_q = 0.417$; $\beta_q = 0.209$;

Рисунок 6 – Оседание нефтеносного пласта и земной поверхности в зависимости от A_q, β_q и q_b

Этот показатель можно улучшить, решив специальные задачи для принятия экономически эффективных и конструктивных решений, согласующих с задаваемой функцией стоимости.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1969.
- [2] M.R.Hestenes. Calculus of variations and optimal control theory. – Wiley, 1966.
- [3] Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами описываемыми уравнениями с частными производными. – М.: Мир, 1972.

- [4] Алтынбеков Ш. К прогнозу осадки нефтеносного пласта и оседаний земной поверхности при откачке нефти из залежей // Тр. Всерос. конф., посв. 80-летию академика Е. И. Шемякина «Геодинамика и напряженное состояние недр Земли». – Новосибирск, 2010.
- [5] Алтынбеков Ш., Дасибеков А.Д. О консолидации неоднородных грунтов // Проблемы механики. – Ташкент, 1995. – № 3-4.
- [6] Алтынбеков Ш., Джаманкараева М.А., Бекболатова С. Влияние краевых условий на характер осадки грунтовых оснований // Тез. докл. межд. конф. по дифференциальным уравнениям и динамическим системам. – М.: МИАН, 2010.
- [7] Алтынбеков Ш. Прогнозирование деформации территории нефтедобывающих комплексов // Вестник международного казахско-турецкого университета им. Х. А. Ясави. – Туркестан, 1998. – № 2.

REFERENCES

- [1] Pontryagin L.S., Boltyanskii V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F. *Mathematical theory of optimal processes*. M.: Science, 1969. (in Russ.).
- [2] Hestenes M.R. *Calculus of variations and optimal control theory*. – Wiley, 1966.
- [3] Lions J.-L. *Optimal control system is described by partial differential equations*. M.: Mir, 1972. (in Russ.).
- [4] Altynbekov Sh. *By forecast of rainfall and reservoir subsidence Earth's surface during pumping of the oil deposits*. Proceedings of National Conference dedicated to the 80th anniversary of Academician E. I. Shemyakin "Geodynamics and stressed state of the Earth's interior". Novosibirsk, 2010. (in Russ.).
- [5] Altynbekov Sh., Dasibekov A.D. *On consolidation inhomogeneous soils*. Mechanics problem. Tashkent, 1995. № 3-4. (in Russ.).
- [6] Altynbekov Sh. Dzhamankaraeva M.A., Bekbolatova S. *Influence of boundary conditions on the nature of the rainfall soil bases*. Abstracts of International Conference on Differential Equations and Dynamical systems. M.: MIAN, 2010. (in Russ.).
- [7] Altynbekov Sh. *Prediction of deformation of the oil-producing areas of the complexes*. International Kazakh-Turkish University named after H. A. Yasavi. Turkestan, 1998. №2. (in Russ.).

**МҰНАЙЛЫ ҚАБАТ ЖӘНЕ ЖЕР БЕТІНІҢ ШӨГУ ПРОЦЕССИН
БАСҚАРУ ЕСЕПТЕРІН ШЕШУ ӘДІСІ ТУРАЛЫ**

Ш. Алтынбеков

Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік педагогикалық институты, Шымкент, Қазақстан

Тірек сөздер: механика, математика, басқару.

Аннотация. Кеннен мұнайды жер бетіне тартып шығарғанда мұнайлы қабат үстіндегі жер массасының физикалық және химиялық қасиеттеріне байланысты мұнай шығаратын комплекстер орналасқан жер бетінің шөгуі шектен тыс қауіпті жағдайға алып келуі мүмкін. Осы процессті болдырмау мақсатында, процессті басқару функциясы ұсынылады, мұнайлы қабат пен жер бетінің шөгу процессін басқару есептері шешіледі. Шешімдерге талдау келтіріледі.

Поступила 23.02.2015г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 111 – 115

**SUBADDITIVITY WEAK MAJORIZATION INEQUALITIES
FOR τ -MEASURABLE OPERATORS**

D. Dostilek

Institute of mathematics and mathematical modeling NAS RK,
Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: dostilek.dauitbek@gmail.com

Key words: subadditivity inequality, τ -measurable operator, expansive operator, von Neumann algebra, submajorization.

Abstract. Let (M, τ) be a semi-finite von Neumann algebra and let $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ is increasing concave function such that $f(0) = 0$. We have the following results:

- If x, y are τ -measurable operators, then $f(|x + y|) \preceq f(|x|) + f(|y|)$.
- If x is self-adjoint τ -measurable operator and $z \in M$ is expansive operator, then $f(|z^* x z|) \preceq z^* f(|x|) z$.

1. **Introduction.** Let M_n be von Neumann algebra of $n \times n$ complex matrices, and let M_n^+ be positive part of M_n . Bourin in [3] proved the following a matrix subadditivity inequality for symmetric norms: Let $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ be concave.

- If A and B be normal matrices. Then, for all symmetric norms

$$\|f(A + B)\| \leq \|f(A) + f(B)\|.$$

- If A be normal and let Z be expansive. Then, for all symmetric norms

$$\|f(Z^* A Z)\| \leq \|Z^* f(A) Z\|.$$

The purpose of this paper is to extend the above results to n -tuples of τ -measurable operators.

This paper is organized as follows. Section 2 contains some preliminary definitions.

In section 3, we proved the weak majorization type of subadditivity inequalities for n tuples of τ -measurable operators.

2. **Preliminaries.** Throughout this paper, we denote by M a semi-finite von Neumann algebra on the Hilbert space H with a normalized normal faithful finite trace τ . The closed densely defined linear operator x in H with domain $D(x)$ is said to be affiliated with M if and only if $u^* x u = x$ for all unitary u which belong to the commutant M' of M . If x is affiliated with M , the x said to be τ -measurable if for every $\varepsilon > 0$ there exists a projection $e \in M$ such that $e(H) \subseteq D(x)$ and $\tau(e^\perp) < \varepsilon$ (where for any projection e we let $e^\perp = 1 - e$). The set of all τ -measure operators will be denoted by $L_0(M)$. The set $L_0(M)$ is a $*$ -algebra with sum and product being the respective closure of the algebraic sum and product. Let $P(M)$ be the lattice of projections of M . The sets

$$N(\varepsilon, \delta) = \{x \in L_0(M) : \exists e \in P(M) \text{ such that } \|xe\| < \varepsilon, \tau(e^\perp) < \delta\}$$

$(\varepsilon, \delta > 0)$ form a base at 0 for an metrizable Hausdorff topology in $L_0(M)$ called the measure topology. Equipped with the measure topology, $L_0(M)$ is a complete topological $*$ -algebra (see [6]). For $x \in L_0(M)$, the generalized singular value function $\mu(x)$ of x is defined by

$$\mu_s(x) = \inf \{\|xe\|; e \in P(M) \tau(e^\perp) \leq s\}, s \geq 0.$$

If $x, y \in L_0(M)$, then we say that x is submajorized by y and write $x \preceq y$ if and only if

$$\int_0^t \mu_s(x) ds \leq \int_0^t \mu_s(y) ds, \quad t \in [0, 1].$$

The following lemma is a well-known result (see [4], Theorem 5.2.).

Lemma 21.1. Let x, y be positive τ -measurable operators and $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ be a concave function. Then

$$f(x + y) \preceq f(x) + f(y). \tag{1}$$

In particular, Theorem 3.2.8., In [2], we obtain the following result.

Lemma 2.2. Let $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ be a concave function, and let $z \in M$ be an expansive operator. Then

$$f(z^* x z) \preceq z^* f(x) z, \quad \forall x \in L_0(M)^+. \tag{2}$$

3. Main result

Theorem 3.12 Let x, y be τ -measurable operators and let and $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ is increasing concave function such that $f(0) = 0$. Then

$$f(|x + y|) \preceq f(|x|) + f(|y|). \quad (3)$$

Proof. Lemma 4.3 in [5] there exist partial isometries u, v in M such that

$$|x + y| \preceq u|x|u^* + v|y|v^*$$

Applying Lemma 2.5. (iii) in [5].

$$\mu_s(|x + y|) \leq \mu_s(u|x|u^* + v|y|v^*)$$

Since continuous increasing of f , we have that

$$f(\mu_s(|x + y|)) \leq f(\mu_s(u|x|u^* + v|y|v^*)).$$

By Lemma 2.5. (iv) in [5], we get

$$\mu_s(f(|x + y|)) \leq \mu_s(f(u|x|u^* + v|y|v^*)).$$

Using inequality (1), we obtain that

$$f(|x + y|) \preceq f(u|x|u^* + v|y|v^*) \preceq f(u|x|u^*) + f(v|y|v^*).$$

By Lemma 2.5. (iii) in [5], we take

$$\mu_s(u|x|u^*) \leq \|u\| \|u^*\| \mu_s(|x|) \leq \mu_s(|x|).$$

Since continuous increasing of f

$$f(\mu_s(u|x|u^*)) \leq f(\mu_s(|x|)).$$

By Lemma 2.5. (iv) in [5], we have that

$$\mu_s(f(u|x|u^*)) \leq \mu_s(f(|x|))$$

so

$$f(u|x|u^*) \preceq f(|x|)$$

and we obtain the same inequality as a following:

$$f(v|y|v^*) \preceq f(|y|).$$

Hence

$$f(|x + y|) \preceq f(|x|) + f(|y|).$$

Corollary 3.1. 3 Let x, y be normal τ -measurable operators and let and $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ is increasing concave function such that $f(0) = 0$. Then

$$f(|x + y|) \preceq f(|x|) + f(|y|).$$

Theorem 3.2. 4 Let x be self-adjoint τ -measurable operators and let and $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ is increasing concave function such that $f(0) = 0$. Then

$$f(|z^*xz|) \preceq z^*f(|x|)z. \quad (4)$$

Proof. It is clear that

$$x \preceq |x|.$$

Then by using Proposition 4.5 (iii) [7]

$$z^*xz \leq z^*|x|z.$$

By Lemma 2.5. (ii),(iii) in [5], we take

$$\mu_s(|z^*xz|) = \mu_s(z^*xz) \leq \mu_s(z^*|x|z).$$

Since continuous increasing of f , we get

$$f(\mu_s(|z^*xz|)) \leq f(\mu_s(z^*|x|z)).$$

Applying Lemma 2.5. (iv) in [5], we have that

$$\mu_s(f(|z^*xz|)) \leq \mu_s(f(z^*|x|z)).$$

By continuously of integral and inequality (2), we obtain

$$f(|z^*xz|) \leq f(z^*|x|z) \leq z^*f(|x|)z.$$

Theorem 5 3.3. Let x be τ -measurable operators and let and $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ is increasing concave function such that $f(0) = 0$. Then

$$\begin{pmatrix} f(|z^*xz|) & 0 \\ 0 & f(|z^*x^*z|) \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} z^*f(|x|)z & 0 \\ 0 & z^*f(|x^*|)z \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Proof. Applying Theorem 3.2 to the Hermitian operators

$$\begin{pmatrix} 0 & x^* \\ x & 0 \end{pmatrix}$$

we obtain

$$f\left(\begin{pmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{pmatrix}^* \begin{pmatrix} 0 & x^* \\ x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{pmatrix}\right) \leq \begin{pmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{pmatrix}^* f\left(\begin{pmatrix} 0 & x^* \\ x & 0 \end{pmatrix}\right) \begin{pmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{pmatrix}$$

Hence

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} f(|z^*xz|) & 0 \\ 0 & f(|z^*x^*z|) \end{pmatrix} \\ &= f\left(\begin{pmatrix} |z^*xz| & 0 \\ 0 & |z^*x^*z| \end{pmatrix}\right) = f\left(\begin{pmatrix} 0 & z^*x^*z \\ z^*xz & 0 \end{pmatrix}\right) \\ &= f\left(\begin{pmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{pmatrix}^* \begin{pmatrix} 0 & x^* \\ x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{pmatrix}\right) \\ &\leq \begin{pmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{pmatrix}^* f\left(\begin{pmatrix} 0 & x^* \\ x & 0 \end{pmatrix}\right) \begin{pmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} z^* & 0 \\ 0 & z^* \end{pmatrix} f\left(\begin{pmatrix} |x| & 0 \\ 0 & |x^*| \end{pmatrix}\right) \begin{pmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} z^* & 0 \\ 0 & z^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f(|x|) & 0 \\ 0 & f(|x^*|) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} z^*f(|x|)z & 0 \\ 0 & z^*f(|x^*|)z \end{pmatrix} \end{aligned}$$

REFERENCES

- [1] Bhatia R. *Matrix analysis*, Springer-Verlag, New York, 1997.
- [2] Turdebek N.B., Dostilek D., Submajorization inequalities of τ -measurable operators for concave and convex functions
DOI: 10.1007/s11117-014-0300-x.
- [3] Bourin J.-C. *A matrix subadditivity inequality for symmetric norms*, Proc. AMS 138 (2010), 495–504.
- [4] Dodds P.G., Sukochev F.A. *Submajorisation inequalities for convex and concave functions of sums of measurable operators*, Birkhauser Verlag Basel 13 (2009), 107–124.
- [5] Fack T., Kosaki H. *Generalized S -numbers of τ -measure operators*, Pac. J. Math. 123 (1986), 269-300.
- [6] Nelson E. *Notes on non-Commutative integration*, J. Funct. Anal. 15 (1974) 103-116.
- [7] Ben de Pagter. *Non-commutative Banach function spaces, Positivity, Trends Math.*, Birkhäuser, Basel, (2007), 197–227.
- [8] Pisier G., Xu Q. *Noncommutative L^p -spaces*, Handbook of the geometry of Banach spaces, vol.2: 1459-1517, 2003.

**τ -ӨЛШЕМДІ ОПЕРАТОРЛАР ҮШІН
СУБАДДИТИВТІ ӘЛСІЗ МАЖОРЛАНҒАН ТЕҢСІЗДІКТЕР**

Д. Достілек

ҚР ҰҒА Математика және математикалық моделдеу институты,
Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: субаддитивті теңсіздіктері, τ -өлшемді оператор, кеңейтуші оператор, Фон Нейман алгебрасы, субмажорланған.

Аңдатпа. (M, τ) жартылай ақырлы фон Нейман алгебрасы және $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ $f(0)=0$ болатын өспелі ойыс функция болсын. Біз келесі нәтижелерді аламыз.

(1) Егер x, y тер τ -өлшемді операторлар болса, онда

$$f(|x + y|) \leq f(|x|) + f(|y|).$$

(2) Егер x өзіне-өзі түйіндес τ -өлшемді оператор және $z \in M$ кеңейтуші оператор болса, онда

$$f(|z^* x z|) \leq z^* f(|x|).$$

**СУБАДДИТИВНОСТЬ СЛАБО МАЖОРИЗАЦИОННЫХ НЕРАВЕНСТВ
ДЛЯ τ -ИЗМЕРИМЫХ ОПЕРАТОРОВ**

Д. Достілек

Институт математики и математического моделирования МОН РК,
Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: субаддитивное неравенство, τ -измеримый оператор, расширяющий оператор, алгебра Фон Неймана, субмажоризация.

Аннотация. Пусть (M, τ) полу конечная алгебра Фон Неймана и $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ возрастающая вогнутая функция с $f(0)=0$. Мы получили следующие результаты.

(1) Если x, y τ -измеримые операторы, то

$$f(|x + y|) \leq f(|x|) + f(|y|).$$

(2) Если x самосопряженный τ -измеримый оператор и $z \in M$ расширяющий оператор, то

$$f(|z^* x z|) \leq z^* f(|x|).$$

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 116 – 120

SOME PROPERTIES
OF THE NONCOMMUTATIVE $H_p^{(r,s)}(A;l_\infty)$ AND $H_q(A;l_1)$ SPACES

K. Tulenov

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan,
Institute of Mathematics and Mathematical modeling, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: kanat.tulenov@gmail.com

Key words: von Neumann algebra, conditional expectation, subdiagonal algebras, τ -measurable operators, vector valued noncommutative Hardy spaces.

Abstract. In this paper we introduced noncommutative vector-valued $H_p(A;l_1)$ and $H_p(A, \ell_\infty)$ spaces. Then we proved two criteria for positive sequences and proved the analogue of Saito's theorem on $H_p(A;l_1)$ and $H_p(A, \ell_\infty)$ spaces.

Introduction. Let M be a finite von Neumann algebra equipped with a faithful normal normalized tracial state τ . Let N be a von Neumann subalgebra of M , and let $\Phi: M \rightarrow N$ be the unique normal faithful conditional expectation such that $\tau \circ \Phi = \tau$. A finite subdiagonal algebra of M with respect to Φ is a w^* -closed subalgebra A of M satisfying the following conditions:

- (i) $A + A^*$ is weak* dense in M ;
- (ii) Φ is multiplicative on A , i.e. $\Phi(ab) = \Phi(a)\Phi(b)$, for all $a, b \in M$;
- (iii) $A \cap A^* = N$, where A^* is the family of all adjoint elements of the element of A , i.e., $A^* = \{a^* : a \in A\}$.

The algebra N is called the diagonal of A . It's proved by Exel in [16] that a finite subdiagonal algebra A is automatically maximal in the sense that, if B is another subdiagonal algebra with respect to Φ containing A , then $B = A$. This maximality yields the following useful characterization of A :

$$A = \{x \in M : \tau(xc) = 0, \forall c \in A_0\} \quad (1.1)$$

where $A_0 = A \cap \ker \Phi$ (see [1]).

Given $0 < p \leq \infty$ we denote by $L_p(M)$ the usual noncommutative L_p -spaces associated with $(M; \tau)$. Recall that $L_\infty(M) = M$ equipped with the operator norm (see [15]). The norm of $L_p(M)$ will be denoted by $\|\bullet\|_p^p = \tau(|\bullet|^p)$. For $0 < p \leq \infty$ we define $H_p(A)$ to be closure of A in $L_p(M)$ and for $p = \infty$ we simply set $H_\infty(A) = A$ for convenience. These are so called Hardy spaces associated with A . They are noncommutative extensions of the classical Hardy space on the torus T . We refer to [1] and [15] for more examples. The theory of vector-valued noncommutative L_p -spaces are introduced by Pisier in [14]. Pisier considered the case M is hyperfinite and later by Junge in [12] (see also [13]) for the general case. We refer the reader notably to the recent work by Defant/Junge [7]. Junge and Xu introduced the spaces $L_p^{(r,s)}(M;l_\infty)$ and $L_p(M;l_1)$ spaces (see also [9]). They proved that both spaces $L_p^{(r,s)}(M;l_\infty)$ and

$L_p(M; l_1)$ spaces are Banach spaces for $1 \leq p < \infty$. More precisely, let $1 \leq p < \infty$ such that $1/p + 1/q = 1$. Then the duality theorem holds, i.e. $L_p(M; l_1)^* = L_q(M; l_\infty)$ (1.2). We now define the analogue of $L_p(M; l_\infty)$ and $L_p(M; l_1)$ spaces by a similar way (see [4]).

Definition 1.1 Let $0 < p \leq \infty$.

(i) We define $H_p(A, \ell_\infty)$ to be the space of all $x = \{x_n\}_{n \geq 1}$ in $H_p(A)$ for which there exist $a, b \in H_{2p}(A)$ and a bounded sequence $\{y_n\}_{n \geq 1} \subset H_\infty(A)$ such that $x_n = ay_n b$, for all $n \geq 1$. Given $x \in H_p(A, \ell_\infty)$, define

$$\|x\|_{H_p(A; \ell_\infty)} = \inf \left\{ \|a\|_{2p} \sup_{n \geq 1} \|y_n\|_\infty \|b\|_{2p} \right\},$$

where the infimum runs over all factorizations of $x = \{x_n\}_{n \geq 1}$ as above.

(ii) We define $H_p(A, \ell_1)$ as the space of all sequence in $x = \{x_n\}_{n \geq 1} \subset H_p(A)$ which can be decomposed as $x_n = \sum_{k \geq 1} u_{kn} v_{nk}$, for all $n \geq 1$, for two families $\{u_{kn}\}_{k, n \geq 1}$ and $\{v_{kn}\}_{k, n \geq 1}$ in $H_{2p}(A)$ such that $\sum_{k, n \geq 1} u_{kn} u_{kn}^* \in L_p(M)$, $\sum_{k, n \geq 1} v_{nk}^* v_{nk} \in L_p(M)$.

In this space we define norm the following form:

$$\|x\|_{H_p(A; l_1)} = \inf \left\{ \left\| \sum_{k, n \geq 1} u_{kn} u_{kn}^* \right\|_p^{1/2} \cdot \left\| \sum_{k, n \geq 1} v_{nk}^* v_{nk} \right\|_p^{1/2} \right\},$$

where the infimum runs over all decompositions of $x = \{x_n\}_{n \geq 1}$ as above.

In [4] it is proved that both $H_p(A; l_1)$ and $H_p(A, \ell_\infty)$ spaces are quasi-Banach spaces. Then proved some basic properties such as duality theorem and contractibility of conditional expectations on these spaces.

Formula (1.1) admits the following $H_p(A)$ analogue proved by Saito in [18]:

$$H_p(A) = \left\{ x \in L_p(M) : \tau(xc) = 0, \forall c \in A_0 \right\}, 1 \leq p < \infty \quad (1.3)$$

Then in [3] Bekjan and Xu proved that formula (1.3) holds for every $0 < p \leq \infty$. This noncommutative Hardy spaces have received a lot of attention since Arveson's pioneer work. We refer the reader a series of newly finished papers by Blecher/Labuschagne [2],[5],[6], whereas more references on previous works can be found in the survey paper [15]. Most results on the classical Hardy spaces on the torus have been established in this noncommutative setting. Here we mention some of them directly related with the objective of this paper. The main purpose of the present paper is to extend formula (1.1) to the spaces $H_p(A; l_1)$ and $H_p(A, \ell_\infty)$.

2. Main results. To gain a very first understanding on $H_p(A; l_1)$ and $H_p(A, \ell_\infty)$ space above we define, following Lemmas are very useful.

Lemma 2.1. Let $1 \leq p \leq \infty$. Then for any $x = \{x_n\}_{n \geq 1} \in H_p(A; l_1)$ we have

$$\left\| \sum_{n=1}^{\infty} x_n \right\|_{H_p(A)} \leq \|x\|_{H_p(A; l_1)}$$

In addition a positive sequence $x = \{x_n\}_{n \geq 1}$ (i.e. $x_n \geq 0, \forall n \geq 1$) belongs to $H_p(A; l_1)$ if and only if

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n \in H_p(A)$$

Proof. Let $x_n = \sum_{k \geq 1} u_{kn} v_{nk}$ is a decomposition of x , then by the Hölder inequality in Proposition 3.6 in [18],

$$\left\| \sum_{n=1}^{\infty} x_n \right\|_{H_p(A)} \leq \left\| \sum_{k,n=1}^{\infty} u_{kn} \right\|_p \cdot \left\| \sum_{n,k=1}^{\infty} v_{nk} \right\|_p;$$

whence

$$\left\| \sum_{n=1}^{\infty} x_n \right\|_{H_p(A)} \leq \|x\|_{H_p(A;l_1)}.$$

In fact, this inequality holds for any $x \in H_p(A;l_1)$. To prove converse for a positive x we need only to take $\{u_{kn}\}_{k,n \geq 1}$ and $\{v_{nk}\}_{k,n \geq 1}$ defined by $u_{kn} = v_{nk} = x_n^{1/2}$ if $n = k$, $u_{kn} = v_{nk} = 0$ otherwise.

Lemma 2.2. A positive sequence $x = \{x_n\}_{n \geq 1}$ belongs to $H_p(A, \ell_\infty)$ if and only if there exists positive $a \in H_p(A)$ such that

$$x_n \leq a, \quad \forall n \geq 1.$$

Proof. Let $\{x_n\}_{n \geq 1} \subset H_p(A)$. Assume that there exists positive $a \in H_p(A)$ such that $x_n \leq a$, $\forall n \geq 1$. Then by Remark 2.3 in [7] there exists a contraction operator $u_n \in M$ such that $x_n^{1/2} = u_n a^{1/2}$, so $x_n = a^{1/2} u_n^* u_n a^{1/2}$. Thus $x \in L_p(M; l_\infty)$ and $\|x\|_{L_p(M; l_\infty)} \leq \|a\|_p$ (see [9]). Then by using Proposition 2.1 in [4], we obtain $x \in H_p(A; l_\infty)$. On the other hand if $x \in H_p(A; l_\infty)$ is positive, then for all $n \geq 1$ we can find a positive $a \in H_p(A)$ and positive contractions $y_n \in A$ such that $x_n = a^{1/2} y_n a^{1/2}$. From this it is easy to show that $x_n \leq a$, which is the conclusion.

The following Theorems are the analogue of Saito's theorem (see [18]) on noncommutative $H_p(A; l_1)$ and $H_p(A, \ell_\infty)$ spaces.

Theorem 2.1. Let $1 \leq p < \infty$. Then we have the following, where $H_p^0(A; l_\infty) = \{x \in L_p(M; l_\infty) : \Phi(x_n) = 0, \forall c \in A \text{ and } \forall n \geq 1\}$:

$$H_p(A; l_\infty) = \{x \in L_p(M; l_\infty) : \Phi(x_n) = 0, \forall c \in A_0 \text{ and } \forall n \geq 1\} \quad (2.1)$$

Moreover,

$$H_p^0(A; l_\infty) = \{x \in L_p(M; l_\infty) : \Phi(x_n) = 0, \forall c \in A \text{ and } \forall n \geq 1\} \quad (2.2)$$

Proof. The inclusion $H_p(A; l_\infty) \subset \{x \in L_p(M; l_\infty) : \Phi(x_n) = 0, \forall c \in A_0 \text{ and } \forall n \geq 1\}$ is clearly. Let $y \in \{x \in L_p(M; l_\infty) : \Phi(x_n) = 0, \forall c \in A_0 \text{ and } \forall n \geq 1\}$. Then by Lemma 2.1 (i) in [4] there exist $a, b \in H_{2p}(A)$ and a bounded sequence $\{z_n\}_{n \geq 1} \subset M$ such that $x_n = a y_n b$, for all $n \geq 1$, where $a^{-1}, b^{-1} \in A$ and $\sup_n \|z_n\|_\infty \leq 1$. On the other hand we have $\tau(xc) = 0, \forall c \in A_0$. Since $a^{-1} s b^{-1} \in A_0, \forall s \in A_0$, substituting c by $a^{-1} s b^{-1}$ we obtain $z_n \in A$ (see [18]), so $\{y_n\}_{n \geq 1} \in H_p(A; l_\infty)$. Now we prove the (2.2). It is obvious that $H_p^0(A; l_\infty) \subset \{x \in L_p(M; l_\infty) : \Phi(x_n) = 0, \forall c \in A \text{ and } \forall n \geq 1\}$.

Let $x \in L_p(M; l_\infty)$, then as above by using Lemma 2.1 (i) in [4] and since $\tau(x_n d) = 0, \forall d \in A_0$ we get that $x \in H_p(A; l_\infty)$. On the other hand we have. Then since $x_n \in L_p(M), \forall n \geq 1$, we deduce $x_n \in H_p^0(A), \forall n \geq 1$ (see [18]), which is the conclusion.

Similar to Theorem 2.1 and by using Lemma 2.1 (ii) in [4] we have the following result.

Theorem 2.2. Let $1 \leq p < \infty$. Then we have the following, where

$$H_p^0(A; l_1) = \{x \in L_p(M; l_1) : \Phi(x_n) = 0, \forall c \in A \text{ and } \forall n \geq 1\}:$$

$$H_p(A; l_1) = \{x \in L_p(M; l_1) : \Phi(x_n) = 0, \forall c \in A_0 \text{ and } \forall n \geq 1\} \quad (2.1)$$

Moreover,

$$H_p^0(A; l_1) = \{x \in L_p(M; l_1) : \Phi(x_n) = 0, \forall c \in A \text{ and } \forall n \geq 1\} \quad (2.2)$$

REFERENCES

- [1] Arveson W.B. *Analitycity in operator algebras*, Amer. J. Math. 89 (1967), 578-642.
- [2] Blecher D.P., Labuschagne L.E. *Applications of the Fuglede-Kadison determinant: Szegő's theorem and outers for noncommutative H_p* , Trans. Amer. Math. Soc. 360 (2008) 6131-6147.
- [3] Bekjan T.N., Quanhua Xu. *Riesz and Szegő type factorizations for noncommutative Hardy spaces*, J. Operator Theory 62:1 (2009), 215-231.
- [4] Bekjan T.N., Tulenov K.S., Dautbek D. *Noncommutative symmetric Hardy spaces*, (to appear).
- [5] Blecher D.P., Labuschagne L.E. *Characterizations of noncommutative H_1* , Integral Equations Operator Theory 56 (2006) 301-321.
- [6] Blecher D.P., Labuschagne L.E. *A Beurling theorem for noncommutative L_p* , J. Operator Theory 59 (2008) 29-51.
- [7] Defant A., Junge M. *Maximal theorems of Menchof-Rademacher type in non-commutative L_q -space*, J.Funct. Anal. 206 (2004), 322-355.
- [8] Junge M. *Doobs inequality for non-commutative martingales*, J. Reine Angew. Math. 549 (2002), 149-190.
- [9] Junge M., Xu Q. *Noncommutative maximal ergodic theorems*, J. Amer. Math. Soc. 20 (2007), 385-439.
- [10] Labuschagne L.E. *Analogues of composition operators on non-commutative H_p spaces*, J. Operator Theory 49 (2003) 115-141.
- [11] Labuschagne L.E. *A noncommutative Szegő theorem for subdiagonal subalgebras of von Neumann algebras*, Proc. Amer. Math. Soc. 133 (2005) 3643-3646.
- [12] Marsalli M., West G. *Noncommutative H_p spaces*, J. Operator Theory 40 (1998) 339-355
- [13] Nelson E. *Notes on non-Commutative integration*, J. Funct. Anal. 15 (1974) 103-116.
- [14] Pisier G. *Non-commutative vector valued L_p -spaces and completely p -summing maps*, Asterisque 247 (247), 1998.
- [15] Pisier G., Xu Q. *Noncommutative L_p -spaces, Handbook of the geometry of Banach spaces*, vol.2: 1459-1517, 2003.
- [16] Exel R. *Maximal subdiagonal algebras*, Amer. J.Math. 110(1988), 775-782.
- [17] Xu Q. *Noncommutative L_p -Spaces and Martingale Inequalities*, book manuscript, 2007.
- [18] Xu Q. *Banach spaces and Operator spaces*. Nankai university summer school lecture notes, 2007.
- [19] Saito K.S. *A note on invariant subspaces for finite maximal subdiagonal algebras*, Proc. Amer. Math. Soc. 77 (1979), 348-352.

КОММУТАТИВТІ ЕМЕС $H_p(A; l_1)$ ЖӘНЕ $H_p(A, l_\infty)$ КЕҢІСТІКТЕРІНІҢ КЕЙБІР ҚАСИЕТТЕРІ

Қ. Төленов

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: фон Нейман алгебрасы, математикалық күтім, субдиагоналды алгебра, τ -өлшемді операторлар, коммутативті емес вектор мәнді Харди кеңістіктері.

Аннотация. Мақалада коммутативті емес $H_p(A; l_1)$ және $H_p(A, l_\infty)$ кеңістіктері қарастырылған $H_p(A; l_1)$ және $H_p(A, l_\infty)$ кеңістіктерінде оң операторлар тізбегі үшін екі критерий және Сайтоның теоремасына ұқсас теорема дәлелденген.

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА НЕКОММУТАТИВНЫХ ПРОСТРАНСТВ $H_p(A; l_1)$ И $H_p(A, l_\infty)$

К. Туленов

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: алгебра фон Неймана, условное ожидание, субдиагональная алгебра, τ -измеримые операторы, некоммутативные векторнозначные пространства Харди.

Аннотация. В этой работе рассмотрены некоммутативные пространства $H_p(A; l_1)$ и $H_p(A, l_\infty)$. Доказаны два критерия для положительности последовательности оператора и аналог теоремы Сайто на пространстве $H_p(A; l_1)$ и $H_p(A, l_\infty)$

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 120 – 125

DESCRIPTION OF ULTRACOLD ATOMS
IN A HARMONIC TRAP

S. A. Zhaugasheva¹, I. S. Ishmukhamedov², D. S. Valiolda¹, N. K. Zhussupova¹

¹Al-Farabi Kazakh national university, Almaty, Kazakhstan,

²Joint institute for nuclear research, Dubna, Russia.

E-mail: sazh_74@mail.ru, www.nazym.kaznu@mail.ru

Key words: energy spectrum, quantum oscillator, anharmonic oscillator, optical traps, ultracold atoms.

Abstract. We compute the ground state energy of two atoms in a one-dimensional geometry of a harmonic optical trap. We obtain a dependence of the energy on a one-dimensional scattering length, which corresponds to various strengths of the interaction potential $V_{\text{int}}(x) = V_0 \exp\{-2cx^2\}$ of a Gaussian type. The calculation is performed by numerical and analytical methods. For the analytical method we choose the oscillator representation method (OR), which has been successfully applied to computations of bound states of various few-body systems.

The main results of this paper are:

- 1) numerical investigation of the validity range of the previously used pseudopotential method;
- 2) investigation of the validity range of the OR for potential

$$V(x) = V_{\text{conf}}(x) + V_{\text{int}}(x) = \frac{x^2}{2} + V_0 \exp\{-2cx^2\}.$$

УДК 539.1.074.3

УЛЬТРАСУЫҚ АТОМДАРДЫҢ
ГАРМОНИКАЛЫҚ ТҰЗАҚТА БЕЙНЕЛЕНУІ

С. А. Жауғашева¹, И. С. Ишмұхамедов², Д. С. Валиолда¹, Н. Жүсіпова¹

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан,

²Ядролық зерттеулердің біріккен институты, Дубна, Ресей

Тірек сөздер: энергиялық спектр, кванттық осциллятор, ангармоникалық осциллятор, оптикалық тұзақ, ультрасуық атомдар.

Аннотация. Жұмыста гармоникалық оптикалық тұзақтың бір өлшемді геометриясындағы екі атомның негізгі күйлерінің энергиялары есептелді. Энергияның атомаралық әсерлесу потенциалының әртүрлі $V_{\text{int}}(x) = V_0 \exp\{-2cx^2\}$ интенсивтіліктеріне жауап беретін біртекті шашырау ұзындығынан тәуелділігі алынды. Есептеулер сандық және аналитикалық әдістермен жүргізілді. Аналитикалық әдіс ретінде осцилляторда өрнектеу (ОӨ) әдісі таңдалып алынды, ол әртүрлі азбөлшекті жүйелердің байланысқан күйлерін есептеу үшін қолданылады.

Бұл жұмыстың негізгі нәтижелері:

1) бұл есептеулер үшін бұрын қолданылған нөлдік радиус потенциалын жуықтаудың қолданылу аймағын сандық зерттеу;

2) $V(x) = V_{\text{conf}}(x) + V_{\text{int}}(x) = \frac{x^2}{2} + V_0 \exp\{-2cx^2\}$ потенциалы үшін ОӨ әдісінің қолданылу шекарасын зерттеу болып табылады.

Ультрасуық атомдар бойынша зерттеулер жүргізу асқын өткізгіштік, асқын аққыштық [1], кванттық компьютер элементтері үшін қолданылатын молекулалар пайда болатын химиялық реакциялар [1, 2], сондай-ақ Үлкен Жарылыс кезінде алғаш пайда болған кварк-глюонды плазма [1, 3] сияқты физикалық құбылыстарды басқару және модельдеу мүмкіндігін тудырады.

Бұл тәжірибелерде атомдар атомдардың сыртқы оптикалық потенциалмен әсерлесуінің нәтижесінде пайда болған шектеулі геометрияда болады [4, 5]. Мысал ретінде квазібірөлшемді және квазиөкіөлшемді оптикалық тұзақ геометриялары алынады [6]. Бірінші жағдайда (тұзақтың сигара типтес түріне сәйкес келетін) атомдар өстердің біреуінің бағытымен бойлай еркін қозғалады, ал олардың көлденең қозғалысы шектелген және квантталған. Екінші жағдайда ("құймақ" түріндегі тұзақ жағдайында) айнымалылардың біреуі бойынша қозғалысы квантталған болып табылады.

Оптикалық тұзақ тіке қойылатын оптикалық толқын болып табылады, оны нөлдік жуықтауда гармоникалық потенциалмен бейнелеуге болады. Ультрасуық атомдармен жүргізілген әртүрлі тәжірибелерде тұзақ потенциалы үшін гармоникалық жуықтауға негізделген теорияға қарсы келетін резонанстар анықталды [7]. Келесі жұмыс [7] авторларының айтуы бойынша мұндай теорияның тәжірибеден ауытқуы ангармоникалық түзетулермен шартталған. Алайда, бұл жұмыста орындалған, бірінші ретгі ауытқу теориясындағы ангармоникалық түзетулерді есептеуді қанағаттанарлық деп есептеуге болмайды [8].

Бұл жұмыс ауытқу теориясы аясынан тыс ангармонизмді бейнелеу жолындағы бірінші қадам болып табылады, мұнда біз біртекті жағдайдағы атомдардың негізгі күйлерінің энергияларын есептейміз, яғни атомаралық әсерлесу потенциалы мен тұзақ потенциалы біртекті болған жағдайда, соңғысы параболалық функциямен жуықталады. Дельта-функция түріндегі атомаралық әсерлесу жағдайы үшін мұндай есептеулер (нөлдік радиус псевдопотенциалы) [9] жұмыста келтірілген. Біздің жағдай Гаусстың реалистік потенциалын қолданумен ерекшеленеді. Осы жұмыстан айтарлықтай ауытқу байқалды (1, 2-сурет). Сондай-ақ атомаралық әсерлесудің шынайы үшөлшемді потенциалы үшін және тұзақтың екіөлшемді осцилляторлық потенциалы үшін спектрлер есептелді [10], мұнда псевдопотенциалды әдісте алынған нәтижеден ауытқу байқалды.

Қойылған есепті шешу үшін сандық әдісті де және аналитикалық әдісті де қолданамыз. Сандық есептеуде кері шашырау ұзындығының әсерлесу потенциалы параметрлерінен тәуелділігі есептелді. Энергияны есептеу екінші ретгі ақырғы-айырмалы жуықтауды және кері итерация әдісін қолдану арқылы жүргізіледі. Энергияны есептеудің аналитикалық әдісі - осцилляторда өрнектеу (ОӨ) әдісі арқылы жүзеге асырылады. ОӨ әдісі өрістің скалярлық кванттық теориясы әдістері және идеяларына негізделген және оның эффективтілігі әртүрлі азбөлшекті жүйелердің байланысқан күйлерін есептеу кезінде көрінеді [8].

Негізгі күй энергиясы. Жұмыстың мақсаты біртекті гармоникалық тұзақты екі бозонды атомдардың сәйкес Ψ толқындық функциялары (ТФ) және E негізгі деңгей энергияларының атомаралық әсерлесу интенсивтілігінен тәуелділіктерін зерттеу болып табылады. Бұл есеп

$V_{\text{conf}}(x) = \frac{x^2}{2}$ гармоникалық потенциалдағы атомдардың салыстырмалы қозғалысының ТФ үшін

нөлдік шекаралық шарттары $\Psi(|x| \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ болатын Шредингердің біртекті теңдеуін (ШТ) шешуге келтіріледі:

$$\left\{ -\frac{1}{2} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{x^2}{2} V_0 \exp\{-2cx^2\} \right\} \Psi(x) = E\Psi(x) \quad (1)$$

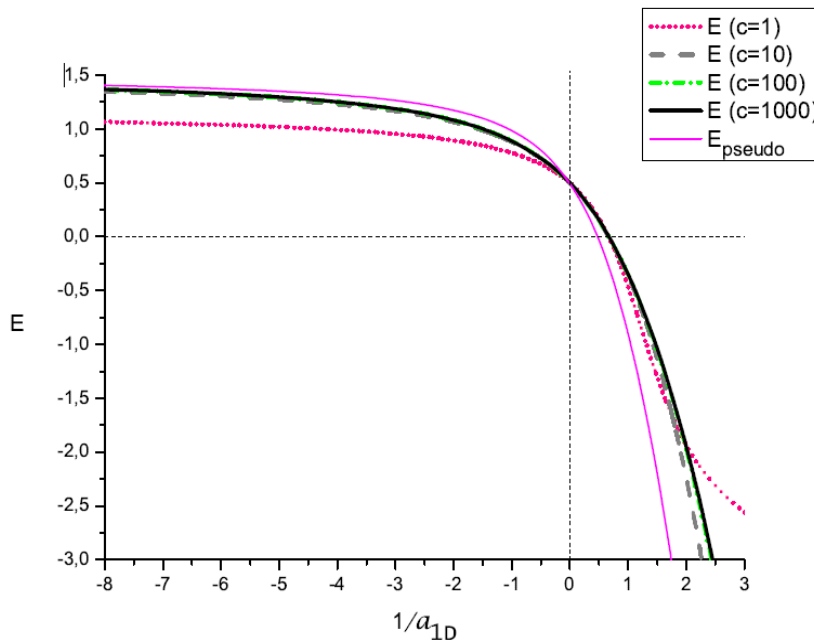
Осцилляторлық бірліктер жүйесін қолданамыз, онда энергиялар $\hbar\omega$ бірлігінде, ал ұзындықтар $\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ бірлігінде өлшенеді. Атомаралық әсерлесу $V_{\text{int}}(x) = V_0 \exp\{-2cx^2\}$ екіпараметрлік гаусстық потенциалмен модельденеді, мұндағы V_0 параметрі тереңдікті, ал c - потенциал енін анықтайды. Біз E және $\Psi(x)$ шамаларының V_{conf} тұзақтың ұстап тұру потенциалы болмаған кездегі $V_0 \exp\{-2cx^2\}$ біртекті гаусстық потенциалдағы $a_{1D}^{-1}(V_0)$ кері шашырау ұзындығынан тәуелділігін зерттедік. Алғашында $a_{1D}^{-1}(V_0)$ тәуелділігі $V_{\text{conf}} = 0$ жағдайында (1) ШТ сандық шешу кезінде $E > 0$ үздіксіз спектр үшін мынадай толқындық функцияға арналған шекаралық шарттармен есептелді:

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \Psi(x) \approx \cos(k|x| + \delta(k)) \quad (2)$$

мұндағы $k = \sqrt{2E}$, ал $\delta(k)$ - шашырау фазасы. Сонымен қатар біртекті шашырау ұзындығы былай анықталады:

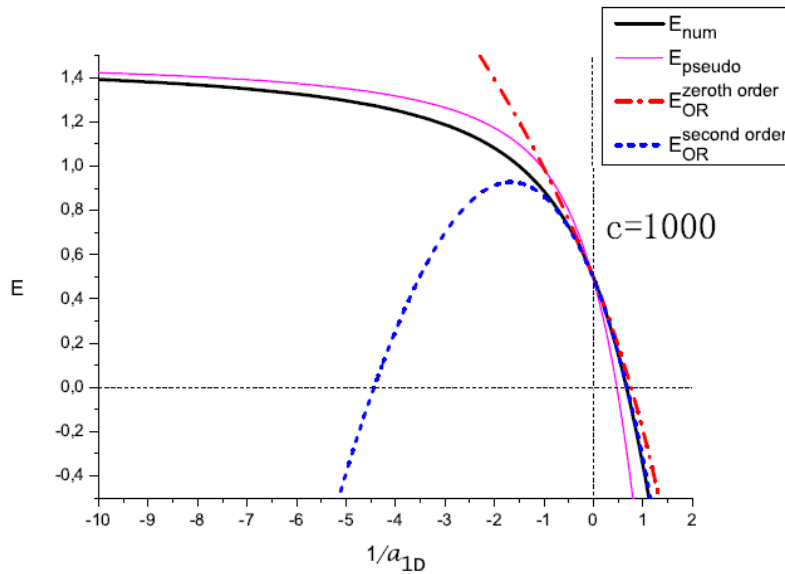
$$a_{1D} = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\text{ctg}(\delta(k))}{k} \quad (3)$$

Есептің сандық шешімі үшін (1) меншікті мәндеріне кері итерация әдісі қолданылды. ШТ (1) кіретін туындыларды жуықтау үшін дәлдіктің екінші ретті ақырғы-айырмалы жуықтаулары қолданылды, олар \hbar^2 ретті қателікті қамтамасыз етеді, мұндағы \hbar - айырмалы тордың қадамы. Есептеу нәтижелері 1, 2-суретте көрсетілген.

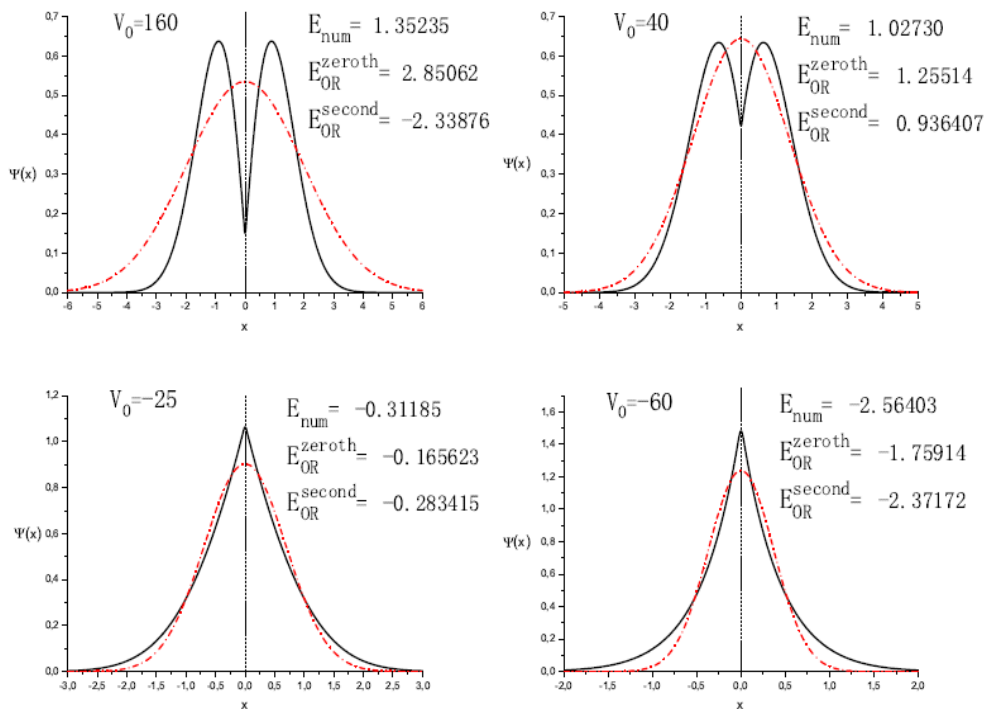


1-сурет – Өртүрлі c кезіндегі негізгі күй энергиялары;
 E_{pseudo} – [8]-де есептелген дельта-функция түріндегі жанасқан әсерлесу жағдайындағы энергия

Графиктен (1-сурет) көрініп тұрғандай, екі атомның әсерлесу потенциалының ($c, V_0 \rightarrow \infty$) бір уақытта тарылуы мен тереңдеуі кезінде, яғни графикте көрсетілген $1/a_{1D}$ диапозонда қысқа әрекетті әсерлесуге ауысу кезінде, біз ұқсас нәтиже аламыз. Осы нәтижені [8] жұмыстағы нәтижемен салыстырған кезде $1/a_{1D}$ оң мәндерінің аймағында өсетін қисықтардың сәйкес келмейтінін анықтаймыз. $c \rightarrow \infty$ шегінде Гаусс потенциалы сапалы түрде [8] жұмыста қолданылған нөлдік радиустағы потенциалға (псевдопотенциалға) ұмтылады. Алайда, жалпы түсініктен, атомдардың құрылымы болатыны белгілі, сондықтан потенциалдың ақырғы әсер радиусы болуы керек.



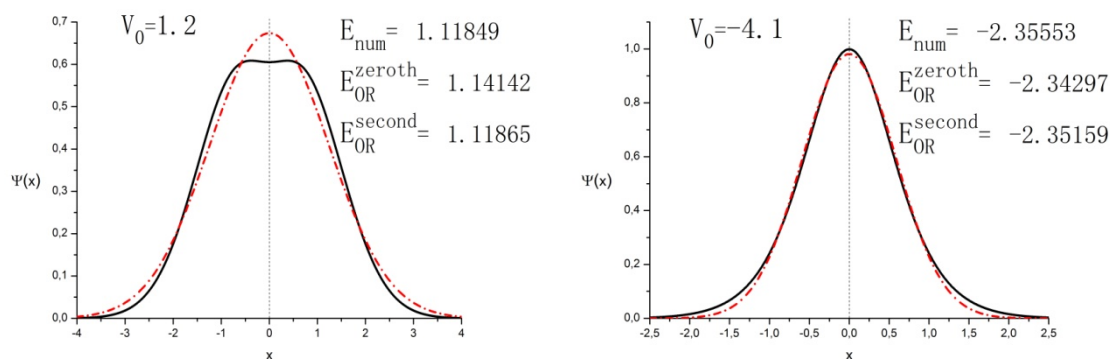
2-сурет – Әртүрлі әдістер есептеулерін салыстыру; E_{num} – энергияның сандық есептелуі, E_{pseudo} – [8]-де есептелген дельта-функция түрінде жанасқан әсерлесу жағдайындағы энергия, $E_{OR}^{zeroth\ order}$ – ОӨ нөлдік жуықтаудағы энергия, $E_{OR}^{second\ order}$ – ОӨ екінші жуықтаудағы энергия



3-сурет – Сандық есептеудегі ТФ мен ОӨ әдісіндегі ТФ $c = 1000$ үшін әртүрлі V_0 кезінде салыстыру. Тұтас сызық–сандық есептеудегі ТФ. Штрихталған сызықтар–нөлдік ретті ОӨ әдісіндегі ТФ. E_{num} – энергияның сандық есептелуі, E_{OR}^{zeroth} – ОӨ нөлдік жуықтаудағы энергия, E_{OR}^{second} – ОӨ екінші ретті жуықтаудағы энергия

ОӨ әдісінің ауытқу себебі осцилляторлық толқындық функцияның гаусстық көрінісінің шынайы ТФ көрінісінен ауытқуына байланысты, оны 3-суреттен көруге болады.

Осцилляторда өрнектеу әдісі (ОӨ). ОӨ әдісі көмегімен Шредингер теңдеуін (1) шешуге кірісейік. Бұл әдіс өрістің скалярлы кванттық теориясының идеялары мен әдістеріне негізделген. Әдістің толық сипаттамасы [9] жұмысында бейнеленген. Әдістің артықшылығы, оның аумағында потенциалдардың кең түрі үшін ауытқу теориясы қатары өте тез ұқсастырылатынында. Нөлдік жуықтауда байланысқан күйдің гамильтонианның негізгі күйі кейбір эффективті жиілігі Ω болатын осцилляторлық толқындық функциямен бейнеленеді деп болжанады. Ω жиілігі байланысқан күй болдыратын потенциалдан негізгі кванттық үлесті ескере алатындай етіп таңдалады. Ол үшін бастапқы гамильтонианда әзірге белгісіз Ω жиілігі бар осцилляторлық бөлігі бөлініп шығарылады, ал каноникалық айнымалыларды, координата мен импульсті a^+ туу және a жою операторлары арқылы өрнектейді, ал одан кейін оларды дұрыс формада реттейді. Ары қарай мұндай түрленген гамильтонианда каноникалық айнымалылар бойынша сызықты және квадраттық қосылғыштардың болмауы талап етіледі. Бұл шарт Ω –осциллятор жиілігін анықтайды және осцилляторлық көрініс шарты деп аталады. Осылайша, алынған ауытқу теориясының қатары эффективті қосылады.



4-сурет – Сандық есептеудегі ТФ мен ОӨ әдісіндегі ТФ $c = 1$ үшін әртүрлі V_0 кезінде салыстыру. Тұтас сызық – сандық есептеудегі ТФ. Штрихталған сызықтар – нөлдік ретті ОӨ әдісіндегі ТФ. E_{num} – энергияның сандық есептелуі, $E_{\text{OR}}^{\text{zeroth}}$ – ОӨ нөлдік жуықтаудағы энергия, $E_{\text{OR}}^{\text{second}}$ – ОӨ екінші ретті жуықтаудағы энергия

ӘДЕБИЕТ

- [1] Chin C., Grimm R., Julienne P.S., Tiesinga E. *Feshbach Resonances in Ultracold Gases*, Rev. Mod. Phys., **2010**, 82, 1225.
- [2] Ni K.-K., Ospelkaus S., Wang D., Quemener G., Neyenhuis B., de Miranda M.H.G., Bohn J.L., Ye J., Jin D.S. *Dipolar Collisions of Polar Molecules in the Quantum Regime*, Nature, **2010**, 464, 1324-1328.
- [3] Турлапов А.В., *Экспериментальное исследование ультрахолодного газа ферми-атомов*: Автореф. дис. ... докт. физ.-мат. наук. – Нижний Новгород, **2012**.
- [4] Пятаевский Л.П., *Конденсаты Бозе-Эйнштейна в поле лазерного излучения*, УФН, т. 176, **2006**, 345-364, №4.
- [5] Zurn G., Serwane F., Lompe T., Wenz A.N., Ries M.G., Bohn J.E., Jochim S. *Fermionization of Two Distinguishable Fermions*, Phys. Rev. Lett. **2012**, 108, 075303.
- [6] Haller E., Mark M.J., Hart R., Danzl J.G., Reichsollner L., Melezhik V., Schmelcherand P., Nagerl H.-C. *Confinement-Induced Resonances in Low-Dimensional Quantum Systems*, Phys. Rev. Lett. **2010**, 104, 153203.
- [7] Peng S.-G., Hu H., Liu X.-J., Drummond P.D. *Confinement-Induced Resonances in Anharmonic Waveguides*, Phys. Rev A, **2011**, 84, 043619
- [8] Dineykhon M., Efimov G.V., Ganbold G., Nedelko S.N. *Oscillator Representation in Quantum Physics*. Lecture Notes in Physics. Berlin: Springer-Verlag, **1995**, V. 26.
- [9] Busch T., Englert B.-G., Rzazewski K., Wilkens M. *Two Cold Atoms in a Harmonic Trap*, Found. Phys. 28, **1998**, № 4, 549.
- [10] Bergeman T., Moore M.G., Olshanii M. *Atom-Atom Scattering in the Presence of a Cylindrical Harmonic Potential: Numerical Results and an Extended Analytic Theory*, Phys. Rev. Lett., **2003**, 91, 163201.

REFERENCES

- [1] Chin C., Grimm R., Julienne P.S., Tiesinga E. *Feshbach Resonances in Ultracold Gases*, Rev. Mod. Phys., **2010**, 82, 1225.
- [2] Ni K.-K., Ospelkaus S., Wang D., Quemener G., Neyenhuis B., de Miranda M.H.G., Bohn J.L., Ye J., Jin D.S. *Dipolar Collisions of Polar Molecules in the Quantum Regime*, Nature, **2010**, 464, 1324-1328.
- [3] Turlapov A.V., *Jeksperimental'noe issledovanie ul'trahologodnogo gaza fermi-atomov*: Avtoref. dis. ... dokt. fiz.-mat. nauk. – Nizhnij Novgorod, **2012**.

- [4] Пятаевский Л.П., *Конденсаты Бозе-Эйнштейна в поле лазерного излучения*, УФН, т. 176, **2006**, 345-364, №4.
 [5] Zurn G., Serwane F., Lompe T., Wenz A.N., Ries M.G., Bohn J.E., Jochim S. *Fermionization of Two Distinguishable Fermions*, Phys. Rev. Lett. **2012**, 108, 075303.
 [6] Haller E., Mark M.J., Hart R., Danzl J.G., Reichsollner L., Melezhik V., Schmelcherand P., Nagerl H.-C. *Confinement-Induced Resonances in Low-Dimensional Quantum Systems*, Phys. Rev. Lett. **2010**, 104, 153203.
 [7] Peng S.-G., Hu H., Liu X.-J., Drummond P.D. *Confinement-Induced Resonances in Anharmonic Waveguides*, Phys. Rev A, **2011**, 84, 043619
 [8] Dineykhon M., Efimov G.V., Ganbold G., Nedelko S.N. *Oscillator Representation in Quantum Physics*. Lecture Notes in Physics. Berlin: Springer-Verlag, **1995**, V. 26.
 [9] Busch T., Englert B.-G., Rzazewski K., Wilkens M. *Two Cold Atoms in a Harmonic Trap*, Found. Phys. 28, **1998**, № 4, 549.
 [10] Bergeman T., Moore M.G., Olshanii M. *Atom-Atom Scattering in the Presence of a Cylindrical Harmonic Potential: Numerical Results and an Extended Analytic Theory*, Phys. Rev. Lett., **2003**, 91, 163201.

ОПИСАНИЕ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ АТОМОВ В ГАРМОНИЧЕСКОЙ ЛОВУШКЕ

С. А. Жаугашева¹, И. С. Ишмухамедов², Д. С. Валиолда¹, Н. К. Жусупова¹

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан,

²Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

Ключевые слова: энергетический спектр, квантовый осциллятор, ангармонический осциллятор, оптическая ловушка, ультрахолодные атомы.

Аннотация. В работе выполнен расчет энергии основного состояния двух атомов в одномерной геометрии гармонической оптической ловушки. Получена зависимость энергии от одномерной длины рассеяния, отвечающей различным интенсивностям потенциала межатомного взаимодействия $V_{\text{int}}(x) = V_0 \exp\{-2cx^2\}$. Расчет произведен численным и аналитическим методами. В качестве аналитического метода выбран метод осцилляторного представления (ОП), успешно применяемый для расчета связанных состояний различных малочастичных систем.

Основными результатами данной работы являются:

- 1) численное исследование области применимости в этой задаче ранее использованного приближения потенциала нулевого радиуса;
- 2) исследование границы применимости метода ОП для потенциала

$$V(x) = V_{\text{conf}}(x) + V_{\text{int}}(x) = \frac{x^2}{2} + V_0 \exp\{-2cx^2\}$$

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
 PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 125 – 131

DYNAMICS OF VORTEX PERTURBATIONS IN INITIAL AND TRANSITION THREE JET REGIONS

S. Isatayev, S. Tarasov, G. Toleuov, M. Isatayev, Sh. Bolysbekova, B. Baygalikyzy

Kazakh national university named after Al-Farabi, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: Muhtar.Isataev@kaznu.kz

Key words: three jet, large-scale vortices, turbulence, Strouhal number.

Abstract. The aim of this work is an experimental study of coherent structures in turbulent mixing processes in the jet streams in order to obtain further control over these processes through its impact on the dynamics of coherent structures.

Extensively studied visual flow pattern, according to the results, it was found that, in the initial stage of vortex perturbation is located along the edge of the nozzle in the form of a cord belting jet in one plane. However, extending the downstream perturbation on the long side of the nozzle gradually lags behind the disturbances on the short side. In this case, the trajectory of the vortex focuses on the short part of the nozzle is directed towards the center of the jet and vortex on the long side - from the center. It is established, at what distance vortices depending on the nozzle extension λ are merged.

Simplified diagram of the formation and decay of vortex structures, made on the basis of observation and photographing shadow flow patterns and to determine the trajectories of vortices tricks, is shown.

УДК 532.525.2

ДИНАМИКА ВИХРЕВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА НАЧАЛЬНОМ И ПЕРЕХОДНОМ УЧАСТКАХ ТРЕХМЕРНЫХ СТРУИ

С. И. Исатаев, С. Б. Тарасов, Г. Толеуов, М. С. Исатаев, Ш. А. Болысбекова, Б. Байғалиқызы

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: трехмерная струя, крупномасштабные вихри, турбулентность, число Струхалия.

Аннотация. Цель данной работы заключается в экспериментальном исследовании развития когерентных структур в процессах турбулентного смешения в струйных течениях с целью получения в дальнейшем возможности управления этими процессами через воздействие на динамику когерентных структур.

Подробно изучена визуальная картина течения, по результатам которых было установлено, что в начальной стадии вихревое возмущение располагается вдоль линии кромки сопла в виде шнура, опоясывающего струю в одной плоскости. Однако, распространяясь ниже по потоку, возмущение со стороны длинной стороны сопла постепенно отстает от возмущений со стороны короткой части. При этом траектория движения фокусов вихрей со стороны короткой части сопла направлена к центру струи, а вихрей со стороны длинной части – от центра. Установлено, на каком расстоянии происходит слияние вихрей в зависимости от удлинения сопла λ .

Представлена упрощенная схема формирования и распада вихревых структур, составленная на основе наблюдения и фотографирования теневой картины течения и по определению траекторий фокусов вихрей.

В работах [1-3], посвященных экспериментальному исследованию трехмерных турбулентных струй, истекающих из сопел с прямоугольным выходным сечением был обнаружен ряд интересных особенностей: деформация поперечного сечения струй, анизотропия течения, наличие в таких струях трех областей затухания осевой скорости (начального участка, где $U_m = const$, переходного участка, где $U_m \sim x^{-0.5}$ и основного участка, где $U_m \sim x^{-1}$) и другие проявления струи.

Эти особенности развития трехмерных струй по-разному проявляют себя с изменением удлинения сопла λ ($\lambda = a/b$, где a – размер длинной стороны сопла, b – размер короткой стороны сопла).

Вышеназванные особенности в основном связаны с возникновением и развитием когерентных структур течения [4-6], что является важным объектом для исследования.

Больше возможности для количественной оценки динамики когерентных структур дает метод фазовой выборки [7, 8], позволяющий получить распределения скорости и температуры в поперечном сечении вихря. При совместном использовании данного метода и метода синхронной визуализации импульсным освещением исследуемой области течения удастся получить более полное представление о процессах смешения в потоках с периодической структурой.

Данная работа является продолжением серии исследований, направленных на выяснение роли когерентных структур в процессах турбулентного смешения в струйных течениях с целью получения в дальнейшем возможности управления этими процессами через воздействие на динамику когерентных структур.

Эксперименты проводились на установке, схематически показанной на рисунке 1. Воздух от вентилятора 1 поступал через виброгасящий переход 2 в успокоительную камеру 3, затем через нагреватель 4 и сетку 5 истекал из сопла прямоугольной формы 6. Для измерений пульсационных

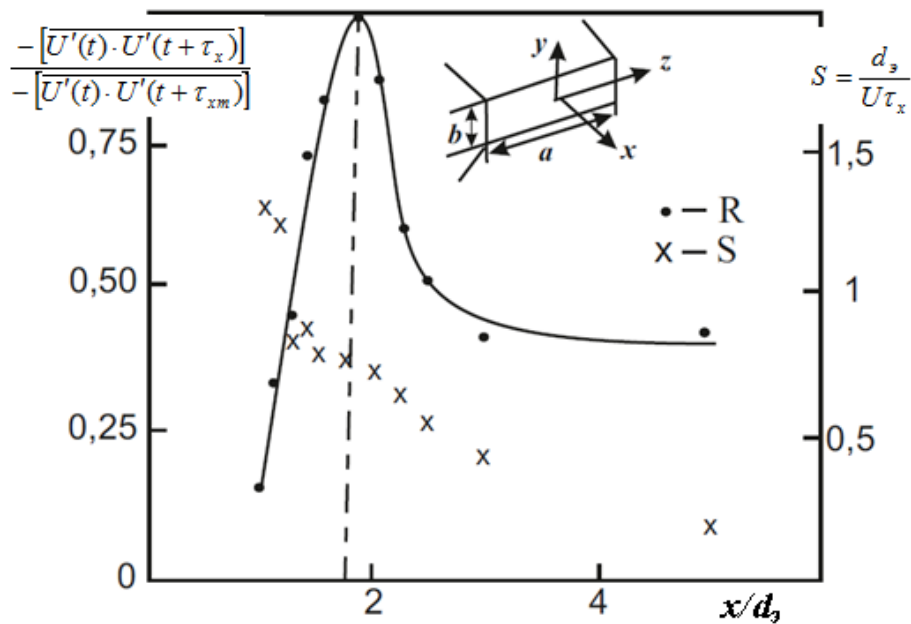
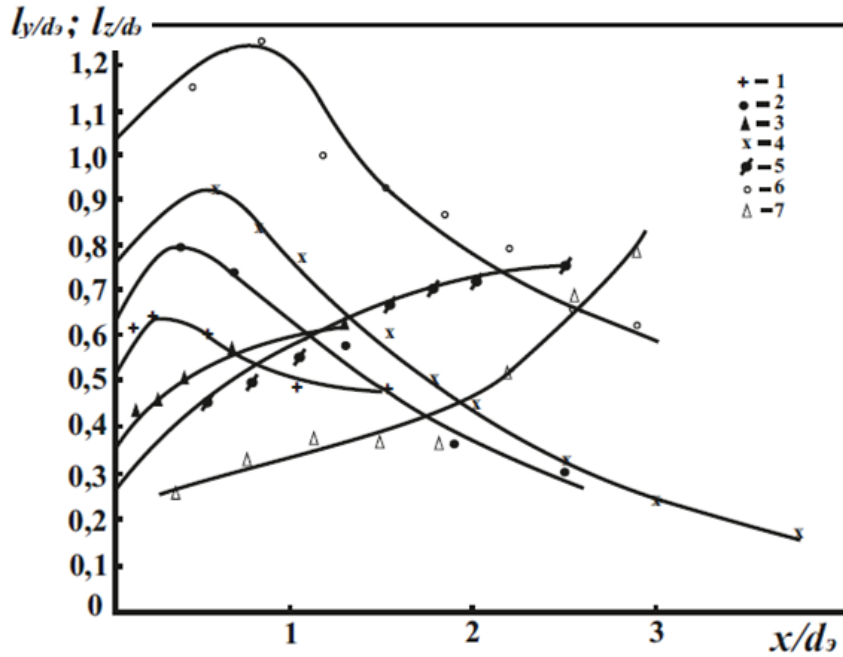


Рисунок 2 – Результаты экспериментов по определению области наиболее ярко выраженной периодичности течения и числа Струхала, рассчитанного по характерной частоте этой периодичности.
Удлинение сопла $\lambda = 3$, скорость потока $U_0 = 21.35$ м/с

воздействием на частоте n_x . Эффект насыщения, т.е. прекращение изменений, вызванных воздействием при дальнейшем увеличении амплитуды воздействия, обычно реализуется в случае, когда энергия струи намного больше энергии управляющего воздействия. Таким образом, воздействие на частоте n_x является оптимальным, но ограниченно насыщенным. Для практического использования может оказаться более выгодным воздействие на частотах $n < n_x$, если необходим более широкий интервал управления характеристиками струи.

Из наблюдения картины течения при стробоскопическом освещении было выяснено, что в начальной стадии вихревое возмущение располагается вдоль линии кромки сопла в виде шнура, опоясывающего струю в одной плоскости. Однако, распространяясь ниже по потоку, возмущение со стороны длинной стороны сопла постепенно отстает от возмущений со стороны короткой части. При этом траектория движения фокусов вихрей со стороны короткой части сопла направлена к центру струи, а вихрей со стороны длинной части – от центра. С помощью тепловых импульсных снимков картины течения со стороны длинной и короткой частей сопла при фиксированной фазе развития вихрей, можно достаточно хорошо увидеть это. Достигнув области течения, где завершается переориентация формы поперечного сечения струи, вихри приобретают довольно сложную пространственную форму. Более детально ее удастся разглядеть на теневой картине течения в цветном изображении. На рисунке 3 приведены результаты опытов по определению траекторий фокусов вихрей путем наблюдения цветной теневой картины течения при стробоскопическом освещении. Представленные на рисунке 3 данные получены при одинаковом расходе и одном значении числа Струхала $S_a = n \cdot a / U_0$. Такое представление результатов дает информацию о влиянии удлинения сопла $\lambda = a/b$ на положение места, где вихревые возмущения в поперечном сечении приобретают форму, близкую к квадратной.

Подобную переориентацию длинной и короткой сторон струи можно наблюдать по результатам измерения средних динамических характеристик течения, показанные на рисунке 4 (такие результаты были получены и у других авторов [1]). На рисунке 4 приведены результаты измерений характерных ширин профилей продольной скорости в плоскостях y, z , перпендикулярных оси струи, с осями координат, ориентированными соответственно вдоль малой и большой сторон сопла. Значения $y_{0,5}$ и $z_{0,5}$ соответствуют координатам точек, где скорость $U = 0.5 U_{max}$. Как показывают результаты, струя быстрее расширяется в сторону коротких сторон среза сопла и на некотором определенном расстоянии от среза сопла ширины струй по осям y и z становятся равными. Из рисунка 4 видно, что эти расстояния для $\lambda = 3$ и 11 соответственно равны 12 и 50.



$S = 0,42$: 1 – осесимметричная струя, $d = 30$ мм; 2 и 3 – $\lambda = 2$; 4 и 5 – $\lambda = 3$; 6 и 7 – $\lambda = 6$; 3,5 и 7 – l_y/d_3 ; 2,4 и 6 – l_z/d_3 ; l_y – расстояние от фокуса вихря до центра струи в направлении оси y ; l_z – то же в направлении оси z .

Рисунок 3 – Траектория фокусов вихрей в трехмерной струе при различных удлинениях сопла для режима течения с одинаковым расходом и воздействии

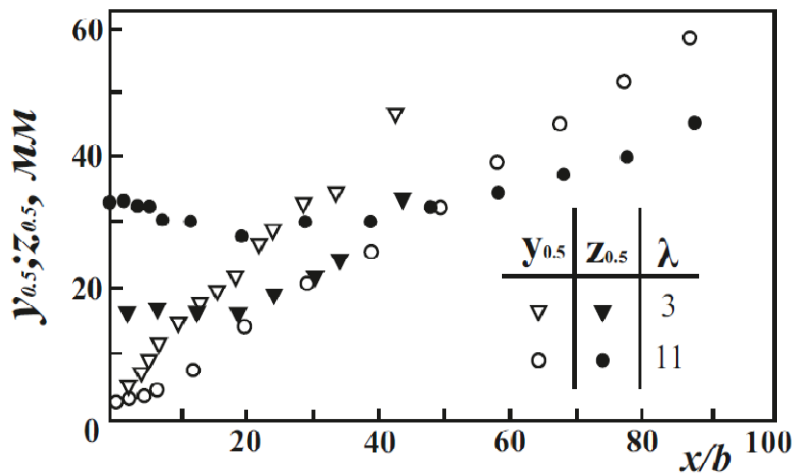


Рисунок 4 – Изменение характерных полуширин поперечных профилей скорости в плоскостях xy и xz

Интересно отметить, что хотя начало участка убывания осевой скорости по закономерности $\sim x^{-1}$ (характерной для осесимметричной струи) примерно совпадает с указанными выше расстояниями, течение в целом и на больших удалениях нельзя назвать полностью осесимметричным. Как показывают результаты измерений для струи, истекающей из сопла с $\lambda=11$, в переходной области наблюдается сужение струи в направлении z .

На рисунке 5 представлена упрощенная схема формирования и распада вихревых структур, составленная на основе наблюдения и фотографирования теневой картины течения и по определению траекторий фокусов вихрей.

В начальной стадии развития вихревое возмущение имеет форму шнура, расположенного по периферии струи в оторвавшемся от кромки сопла свободном пограничном слое. При смещении вниз по потоку его части со стороны коротких кромок движутся по траектории, направленной к

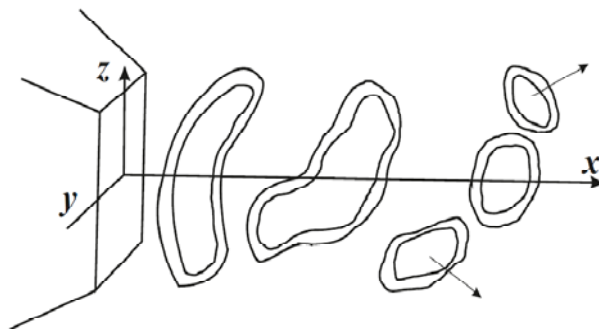


Рисунок 5 – Схема формирования и распада крупных вихрей в трехмерной струе при наличии воздействия большой интенсивности $\lambda = 3$

центру струи, а части со стороны длинных кромок, отставая своей центральной областью и двигаясь по траектории от центра струи образуют петли, симметрично расположенные относительно оси струи. Из этих петель при движении ниже по потоку формируются когерентные вихревые структуры, суммарное вихревое поле которых можно представить в виде торроидальных вихрей, плоскость расположения которых наклонена по отношению к оси струи. Оставшиеся части вихревого возмущения, соединившись, образуют торроидальный вихрь с осесимметричным расположением относительно оси струи. Сформировавшаяся система вихрей при своем перемещении вниз по потоку создает среднее поле скоростей в виде центральной осесимметричной струи и двух спутных струй, симметрично расположенных относительно центральной струи по сторонам соответствующим кромкам сопла.

Таким образом, воздействие большой интенсивности приводит к формированию крупных вихрей, которые затем, распадаясь на систему из трех вихрей, создают поле скоростей, способствующее разделению течения в области переходного участка на три спутных потока.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Абрамович Г.Н., Гиршович Т.А., Крашенинников С.Ю. и др. Теория турбулентных струй. Изд. 2-ое перераб. и доп. / Под ред. Г. Н. Абрамовича. – М.: Наука, 1984. – 720 с.
- [2] Исатаев С.И., Тарасов С.Б., Толеуов Г. Экспериментальное исследование трехмерных турбулентных струй, распространяющихся из сопел с прямоугольным выходным сечением // Вестник КазГУ. Серия физич. – 1995. – № 2.
- [3] Faghani E., Maddahian R., Faghani P., Farhanieh B. Numerical investigation of turbulent free jet flows issuing from rectangular nozzles: the influence of small aspect ratio // Archive of applied mechanics. – 2010. – Vol. 80, №7. – P. 727-745.
- [4] Уханова Л.Н., Войтович Л.Н. Некоторые особенности развития когерентных структур течения на начальном участке трехмерных турбулентных струй // ИФЖ. – 1984. – Т. 47, №4. – С. 537-543.
- [5] Lhendup Namgyal and Joseph W. Hall. Coherent Streamwise Vortex Structures in the Near-Field of the Three-Dimensional Wall jet // J. Fluids Eng. – 2013. – Vol. 135, №6. – P. 120-126.
- [6] Богомолов Д.В., Сетуха А.В. О численном моделировании трехмерных вихревых течений идеальной жидкости в безграничной области изолированными вихревыми элементами // Научный вестник МГТУ ГА. Серия «Аэромеханика и прочность». – 2008. – №125(1). – С. 73-78.
- [7] Мирзаян А.С., Степанов В.С. Установка и аппаратура для исследования плоских струй при наличии периодических воздействия // Физическая гидродинамика и диффузия в газах. – Алма-ата, 1984. – С. 50-53. (Сб.научн.тр. КазГУ).
- [8] Тарасов С.Б., Волошин Ю.Е. Экспериментальные исследования динамики температурного поля вихрей в начальном участке осесимметричной струи // В сб. «Исследование процессов переноса». – Казахский госуниверситет. Алма-Ата, 1985. – С. 67-70.

REFERENCES

- [1] Abramovich G.N., Girshovich T.A., Krasheninnikov S.Yu., et al. *The theory of turbulent jets*. Ed. 2nd Revised. and add. Ed. G. N. Abramovich, M.: Nauka, **1984**, 720 p (in Russ.).
- [2] Isataev S.I., Tarasov S.B., Toleuov G. *Experimental study of three-dimensional turbulent jet extending from the nozzles with a rectangular outlet section*. KazNU bulletin. Physical series, **1995**, №2. (in Russ.).
- [3] Faghani E., Maddahian R., Faghani P., Farhanieh B. *Numerical investigation of turbulent free jet flows issuing from rectangular nozzles: the influence of small aspect ratio*. Archive of applied mechanics, **2010**, Vol. 80, №7, P. 727-745.
- [4] Ukhanova L.N., Vojtovich L.N. *Some features of the development of coherent flow structures in the initial section of three-dimensional turbulent jets*. IFZh, **1984**, Vol. 47, №4, p. 537-543. (in Russ.).
- [5] Lhendup Namgyal and Joseph W. Hall. *Coherent Streamwise Vortex Structures in the Near-Field of the Three-Dimensional Wall jet*. J.Fluids Eng, **2013**, Vol. 135, №6, P. 120-126.

[6] Bogomolov D.V., Setuha A.V. *Numerical simulation of three-dimensional vortex flows of ideal fluid in an infinite field of isolated elements of the vortex*. Scientific bulletin of MSTU GA. Series "Aeromechanics and strength", **2008**, №125(1), p. 73-78. (in Russ.).

[7] Mirzajan A.S., Stepanov V.S. *Installation and equipment for the study of plane jets in the presence of periodic action*. Physical hydrodynamics and diffusion in gases. Alma-Ata, **1984**, p. 50-53. (coll. works of KazNU). (in Russ.).

[8] Tarasov S.B., Voloshin Ju.E. *Experimental studies of the dynamics of the temperature field of the vortices in the initial section of axisymmetric jet*. Col. "Investigation of the transfer.". KazSU. Alma-ata, **1985**, p.67-70. (in Russ.).

ҮШӨЛШЕМДІ АҒЫНШАНЫҢ БАСТАПҚЫ ЖӘНЕ ӨТКІНШІ БӨЛІМШЕЛЕРІНДЕГІ ҚҰЙЫНДЫҚ ҚҰРЫЛЫМДАРДЫҢ ДИНАМИКАСЫ

С. И. Исатаев, С. Б. Тарасов, Ф. Төлеуов, М. С. Исатаев, Ш. А. Болысбекова, Б. Байғалиқызы

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: үшөлшемдік ағынша, ірі масштабты құйындар, турбуленттік, Струхаль саны.

Аннотация. Берілген жұмыстың мақсаты когеренттік құрылымдардың динамикасына әсер ету арқылы осы процестерді болашақта басқару мүмкіндігін алу мақсатымен ағыншалық ағыншалардағы турбуленттік араласу процестеріндегі когеренттік құрылымдардың дамуын эксперименттік зерттеу.

Ағыстың визуальді картинасы түпкілікті зерттелді, нәтижесінде, бастапқы стадияда құйындық құрылым ағыншаны бір жазықтықта орайтын жіпше түрінде соплоның қима сызығы бойымен орналасатыны орнатылды. Алайда, соплоның ұзын қыры жағынан болатын козу, ағын бойынша төмен тарала отырып, қысқа қыры жағынан болатын қозудан жайлап артта қалады. Осы кезде соплоның қысқа қыры жағынан құйындардың фокустарының қозғалыс траекториясы ағыншаның центріне қарай бағытталған, ал ұзын қыры жағынан – центрден әрі. λ соплоның ұзаруынан тәуелділікте құйындардың бірігуі қандай қашықтықта жүретіндігі, орнатылды.

Ағыстың көлеңкелік картинасын бақылау және фотографиялау және құйындардың фокустарының траекториясын анықтау негізінде жасалынған, құйындық құрылымдардың туындауы және ыдырауының жорамал сызбасы көрсетілді.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 131 – 136

MODEL OF THE FORM OF THE ORGANIZATION OF COMPUTER LABORATORY OPERATION ON EXAMINATION OF THE LIGHT INTERFERENCE

K. A. Kabylbekov, Kh. A. Ashirbaev, A. P. Sabalakhova, A. I. Zhumagalieva

M. Auezov South-Kazakhstan State University, Shymkent, Kazakhstan.

E-mail: kenkab@mail.ru

Keywords: model, form, computer, laboratory work, distance between cracks, coherent waves, interference picture, length of a wave, light strips, dark strips, optical difference of a course.

Abstract. The model of the form of the organization of computer laboratory work on research of an interference of light by means of experiments the Ship's boy, including fact-finding tasks with computer model of experiments the Ship's boy, problems with the subsequent computer check of answers, experimental, research and creative tasks is offered. Tasks are given much. Performance to one pupil is unessential all of them. The teacher can pick up to the pupil taking into account its ability or offer other similar tasks. It is necessary to pay special attention pupils on importance of performance of research and creative tasks.

ЖАРЫҚТЫҢ ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ҚҰБЫЛЫСЫН ЗЕРТТЕУДІ ҰЙЫМДАСТЫРУҒА АРНАЛҒАН КОМПЬЮТЕРЛІК ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖҰМЫСТЫҢ БЛАНКІ ҮЛГІСІ

К. А. Қабылбеков, Х. А. Аширбаев, А. П. Сабалахова, А. И. Жұмағалиева

М. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент, Қазақстан

Тірек сөздер: бланкі үлгісі, компьютерлік зертханалық жұмыс, саңлаулар ара қашықтығы, когерентті толқындар, интерференция бейнесі, толқын ұзындығы, ақ жолақ, қара жолақ, оптикалық жүру жолы.

Аннотация. Жарықтың интерференция құбылысын Юнг тәжірибелері арқылы зерттеуді ұйымдастыруға арналған компьютерлік зертханалық жұмыстың бланкі үлгісі берілген. Үлгіде жауабын компьютермен тексеруге арналған есептер, тәжірибелік, зерттеулік және творчестволық тапсырмалар қамтылған. Тапсырмалар артығымен берілген, олардың барлығын бір оқушының орындауы шарт емес. Оқушының шамасына қарай оқытушы тапсырмаларды таңдап бере алады, немесе өзінің құрастырған тапсырмаларын қоса алады. Оқушылардың зерттеулік және творчестволық тапсырмаларды орындауына аса көңіл аударғаны маңызды.

Қазақстан Республикасының Президенті-Елбасы Н. А. Назарбаев ««Қазақстан-2050 – стратегиясы» – қалыптасқан мемлекеттің жаңа саяси бағыты» атты Қазақстан халқына Жолдауында: Қазақстан 2050 жылы 30 дамыған мемлекеттер қатарына енуі керек деп атап көрсетті. Дамып келе жатқан елдер арасында мұндай қатарда болуы үшін бәсекелестік қатаң болады. Ұлт глобалдық экономикалық бәсекелестікке дайын болғанда ғана мұндай қатарда бола алады. Біз, аса маңызды мақсаттарымызды естен шығармай, мақсатты және шабытты еңбек етуіміз керек: қазіргі заманға сай нәтижелі білім мен денсаулық сақтау жүйесін құру. Бәсекеге қабілетті дамыған мемлекет болу үшін біз сауаттылығы жоғары елге айналуымыз керек. Бізге оқыту әдістемелерін жаңғырту және өңірлік мектеп орталықтарын құра отырып, білім берудің онлайн-жүйелерін белсене дамыту керек болады. Біз қалайтындардың барлығы үшін қашықтан оқытуды және онлайн режимінде оқытуды қоса, отандық білім беру жүйесіне инновациялық әдістерді, шешімдерді және құралдарды қарқынды енгізуге тиіспіз [1].

Президент жолдауында келтірілген тапсырмаларды орындау үшін М. Әуезов атындағы мемлекеттік университетінің «Физиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі» кафедрасы биылғы оқу жылында оқу үрдісіне "Білімдегі ақпараттық технологиялар", "Физиканы оқытудағы ақпараттық технологиялар" және "Электронды оқулықтарды оқу үрдісінде қолдану" курстарын енгізді. Курстың мақсаты: студент-болашақ физика мұғалімдерін оқу үрдісінде, өздерінің кәсіпшілік қызметінде және біліктілігін жоғарылатуында, оқу үрдісі мен сыныптан тыс жұмыстарды және компьютерлік зертханалық жұмыстарды ұйымдастыруда болашағы зор білім беру технологияларын творчесволық және тиімді пайдалануға дағдыландыру.

Оқу материалдары базасын жасауда студенттер мен магистранттар белсенді қатыстырылады. Авторлар құрастырған бірқатар демонстрациялық тәжірибелердің компьютерлік моделдерін оқу үрдісінде пайдалану және компьютерлік зертханалық жұмыстарды ұйымдастыруға арналған бланкі үлгілері туралы біз бұрын жазғанбыз [2-15].

Мақалада студенттерге, магистранттарға, мектеп мұғалімдеріне көмекші құрал ретінде оқушылардың [16] ресурсын пайдаланып «Ньютон сақиналары. Интерференция құбылысын зерттеу» компьютерлік зертханалық жұмысты ұйымдастыруда қандай тапсырмалар беруге болатынын және оқушыларға алдын ала берілетін компьютерлік зертханалық жұмыстың бланкі үлгісін ұсынамыз.

Жұмыстың тақырыбы: Интерференция құбылысын зерттеу.

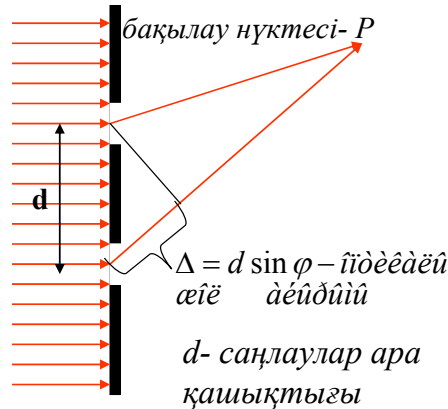
Жұмыстың мақсаты: Юнгтің интерференциялық тәжірибелерін жүргізу. Интерференциялық минимум мен максимумдардың пайда болу шарттарын анықтау, тәжірибе арқылы жарықтың толқын ұзындығын анықтау.

Сынып..... Оқушының фамилиясы..... Есімі.....

Теориядан қысқаша мәлімет.

Екі немесе бірнеше жарық толқындарының қабаттасуы нәтижесінде кеңістіктің әртүрлі нүктелеріндегі қорытынды тербелістер амплитудаларының таралуы (максимум мен минимумдары кезекпен орналасқан) уақыт өтуімен өзгермей тұрақты қалатын құбылысты жарықтың интерференциясы деп атайды. Кеңістікте интерференциялық сурет алу үшін қабаттасатын толқындардың жиіліктері мен тербеліс фазалары бірдей болуы қажет. Мұндай толқындар когерентті толқындар деп аталады. Когерентті толқындар бірдей жиілікпен тербелетін, ығысу фазалары тұрақты қалатын когерентті толқын көздерінен алынады.

Интерференциялық сұлбаларда жарық көзінен шыққан сәулелер бақылау нүктесіне әр түрлі жолмен жүріп өтеді (1-сурет).



1-сурет

Интерференция нәтижесі осы сәулелердің оптикалық Δ жүру жолдарының айырмасына және λ толқын ұзындығына байланысты болады. Егер оптикалық жүру жол айырмасы толқын ұзындығының бүтін санына тең болса $\Delta = m\lambda$, онда интерференциялық максимум (жарық жолақ) байқалады. Егер оптикалық жүру жол айырмасы толқын ұзындығының жартысының тақ санына тең болса $\Delta = (2m+1)\lambda/2$, онда интерференциялық минимум (кара жолақ) байқалады. Интерференциялық жолақтардың ені $\Delta\ell$ жарық толқынының λ ұзындығына және интерференцияға ұшыраған сәулелердің арасындағы α бұрышқа тәуелді болады. Экранға түскен сәулелер симметриялы жағдайда

$$\Delta\ell \approx \frac{\lambda}{\alpha} \quad (d \ll L \text{ жағдайда}).$$

Бақылау сұрақтары

- Қандай құбылысты жарықтың интерференциясы деп атайды?
Жауабы:.....
- Когерентті толқындар деп нені айтады?
Жауабы:.....
- Интерференциялық максимум қандай жағдайда пайда болады?
Жауабы:.....
- Интерференциялық минимум қандай жағдайда пайда болады?
Жауабы:.....
- Интерференциялық жолақтардың ені қандай шамаларға тәуелді?
Жауабы:.....

1. Танысу тапсырмалары.

1.1. Екі саңлау арасын $d=1.0$ мм етіп жарықтың толқын ұзындығын 380 нм-760 нм аралығында өзгертіп 3-4 тәжірибе жүргізіңдер. Интерференциялық жолақтарды бақылаңдар.

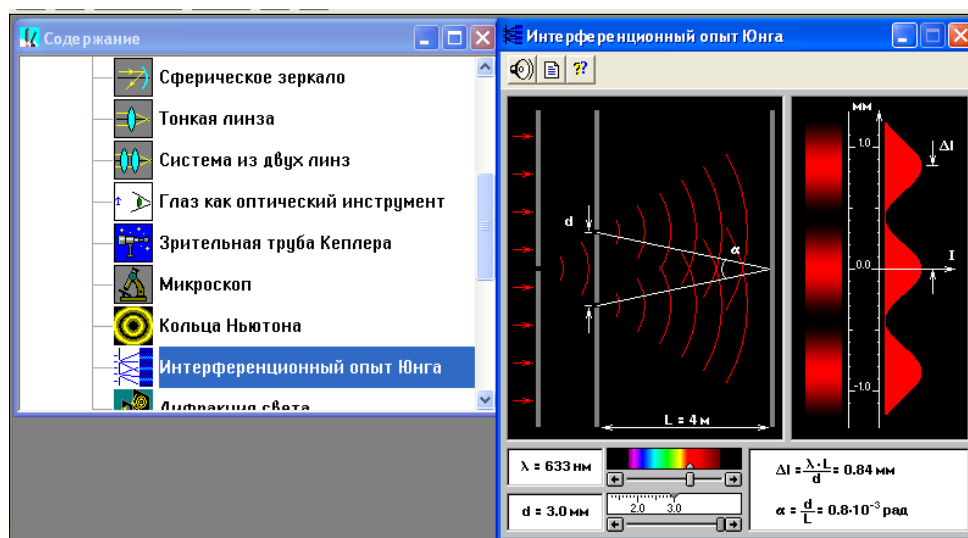
Бақылау қорытындысы:.....

1.2. Екі саңлау арасын $d=2.0$ мм етіп жарықтың толқын ұзындығын 380 нм-760 нм аралығында өзгертіп 3-4 тәжірибе жүргізіңдер. Интерференциялық жолақтарды бақылаңдар.

Бақылау қорытындысы:.....

1.3. Екі саңлау арасын $d=3.0$ мм етіп жарықтың толқын ұзындығын 380 нм-760 нм аралығында өзгертіп 3-4 тәжірибе жүргізіңдер. Интерференциялық жолақтарды бақылаңдар.

Бақылау қорытындысы:.....



2-сурет

2. Тәжірибелік есептер.

2.1. Екі саңлау арасын $d=3.0$ мм етіп жарықтың толқын ұзындығы 400 нм жағдайында қара жолақтың енін анықтаңдар.

Жауабы:.....

2.2. Екі саңлау арасын $d=3.0$ мм етіп жарықтың толқын ұзындығы 500 нм жағдайында қара жолақтың енін анықтаңдар.

Жауабы:.....

2.3. Екі саңлау арасын $d=3.0$ мм етіп жарықтың толқын ұзындығы 600 нм жағдайында қара жолақтың енін анықтаңдар.

Жауабы:.....

2.4. 2.1-2.3 тәжірибелерінен қорытынды жасаңдар

Қорытынды:.....

2.5. Екі саңлау арасын $d=1.0$ мм етіп жарықтың толқын ұзындығы 633 нм жағдайында қара жолақтың енін анықтаңдар.

Жауабы:.....

2.6. Екі саңлау арасын $d=2.0$ мм етіп жарықтың толқын ұзындығы 633 нм жағдайында қара жолақтың енін анықтаңдар.

Жауабы:.....

2.7. Екі саңлау арасын $d=3.0$ мм етіп жарықтың толқын ұзындығы 633 нм жағдайында қара жолақтың енін анықтаңдар.

Жауабы:.....

2.8. 2.5-2.7 тәжірибелерінен қорытынды жасаңдар

Қорытынды:.....

3. Жаубын компьютермен тексеруге арналған есептер

3.1. Юнг тәжірибесінде екі саңлау арасы $d=2.0$ мм. Интерференциялық жолақтарды бақылауға арналған экран саңлаулардан $L=4.0$ м қашықтықта орналасқан. Жарық толқынының ұзындығы 633 нм жағдайында пайда болатын бірінші интерференциялық максимумның координатасын есептеп қара жолақтың енін анықтаңдар.

Жауабы:.....

3.2. Юнг тәжірибесінде екі саңлау арасы $d=3.0$ мм. Интерференциялық жолақтарды бақылауға арналған экран саңлаулардан $L=4.0$ м қашықтықта орналасқан. Жарық толқынының ұзындығы

397 нм жағдайында пайда болатын бірінші және екінші интерференциялық максимумдардың координаталарын есептеп қара жолақтың енін анықтаңдар.

Жауабы:.....

4. Зеттеулік тапсырмалар.

4.1. Юнгтің интерференциялық тәжірибесінде екі саңлау арасы $d=2.6$ мм. Интерференциялық жолақтарды бақылауға арналған экран саңлаулардан $L=2.0$ м қашықтықта орналасқан. Қара жолақтың ені $\Delta\ell=0,41$ мм. Жарықтың толқын ұзындығын анықтаңдар

Жауабы:.....

4.2. Юнгтің интерференциялық тәжірибесінде екі саңлау арасы $d=3.0$ мм. Интерференциялық жолақтарды бақылауға арналған экран саңлаулардан $L=4.0$ м қашықтықта орналасқан. Қара жолақтың ені $\Delta\ell=0,84$ мм. Жарықтың толқын ұзындығын анықтаңдар

Жауабы:.....

4.3. Юнгтің интерференциялық тәжірибесінде екі саңлау арасы $d=2.5$ мм. Интерференциялық жолақтарды бақылауға арналған экран саңлаулардан $L=4.0$ м қашықтықта орналасқан. Қара жолақтың ені $\Delta\ell=0,84$ мм. Жарықтың толқын ұзындығын анықтаңдар

Жауабы:.....

4.4. Юнгтің интерференциялық тәжірибесінде екі саңлау арасы $d=2.5$ мм. Интерференциялық жолақтарды бақылауға арналған экран саңлаулардан $L=4.0$ м қашықтықта орналасқан. Қара жолақтың ені $\Delta\ell=1,22$ мм. Жарықтың толқын ұзындығын анықтаңдар

Жауабы:.....

4.5. Юнгтің интерференциялық тәжірибесінде екі саңлау арасы $d=2.0$ мм. Интерференциялық жолақтарды бақылауға арналған экран саңлаулардан $L=4.0$ м қашықтықта орналасқан. Қара жолақтың ені $\Delta\ell=1,27$ мм. Жарықтың толқын ұзындығын анықтаңдар

Жауабы:.....

4.6. Юнгтің интерференциялық тәжірибесінде екі саңлау арасы $d=1.1$ мм. Интерференциялық жолақтарды бақылауға арналған экран саңлаулардан $L=4.0$ м қашықтықта орналасқан. Қара жолақтың ені $\Delta\ell=1,91$ мм. Жарықтың толқын ұзындығын анықтаңдар

Жауабы:.....

5. Творчестволық тапсырмалар. Мұндай тапсырма аясында оқушыларға өз бетінше бір немесе бірнеше есеп құрастыру және үйде немесе сыныпта орындауы ұсынылады. Содан кейін алған нәтижесін компьютерлік моделді пайдаланып тексеруі керек. Алғашқыда бұл есептер бұрын құрастырылып, сабақта шешілген есептер типтесі болып, кейіннен модел мүмкіншілігіне орай жаңа типті болуы мүмкін.

| Орындалған тапсырмалар саны | Қателер саны | Сіздің бағалауыңыз |
|-----------------------------|--------------|--------------------|
| | | |

Бланкіде тапсырмалар артығымен берілген. Бір оқушы олардың барлығын орындауы шарт емес. Мұғалім ұсынылған тапсырмалар ішінен іріктеп оқушының шамасына қарай бергені дұрыс, немесе басқа да тапсырмалар ұсынуына болады. Оқушылардың зерттеулік және творчестволық тапсырмаларды орындауына аса көңіл аударғаны маңызды.

ӘДЕБИЕТ

[1] Назарбаев Н.А. «Стратегия «Казakhstan-2050»-новый политический курс состоявшегося государства». Послание народу Казахстана. Астана. www.bnews.kz. 14 декабря 2012г.

[2] Кабылбеков К.А., Байжанова А. Использование мультимедийных возможностей компьютерных систем для расширения демонстрационных ресурсов некоторых физических явлений. // Труды Всероссийской научно-практ. конф. с междунар. участием. – Томск, 2011. – С. 210-215.

[3] Кабылбеков К.А., Дасибеков А.Д., Аширбаев Х.А., Серкебаев С.К. Физика сабақтарында компьютерлік моделдер мен виртуал лабораторияларды қолдану әдістемесі. // Труды междунар. научно-практ. конф. «Ауезовские чтения-12: «Роль регионального университета в развитии инновационных направлений науки, образования и культуры», посвященной 70-летию ЮКГУ им. М. Ауэзова, Шымкент, 2013. – Т. 5. – С. 157-161.

[4] Кабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Арысбаева А.С Оқушылардың өз бетінше атқаратын компьютерлік зертханалық жұмыс бланкісінің үлгісі // Известия НАН РК. – 2013. – №6. – С. 82-89.

[5] Кабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Байдуллаева Л.Е. Абдураимов Фотозэффект, комптонэффекті зандылықтарын оқытуда компьютерлік үлгілерді қолданудың әдістемесі, компьютерлік зертханалық жұмыс атқаруға арналған бланкі үлгілері // Известия НАН РК. – 2013. – №6. – С. 114-121.

[6] Кабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Турганова, Т.К., Нуруллаев М.А., Байдуллаева Л.Е. Жинағыш және шашыратқыш линзаларды үлгілеу тақырыбына сабақ өткізу үлгісі. // Известия НАН РК. Серия физ-мат. – 2014. – №2. – С. 286-294.

[7] Кабылбеков К.А., Аширбаев Х. А., Саидахметов П. А., Рүстемова Қ. Ж., Байдуллаева Л. Е. Жарықтың дифракциясын зерттеуді ұйымдастыруға арналған компьютерлік зертханалық жұмыстың бланкі үлгісі // Изв. НАН РК. – 2015. – №1. – С. 71-77.

[8] Кабылбеков К.А., Аширбаев Х. А., Такибаева Г. А., Сапарбаева Э. М., Байдуллаева Л. Е, Адинева Ш. И. Зарядталған бөлшектердің магнит өрісінде қозғалысын және масс-спектрометр жұмысын зерттеуді ұйымдастыруға арналған компьютерлік зертханалық жұмыстың бланкі үлгісі // Изв. НАН РК. – 2015. – №1. – С. 80-87.

[9] Кабылбеков К.А., Аширбаев Х. А., Саидахметов П. А., Байгулова Н. З., Байдуллаева Л. Е. Ньютон сақиналарын зерттеуді ұйымдастыруға арналған компьютерлік зертханалық жұмыстың бланкі үлгісі // Изв. НАН РК. – Серия физ.-мат. – 2015. – № 1. – С. 14-20.

[10] CD диск компании ОАО «Физикон». «Открытая физика 1.1». – 2001.

REFERENCES

[1] Nazarbayev H.A. "Strategy" Kazakhstan-2050 »- a new political policy of the taken place state». The message to the people of Kazakhstan. Astana. www.bnews.kz. On December, 14th 2012. (in Russ.).

[2] Kabyzbekov K.A., Bajzhanova A. Application of multimedia possibilities of computer systems for expansion of demonstration resources of some physical phenomena. Works All-Russia scientifically-practical conference with the international participation. Tomsk, 2011, P-210-215. (in Russ.).

[3] Kabyzbekov K.A., Dasibekov A.D., Ashirbaev H.A., Serkebaev S.K. Technique of use of computer models and virtual laboratory works at physics lessons. Works of the international scientifically-practical conference «Auezovsky readings-12: «the Role of regional university in development of innovative directions of a science, formation and culture», devoted to 70 anniversary SKSU named after M.Auezov, Shymkent, 2013, Vol. 5, P.-157-161. (in Kaz.).

[4] Kabyzbekov K.A., Saidahmetov P. A, Arysbaeva A.S. Model of the form of the organization of independent performance of computer laboratory works as pupils. News of NAS RK, 2013, №6, p. 82-89. (in Kaz.).

[5] Kabyzbekov K.A., Saidahmetov P.A, Bajdullaeva L.E., Abduraimov R.A. Technique of use of computer models at photo and Compton-effect studying and form model organization computer laboratory works. News of NAS RK, 2013. №6, P. 114-121. (in Kaz.).

[6] Kabyzbekov K.A., Saidahmetov P. A. Turganova T, Nurullaev M. A, Bajdullaeva L.E. Model of carrying out of a lesson of modelling of collecting and disseminating lenses. News of NAS RK, a series a physical-mat. 2014, № 2, P. 286-294.

[7] Kabyzbekov K.A., Ashirbaev Kh.A. Saidahmetov P.A, Rustemova K.J, Bajdullaeva L.E. Model of the form of the organisation of computer laboratory work on research of diffraction of light. News of NAS RK, 2015, № 1. P. 71-77. (in Kaz.).

[8] Kabyzbekov K.A., Ashirbaev Kh.A, Takibaeva G.A, Saparbaeva E.M., Bajdullaeva L.E, Adineeva S.I. Model of the form of the organization of computer laboratory work on research of movement of the charged particles in a magnetic field and mass spectrometer works. News of NAS RK, 2015. № 1. P. 80-87. (in Kaz.).

[9] Kabyzbekov K.A., Ashirbaev Kh.A, Saidahmetov P.A., Bajgulova N.Z., Bajdullaeva L.E. Model of the form of the organisation of computer laboratory work on research of rings of Newton. News of NAS RK, series a physical-mat., 2015, № 1. P. 14-20. (in Kaz.).

[10] CD a disk of the company of Open Society "Physical icons". «The open physics 1.1".2001. (in Russ.).

МОДЕЛЬ БЛАНКА ОРГАНИЗАЦИИ КОМПЬЮТЕРНОЙ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ ПО ИССЛЕДОВАНИЮ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ СВЕТА

К.А. Кабылбеков, Х.А. Аширбаев, А.П. Сабалахова, А.И. Джумагалиева

Южно-Казахстанский университет им. М. Ауезова, Шымкент, Казахстан

Ключевые слова: модель бланка, компьютерная лабораторная работа, расстояние между отверстиями, когерентные волны, интерференционная картина, длина волны, светлая полоса, темная полоса, оптическая разность хода.

Аннотация. Предлагается модель бланка организации компьютерной лабораторной работы по исследованию интерференции света посредством экспериментов Юнга, включающая ознакомительные задания с компьютерной моделью экспериментов Юнга, задачи с последующей компьютерной проверкой ответов, экспериментальные, исследовательские и творческие задания. Задания даны с избытком. Выполнение всех их одному ученику необязательно. Преподаватель может подобрать ученику с учетом его способности или предложить другие подобные задания. Следует обратить особое внимание учеников на важность выполнения исследовательских и творческих заданий.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 137 – 144

**MODIFICATION OF A SURFACE OF SILICON
AT TEMPERATURE AND LASER EFFECTS****T. S. Kosherov, G. K. Turlybekova, K. K. Nurakhmetova, A. Seitov**

Satpayev Kazakh National Technical University, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: Gulzhan1980mail.ru

Key words: thermal annealing, subsequent laser irradiation, structural changes, the lattice parameters, surface damage.

Abstract. The article investigates temperature and laser effects on structural changes and surface morphology of the silicon Si, and physical and chemical processes occurring on the surface. It was found that the thermal annealing is observed structural changes in the parameters and the destruction of the surface layer. Laser action has little effect on the lattice parameters, affects the oxidation and the formation of defects in the oxidative processes of melting and crystallization. Express, possible physical and chemical processes occurring on the surface of silicon.

Analysis of the totality of the experimental data showed that the heat treatment of silicon (c) Si leads to a change in its nano structures, participate uncontrolled impurities, mainly oxygen and carbon in the formation of silicon oxide SiO₂ which is obviously distinguished along dislocations and become the laser radiation on samples of pre-thermal annealed at different annealing time in the atmosphere causes a significant obstacle in the solid-state electronics.

УДК 623.21:573.12

**МОДИФИКАЦИЯ ПОВЕРХНОСТИ КРЕМНИЯ
ПРИ ТЕМПЕРАТУРНОМ И ЛАЗЕРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ****Т. С. Кошеров, Г. К. Турлыбекова, К. К. Нурахметова, А. Сеитов**

Национальный технический университет им. К. И. Сатпаева, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: термоотжиг, последующее лазерное воздействие, структурные изменения, параметры решетки, разрушение поверхности.

Аннотация. Исследовано влияние температурного и лазерного воздействия на структурного изменения и морфологию поверхности (с) Si кремния, а также физико-химические процессы, протекающие на ее поверхности. Установлено, что при термоотжиге наблюдаются структурные изменения параметров и разрушение поверхностного слоя. Лазерное воздействие слабо влияет на параметры решетки, оказывает влияние на окисление и формирование окислительных дефектов на процессы плавления и кристаллизации. Выказаны возможные физико-химические процессы, протекающие на поверхности кремния.

Анализ всей совокупности полученных экспериментальных данных показал, что термическая обработка кремния (с) Si приводит к изменению ее наноструктуры, участию неконтролируемой примеси, в основном, кислорода и углерода в образовании оксида кремния SiO₂ которые, очевидно, выделяются вдоль дислокаций и становятся действия лазерного излучения на образцы предварительно термоотожженного при различном времени отжига в атмосфере приводит существенным препятствиям в работе твердотельной электроники.

1. Влияние термической обработки на структуру, содержание оксидных образований и морфологию поверхности кремния. Одним из способов изменений электрофизических свойств и параметров полупроводникового кремния является термическая обработка. При термическом

отжиге полупроводника протекают процессы окисления, изменение электронных состояний на границе раздела Si-SiO₂, что влияет не только в технологии изготовления полупроводниковых приборов [1], но и при их эксплуатации. В процессе термического отжига система в зависимости от времени и температуры отжига образуются на поверхности оксидные фазы не только самого образца (Si), но и металлообразующих примесных элементов, причем с большим содержанием кислорода.

В связи с этим представляется определенный интерес проведение исследований влияние температурного воздействия в зависимости от времени термоотжига, а также кислорода атмосферы и приповерхностного слоя образца, на рельеф поверхности, фазовый состав оксидов на поверхности и, возможные, структурные изменения.

Исследование проводилось с образцами (с) Si с удельным сопротивлением 10 Ом·см. Образцы подвергали предварительно термической обработке в атмосфере воздуха при температуре 400°C и времени 10, 30, 60, 120, 240 и 360 минут. Полуколичественный анализ содержания элементов и электронно-микроскопические снимки были получены на растровом электронном микроскопе, а морфология поверхности образца кремния после термической обработки и лазерном воздействии исследовалось методов атомной силовой микроскопии.

Исследование динамики изменений процентного содержания кремния исходного образца и образовавшихся в процессе температурной обработки Si и оксида кремния при температуре 400°C и времени отжига в атмосфере воздуха привели к установлению зависимости увеличения процентного содержания образовавшихся на поверхности оксидов, приводящих к аналогичному уменьшению процентного содержания кремния в образце.

Если проанализировать полуколичественный анализ Si и SiO₂, то видно, что по мере увеличения времени температурного прогрева образца образование оксидного плёнка на поверхности Si происходит по разному (рисунок 1). До 60 минутного прогрева образца образование SiO₂ идет монотонно достигая своего максимального значение. Практически это процентное значение SiO₂ на образце сохраняется до 120 минутного термоотжига. В последующем образовании SiO₂ резко падает и только после 240 минутном времени термоотжига вновь мы видим достаточный рост SiO₂ (рисунок 1). Других оксидов металлообразующих примесей, присутствующих в образце, не выявлено.

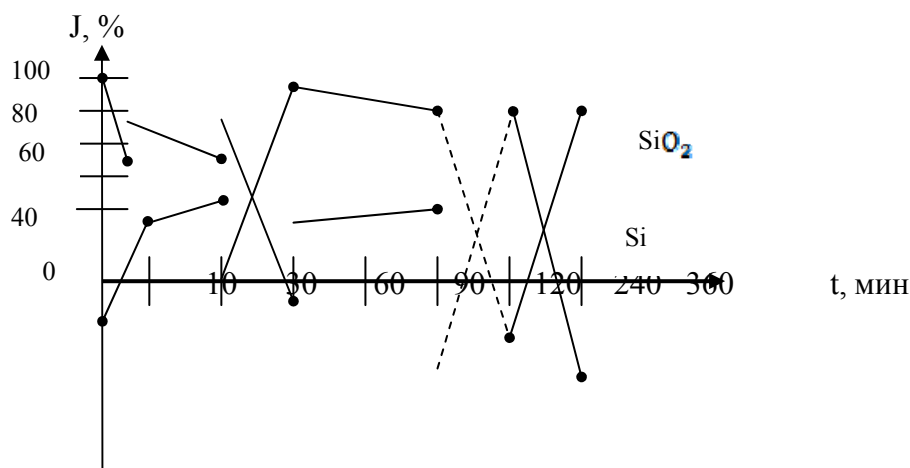


Рисунок 1 – Изменение процентного содержания Si и SiO₂ в зависимости от времени термоотжига (T = 400°C)

Проведенные исследования позволили получить зависимость структурных параметров ω , d и s от температуры прогрева образца и при различном времени температурного воздействия (рисунок 2). С увеличением времени прогрева образца при температуре 400°C параметры d-межплоскостное расстояние и ω -степень возникшихся напряжений в структуре образца (полуширина пика Si) заметно изменяются при t = 60 минут (рисунок 2). Поскольку параметр ω характеризует структурное состояние приповерхностного слоя и соответственно связанных с дефектами внутренних

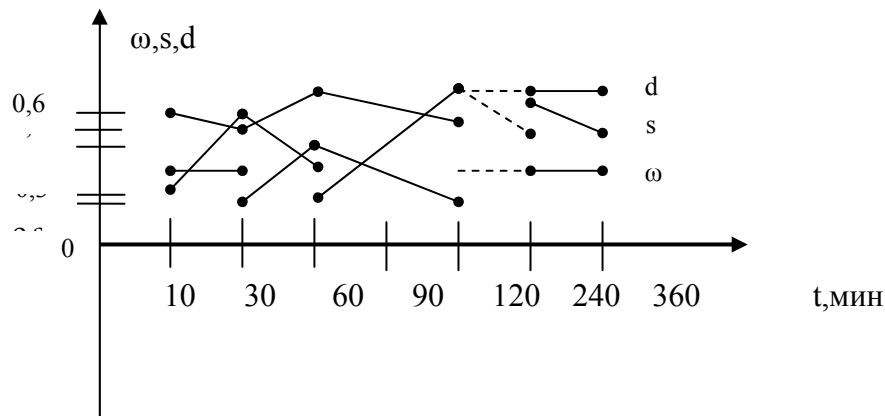


Рисунок 2 – Зависимость параметров d , s , ω кремния от времени прогрева образца ($T = 400^\circ\text{C}$)

напряжений, возникших в образце при термоотжиге, то можно предполагать, что небольшие структурные изменения в Si возникают при наших условиях термоотжига образца Si в пределах 60 минут.

Полученные экспериментальные результаты показывают, что при прогреве образца при 400°C в ней возникают неустойчивые стабильные дефекты, которые распадаются и отжигаются. В свою очередь уменьшение концентрации указанных дефектов сопровождается снижением связанных с этими дефектами сжатия, и тем самым приводит к уменьшению, а затем и к исчезновению внутренних напряжений в приповерхностных слоях кремния и соответствующему убыванию, и стабилизации структурных параметров d и ω .

Несколько иная картина наблюдается при немономонном прогреве образца в зависимости от времени ее прогрева (рисунок 3). На рисунке 3 видно, что такие основные параметры кристаллической решетки, как a и d также меняются. Заметное изменение d наблюдается при $t = 60$ минут до 120 минут, далее идет стабилизация значение d -характеристики вновь образовавшейся структуры Si после термоотжига.

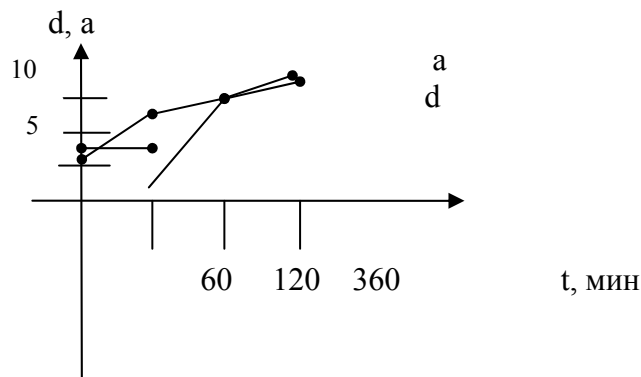


Рисунок 3 – Зависимость параметров структур Si от времени термоотжига образца ($T = 400^\circ\text{C}$)

Таким образом, 60 минутной прогрев при $T = 400^\circ\text{C}$ является точкой – началом структурного изменения Si, приводящем в дальнейшем и к образованию SiO_2 (рисунок 1).

Морфология поверхности образцов (с) Si, по данным АСМ при температурной обработке 400°C и длительности от 10 до 360 минут в начале, имеет однородную структуру с небольшими пирамидальными выступами по всей поверхности исследуемого образца по оси z высотой до 15 нм, а затем поверхность трансформируется в более мелкие образования по фазовому составу. Низкая величина среднеквадратичной шероховатости и отсутствие кристаллических образований

указывают на аморфизацию поверхности кремния в процессе термоокисления. По мере увеличения продолжительности термообработки размеры пирамидальных выступов сглаживаются, а в некоторых местах поверхности обнаруживаются объединения этих образований, приводящее к большим пирамидальным образованиям, размеры которых достигают по высоте до 200-300 нм и по площади в несколько десятков квадратных нм (рисунок 4). Это островки оксидов кремния сформировавшиеся в результате термоотжига. Если обратиться к рисункам 1 и 2, то можно предположить, что при $t = 60$ минут термоотжига образца приводит к максимальному образованию SiO_2 на поверхности кремния и соответственно к изменению параметров решетки (рисунок 3). С другой стороны, эти результаты показывают, что при этих условиях температурной обработки Si происходит сдвиговые напряжения, а также высокие концентрации, точечных дефектов и их градиенты могут привести к реализации условий для появлений дислокаций и их роста [2]. Нагрев и высокая концентрация точечных дефектов приводят к деформации и образованию объединенных пирамидальных выступов больших размеров (рисунок 4) на поверхности. После установления термодинамического равновесия (до $t = 120$ минут) весь процесс вновь повторяется, но уже с частичной кристаллизацией.

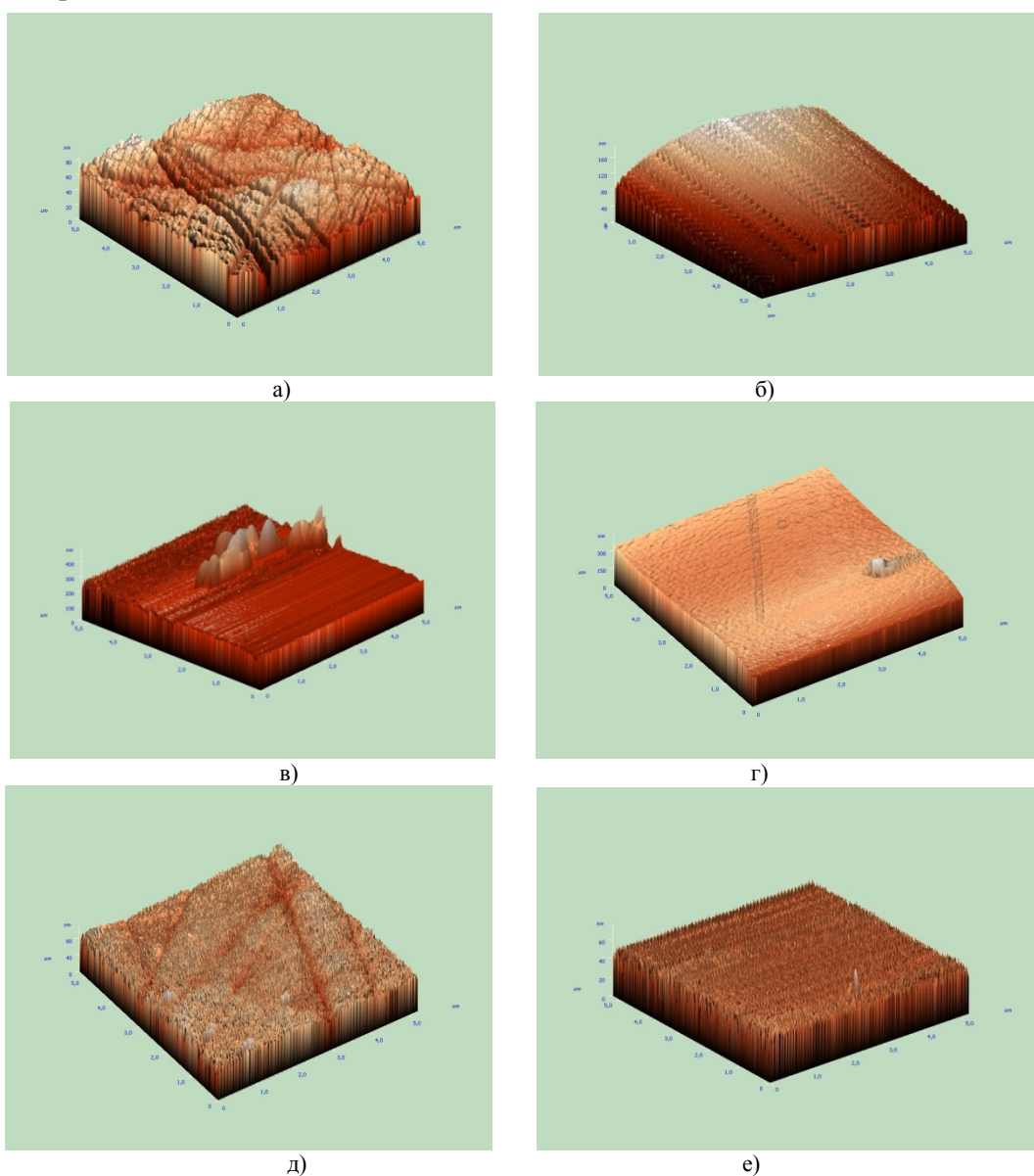


Рисунок 4 – АСМ изображение термоотожженного при 673°К образца (с) Si при различном времени ($t = 60$ мин): а) 10 мин; б) 30 мин; в) 60 мин; г) 120 мин; д) 240 мин; е) 360 мин

2. Влияние лазерного воздействия на структуру и морфологию поверхности кремния.

Процессы плавления и перекристаллизацию кремния, инициируемые лазерными импульсами, исследовались во многих работах [3, 4]. При этом выяснение основных закономерностей лазерного воздействия решались как в условиях неравновесности протекающих процессов, так и в условиях сильной неравновесности [5, 6]. Интересны работы, посвященные плавлению и кристаллизации в результате гомогенного зародышеобразованию по двумерному механизму послойного роста [7].

Воздействие лазерного излучения на полупроводники может приводить к различным изменениям их кристаллической структуры, электрофизических и оптических свойств [8]. Кроме того, изучение воздействия лазерной обработки на полупроводниковые структуры позволяют определить характеристики их дефектной структуры. Все это дает возможность использовать лазерный отжиг для создания пленок поликристаллического кремния как перспективного материала за счет рекристаллизации аморфных пленок.

Например, выделяют два аспекта лазерного влияния на диффузию атомов: термический и нетермический. Термическое влияние связывается с возможностью создания огромных градиентов температуры и термонапряжений – причина ускоренной диффузии. Нетермические действия лазерного излучения связывается с возбуждением электронных состояний, а также связывают с локальным плавлением поверхности. Процесс разрушения поверхности наблюдается только при многоимпульсном воздействии, носит накопительный характер и связан с генерацией и ростом дислокаций.

Результаты этих работ однозначно указывают на то, что лазерное воздействие на поверхности Si не однозначно в результатах, полученных экспериментом и поэтому исследование процесса дефектообразования и диффузии, разрушение поверхности кремния, образование локальных неоднородности в приповерхностном слое кремния, плавление и перекристаллизация при лазерном воздействии представляет огромный интерес.

Исследование проводилось с образцами (с) Si с удельным сопротивлением 10 Ом·см. Образцы подвергались предварительно термической обработке в атмосфере воздуха при температуре $T = 400^\circ\text{C}$ и времени 10, 30, 60, 120, 240 и 360 минут. Затем эти образцы подвергались непрерывному лазерному воздействию в течение 60 минут, мощность которого составил 50 МВт, эффективный диаметр сфокусированного пятна – 1,3 мм.

Исследование динамики процентного содержания кремния исходного образца и образовавшихся в процессе температурного отжига кремния и последующего лазерного воздействия в зависимости от времени прогрева в атмосфере воздуха привели к установлению зависимости увеличения процентного содержания образовавшихся на поверхности образца оксидов (термооксиды), приводящих к аналогичному уменьшению процентного содержания кремния в образце. Так, на рисунке 6 видно, что по мере увеличения времени термоотжига образца от 10 до 360 минут при температуре 400°C на поверхности, в основном, образуются диоксид кремния. Причем, своего

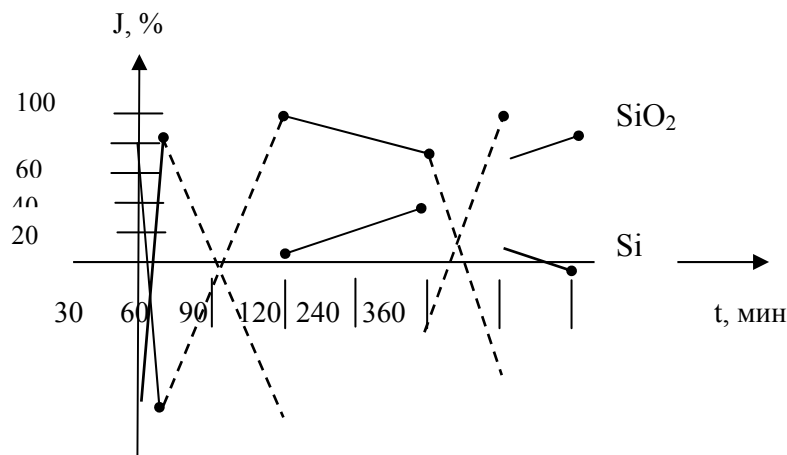


Рисунок 6 – Изменение процентного содержания Si и SiO₂ в зависимости от времени предварительного термоотжига и последующего лазерного воздействия ($T = 400^\circ\text{C}$)

максимального значения она достигает при 10-минутном и при 240-минутной времени термообработки образца. Анализ содержания кремния и возможных металлообразующих элементов в образце показал, что по мере увеличения времени термоотжига, когда температура прогрева образца 400°C остается постоянной, металлообразующие элементы не проявляются, не проявляются и силициды этих элементов. Поэтому симметрия образовавшихся SiO_2 и оставшихся кремния соблюдается.

Проведенные исследования позволили получить зависимость структурных параметров d и a от времени прогрева при термоотжиге образца 400°C в последующем лазерном воздействии. С увеличением времени термоотжига образца параметр d уменьшается, тогда как параметр кристаллической решетки a увеличивается по величине (рисунок 7).

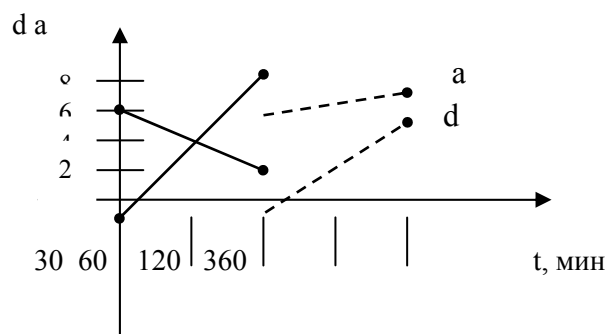


Рисунок 7 – Зависимость параметров решетки d и a от времени предварительного термоотжига и последующего лазерного воздействия ($t = 60$ минут)

Предварительное увеличение времени нагревания и последующего лазерного воздействия приводит к практически восстановлению значений d , а параметр решетки a не меняется. Все это говорит о том, что прогревание при 400°C и дальнейшем воздействии лазерного излучения структура кремния претерпевает некоторые изменения в следствии термоокисления атомов решетки кремния, которые затем стабилизируются (рисунок 6).

Анализ АСМ изображений морфологии поверхности образцов (с) Si при лазерном воздействии после предварительной температурной обработки 400°C и длительности от 10 до 360 минут показывают, что уже при 10-минутном предварительном термоотжиге лазерное облучение вызывает образование на поверхности кремния ее диоксида, поверхность покрывается пирамидальными выступами по оси z высотой до несколько десятков нм (рисунок 8). Если время предварительного термоотжига образца увеличить до 60 минут, дальнейшее лазерное воздействие приводит к сглаживанию, термоокисления приостанавливаются и остаются только небольшие островки пирамидальных выступов (рисунок 8).

При дальнейшем увеличении времени термоотжига до 120 минут процесс сглаживания поверхности кремния продолжается, укрупняя оставшиеся островки диоксида кремния (рисунок 8). При длительном предварительном термоотжиге образца ($t = 240$ минут) и последующем лазерном облучении мы замечаем, вновь идет процесс термоокисления – пирамидальные образования, причем не исключено, что поверхность пирамидальных образований частично плавится (рисунок 8). При $t = 360$ минут термоотжига и последующего лазерного воздействия поверхность образца покрывает игольчатые образования, а пирамидальные выступы постепенно сглаживаются (рисунок 8).

Как известно, при получении полупроводниковых материалов, используемых для создания электронной техники, часто используют технологическую операцию введения примесей, приводящую к нарушению структуры (аморфизации) поверхностного слоя. Восстановление кристаллической структуры и электрической активации введенных примесей осуществляется термической обработкой полупроводникового материала, что является нежелательным фактом, приводящим иногда к необратимому изменению электрофизических параметров исходного материала. Лазерный отжиг поверхностных слоев - один из наиболее результативных способов активации таких

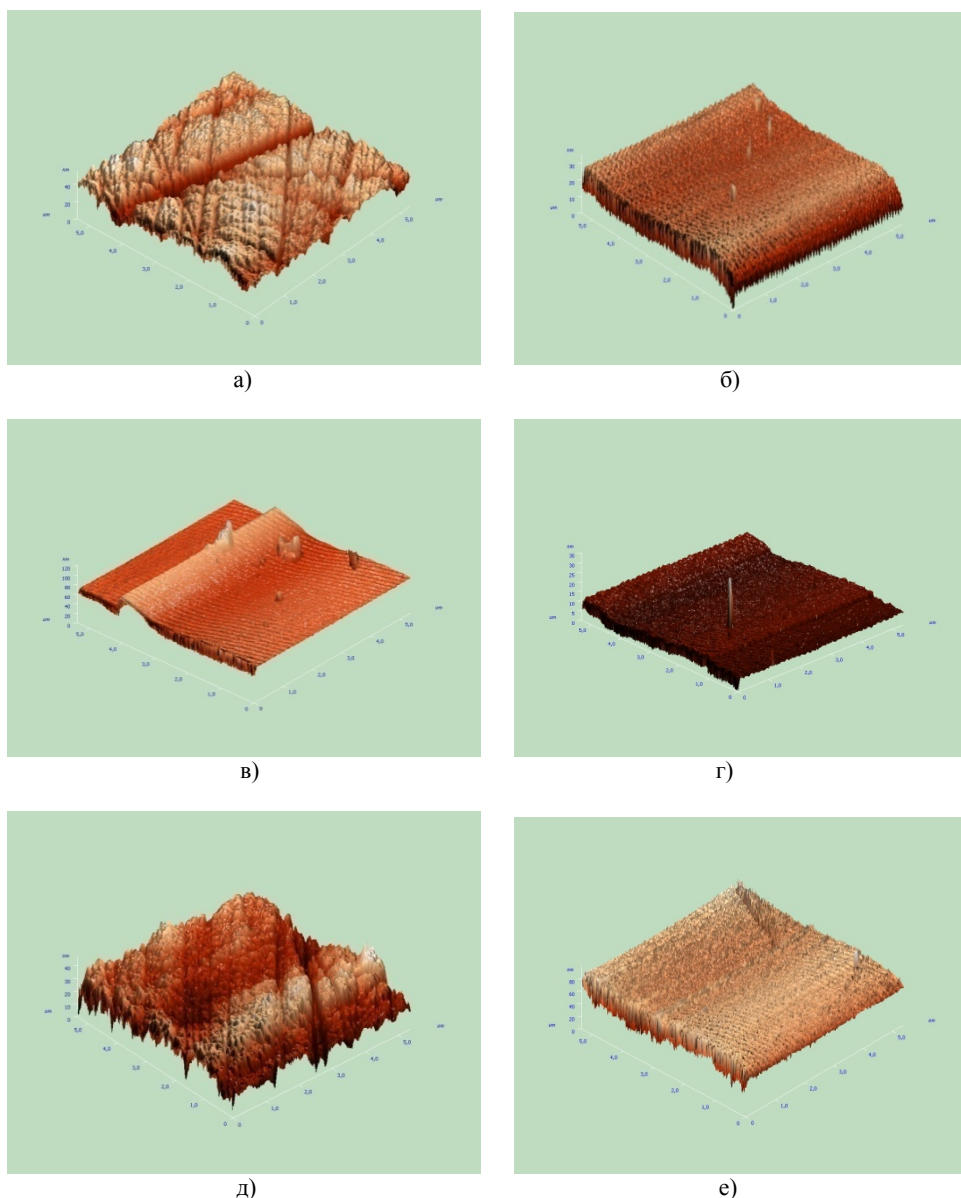


Рисунок 8 – АСМ изображение термоотожженного при 673°K образца (с) Si при различном времени отжига и последующем непрерывном лазерным воздействием ($t = 60$ мин):
 а - $t = 10$ мин; б - 30 мин; в - 60 мин; г - 120 мин; д - 240 мин; е - 360 мин

материалов. Ведь преимуществом такого способа обработки является возможность проведения отжига в атмосферных условиях и локализация участка отжига. Этот вид отжига связан также с локальным расплавлением активируемого объема или поверхности образца, при котором происходит кристаллизация с возрастанием коэффициента диффузии основных примесей приводящих к их высокой активации в несколько раз и возможностью получения бездефектных слоев. Наши эксперименты подтверждают эту трактовку (рисунок 8).

Термический отжиг, являющейся одной из составляющих лазерного воздействия, приводит к релаксации механических напряжений на границе раздела кремний – (естественный) окисел, что сопровождается образованием дефектов. Поскольку центрами адсорбции газов на реальной поверхности кремния являются, как правило, дефекты увеличения их концентрации после термообработки и последующего лазерного воздействия должно приводить к увеличению чувствительности структур поверхностного слоя к кислороду, природа появления которого разнообразна.

Если рассмотреть изменение слоев окисла, его рост и уменьшение, то можно предположить, что рост толщины SiO_2 с увеличением времени предварительного термоотжига и последующего

действия лазерного луча является следствием увеличения скорости окисления, а уменьшение толщины пленки связано с разложением SiO_2 , что подтверждается результатам наших экспериментов (рисунок 6).

Таким образом, сопоставляя рис.6 и рисунок 8, мы видим, что образование термоокисленных диоксидов кремния (SiO_2) идет в два этапа: при $t = 10$ минут и $t = 240$ минут. При этом лазерное воздействие убыстряет этот процесс. Одновременно идет процесс частичного плавления оксидной пленки, что может повлиять на структуру образца, а следовательно, на электрофизические характеристики кремния.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Тонкие пленки. Взаимная диффузия и реакции / Под ред Дис. Поута. – М.: Мир, 1982. – 576 с.
- [2] Банищев А.Ф., Голубев В.С., Крокев А.Ю. Разрушение поверхности кремния при импульсном воздействии лазерных импульсов // Сб. трудов ИПЛИТ РАН. – 2001.
- [3] Wood R/F& Giles G.E. // Phys Rev. B. – 1981. – Vol. 23. – P. 2923-2942.
- [4] Пиликович В.А., Малевич В.Л., Ивлев Г.Д., Шидков В.В.// ИФЖ. – 1985. – Т. 48, № 2. – С. 306-312.
- [5] Аверьякова М.Ю., Карков С.Ю., Ковальчук Ю.В. и др.// Письма в ЖТФ. – 1986. – Т. 12, вып. 18. – С. 1119-11123.
- [6] Cullis A.G., Weber H.C., Chew N.G. e/al. // Phys. Rev. Lett. – 1982. – Vol. 49. – P. 219-221.
- [7] Александров Н.П. кинетика кристаллизации и перекристаллизации полупроводниковых пленок. – Новосибирск: Наука, 1985. – 224 с.
- [8] Карачинов В.А. // ФТП. – 1997. – Т. 31, № 1. – С. 53-55.

REFERENCES

- [1] D. Pout. *Thin-films. Interdiffusion and reactions*, M.: Mir, 1982. 576 p. (in Russ.).
- [2] Banishev A.F., Golubev V.S., Krokev A.J. *Destruction of surface of silicon at impulsive influence of laser impulses*, IPLIT RAN. 2001. (in Russ.).
- [3] Wood R/F& Giles G.E. *Phys Rev.B*. 1981. Vol. 23. P. 2923-2942
- [4] Pilikovish V.A., Malevich V.L., Ivlev G.D., Schidkov V.V. *IFJ*, 1985. T. 48, № 2. P. 306-312. (in Russ.).
- [5] Averyakova M.Y., Karkov S.Y., Kovalshuk Y.V. *Letters are in ShTF*. 1986. Vol. 12, N 18. P. 1119-11123. (in Russ.).
- [6] Cullis A.G., Weber H.C., Chew N.G. e/al. *Phys. Rev. Lett*. 1982. Vol. 49. P. 219-221.
- [7] Александров Н.П. *Kinetics of crystallization and recrystallization of semiconductor tapes*. Novosibirsk: Nauka, 1985. 224 p. (in Russ.).
- [8] Karashinov V.A. *FTP*. 1997. Vol. 31, N 1. P. 53-55. (in Russ.).

ТЕМПЕРАТУРАЛЫҚ ЖӘНЕ ЛАЗЕРЛІК ӘСЕР ЕТУ КЕЗІНДЕГІ КРЕМНИЙ БЕТІНІҢ МОДИФИКАЦИЯСЫ

Т. С. Кошеров, Г. Қ. Тұрлыбекова, К. Қ. Нұрахметова, А. Сеитов

Қ. И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: термоқыздыру, біртіндеп лазерлік әсер ету, құрылымдық өзгерістер, тор параметрлері, беттің бұзылуы.

Аннотация. Si (с) кремний бетінің құрылымдық өзгерістері мен морфологиясына лазерлік және температуралық әсерді және кремний бетінде өтетін физика-химиялық процестерді зерттеу. Термоқыздыру барысында беттік қабаттың бұзылуы және параметрлердің құрылымдық өзгерістері байқалған. Лазерлік әсер ету тор параметрлеріне әлсіз әсер етіп, балқыту және қатайту (кристаллизация) процестері кезінде тотығуға және тотығу ақауларының қалыптасуына әсер етеді. Кремний бетінде мүмкін болатын физика-химиялық процестер жайында айтылған.

Барлық алынған тәжірибелік мәліметтердің жиыны, Si (с) кремнийді термиялық өңдеу, оның наноқұрылымының өзгеруіне, яғни, қоспалардың қатысуынан, негізінен дислокация бойында пайда болатын, оттегі мен көміртегінің SiO_2 кремний оксидінің пайда болуынан болады. Атмосферада әртүрлі уақытта қыздырылған үлгілерге лазерлік әсер ету қатты денелер электроникасының жұмыс жасауына кедергі келтіреді.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 145 – 154

**NUMERICAL ANALYSIS OF DYNAMIC DISTURBANCES
IN THE COMPOSITE ROD BY GRID-CHARACTERISTIC METHOD****Sh. M. Mamayev, I. T. Borasheva**

Taraz Innovative Humanitarian University, Taraz, Kazakhstan.

E-mail: sch_mamaev@mail.ru

Key words: composite rod, contact boundary, differential relations, numerical solution, reflected wave, refracted wave

Abstract. Blow to the longitudinal elastoplastic two-layer composite rod with fixed opposite end is considered. This process is described by a system of partial differential equations of hyperbolic type. The composite rod formed of a soft layer (aluminum) and hard layer (steel), with their different location. At the contact boundary rods condition of continuity of the particle velocity and stress. Analysis of numerical solutions showed the possibility of damage to the contact interface for composite rod aluminum-steel, as well as rapid decay of nonlinear effects in the case of steel-aluminum.

Calculations have shown the possibility of damage at the interface of dissimilar materials in the case of a composite rod with material of lower hardness to the material greater rigidity. The composite rod with a combination of "hard" material - "soft" material contributes to a relatively rapid decay of the nonlinear effects in it.

УДК 539.374:519.67

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ
ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ В СОСТАВНЫХ СТЕРЖНЯХ
СЕТОЧНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ****Ш. М. Мамаев, И. Т. Борашева**

Таразский инновационно-гуманитарный университет, Тараз, Казахстан

Ключевые слова: составной стержень, контактная граница, дифференциальные соотношения, численное решение, отраженная волна, преломленная волна.

Аннотация. Рассматривается продольный удар по упругопластическому двухслойному составному стержню с закрепленным противоположным концом. Этот процесс описывается системой уравнений в частных производных гиперболического типа. Составной стержень сформирован из мягкого слоя (алюминий) и жесткого слоя (сталь), при различном их расположении. На контактной границе стержней выполняется условие неразрывности скорости частиц и напряжения. Анализ численных решений показала возможность разрушений на контактной границе для составного стержня алюминий-сталь, а также быстрое затухание нелинейных эффектов в случае сталь-алюминий.

В технике получают распространение составные конструкции, основной целью создания которых является использование материалов с необходимыми качествами в соответствующих областях составной конструкции. Например, в дисках авиационных двигателей наиболее напряженной областью является ступица, в то время как полотно менее нагружено. Использование материала с повышенной прочностью в области ступицы и материала, отвечающего менее жестким требованиям, в полотне позволяет создать составную конструкцию с привлекательными

техническими характеристиками: конструкция может быть более легкой, иметь повышенные параметры долговечности и другие технические преимущества. Для изготовления составных конструкций применяют методы сварки трением или диффузионной сварки. В настоящей работе рассматриваются динамические характеристики таких составных конструкций и исследуются особенности волновых процессов, происходящих в них.

1. Основные уравнения плоской продольной волны для неоднородных составных стержней. Процесс распространения продольных волн в неоднородных стержнях, составленных из произвольного числа стержней, характеристики которых изменяется скачком при переходе от одного стержня к другому, описывается следующей системой уравнения в частных производных [1]

$$\begin{cases} \rho_n \frac{\partial v_n}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_n}{\partial x}, \\ \frac{\partial v_n}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon_n}{\partial t}, \\ \frac{\partial \varepsilon_n}{\partial t} - \frac{1}{E_n} \frac{\partial \sigma_n}{\partial t} = F_n(\sigma, \chi), \end{cases} \quad (1.1)$$

где n – номер соответствующего стержня; σ_n, ε_n – осевое напряжение и деформация; v_n – скорость смещение частиц; E_n – модуль упругости; ρ_n – плотность материала стержня; первое уравнение – уравнения движения, второе – уравнение неразрывности, третье – уравнение состояния для соответствующих стержней. Правая часть третьего уравнения зависит от скорости пластической деформаций и при отсутствии вязкости преобразуется в известное соотношение пластического течения [2]

$$F_n(\sigma, \chi) = \begin{cases} 0 & \text{при } \sigma \leq \sigma_n^s, \\ \left(\frac{1}{(E_k)_n} - \frac{1}{E_n} \right) \frac{\partial \sigma}{\partial t} & \text{при } \sigma > \sigma_n^s, \end{cases} \quad (1.2)$$

где $E_k = d\sigma/d\varepsilon$ – касательный модуль к кривой деформирования ($\sigma - \varepsilon$).

Решение системы уравнений (1.1) удобно искать относительно безразмерных параметров и безразмерных переменных

$$\bar{\sigma}_n = \frac{\sigma_n}{\sigma_k^s} = \frac{\sigma_n}{\rho_k c_k^2 l}, \quad \bar{\varepsilon}_n = \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_k^s}, \quad \bar{v}_n = \frac{v_n}{c_k \varepsilon_k^s}, \quad \bar{\rho}_n = \frac{\rho_n}{\rho_k}, \quad \bar{t} = \frac{t c_k}{l}, \quad \bar{x} = \frac{x}{l}, \quad (1.3)$$

где l – характерная длина, $\sigma_n^s, \varepsilon_n^s$ – пределы упругости стержня по напряжению деформации, k – номер стержня, где скорость распространения волн $c_n = (E_n/\rho_n)^{1/2}$ максимальная ($c_k = \max c_n$).

В матричной форме данная система уравнений (1.1) относительно безразмерных параметров и переменных представляется в виде

$$\bar{U}_{n,t} + A_n \bar{U}_{n,x} + \bar{B}_n = 0, \quad (1.4)$$

где

$$\bar{U}_n = \{v_n, \varepsilon_n, \sigma_n\}^T, \quad \bar{B}_n = \{0, 0, E_n F_n\}^T, \quad A_n = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{\rho_n} \\ -1 & 0 & 0 \\ -E_n & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (1.5)$$

Запятая перед индексом означает частное дифференцирование по соответствующей переменной, T – знак транспонирования.

Собственные значения $(\lambda_n)_i$ матрицы определяют характеристические направления. Решив характеристическое уравнение

$$\det(A_n - \lambda_n \cdot I) = 0,$$

где I – единичная матрица, определим собственные значения матрицы

$$(\lambda_n)_1 = -\sqrt{E_n / \rho_n}, (\lambda_n)_2 = \sqrt{E_n / \rho_n}, (\lambda_n)_3 = 0,$$

Они являются вещественными и различными. Поэтому система уравнений (1.4) является гиперболической [3] и имеет три семейства действительных характеристик

$$\frac{dx}{dt} = -\sqrt{\frac{E_n}{\rho_n}}, \quad \frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{E_n}{\rho_n}}, \quad \frac{dx}{dt} = 0, \quad (1.6)$$

вдоль которых выполняются следующие дифференциальные соотношения

$$\begin{aligned} d\sigma_n - \sqrt{\rho_n E_n} dV_n &= -E_n F_n dt, \\ d\sigma_n + \sqrt{\rho_n E_n} dV_n &= -E_n F_n dt, \\ d\varepsilon_n - \frac{1}{E_n} d\sigma_n &= F_n dt. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Интегрирование уравнений вдоль характеристик реализуется конечно-разностным представлением основных соотношений (1.7).

2. Конечно-разностное представление разрешающих уравнений. Интегрируя соотношения (1.7) вдоль характеристик, можно получить систему уравнений для определения неизвестных величин σ_n^{j+1} , v_n^{j+1} , ε_n^{j+1}

$$\begin{cases} \sigma_{ni}^{j+1} - \sigma_{ni+}^j - \sqrt{\rho_n E_n} \cdot (v_{ni}^{j+1} - v_{ni+}^j) = -E_n (F_{ni}^{j+1} + F_{ni+}^j) \tau / 2, \\ \sigma_{ni}^{j+1} - \sigma_{ni-}^j + \sqrt{\rho_n E_n} \cdot (v_{ni}^{j+1} - v_{ni-}^j) = -E_n (F_{ni}^{j+1} + F_{ni-}^j) \tau / 2, \\ \varepsilon_{ni}^{j+1} - \varepsilon_{ni}^j - \frac{1}{E_n} \cdot (\sigma_{ni}^{j+1} - \sigma_{ni}^j) = \frac{\tau}{2} (F_{ni}^{j+1} + F_{ni}^j), \end{cases} \quad (2.1)$$

n – номер стержня, i – номер узла по пространственной переменной, $j, j+1$ – номер нижнего и верхнего слоя по времени, знаки “+” и “-” – точки пересечения характеристики нижним слоем по времени (неузловые точки шаблона) опущенной из точки $A(i, j+1)$ верхнего слоя по времени. Детали получения уравнения (2.1) приведены в [4].

Для вычисления величин $\sigma_{ni\pm}^j, v_{ni\pm}^j, F_{ni\pm}^j$ в неузловых точках шаблона проводится интерполирование значений функции через их значения в узловых точках сетки [5]. При этом для того, чтобы ошибка, вводимая на одном шаге по времени, имела третий и более высокие порядки точности относительно σ, v и не ниже второго порядка точности относительно F , что позволяет обеспечить расчёт со вторым порядком точности относительно искомых величин. Следует использовать следующие соотношения квадратичного интерполирования для вычисления $\sigma_{ni\pm}^j, v_{ni\pm}^j$ и линейного интерполирования для вычисления $F_{ni\pm}^j$.

При линейном интерполировании используется формула

$$R_{n\pm} = R_{in} - \frac{\sqrt{E_n / \rho_n} \tau}{h} \cdot (R_{in} - R_{(i\pm 1)n}) + O(\tau^2). \quad (2.2)$$

Квадратичное интерполирование для внутренних точек

$$R_{n\pm} = \frac{\sqrt{E_n/\rho_n \tau} \cdot (\sqrt{E_n/\rho_n \tau \pm h})}{2h^2} \cdot R_{(i-1)n} - \frac{(E_n/\rho_n)\tau^2 - h^2}{h^2} \cdot R_{in} + \frac{\sqrt{E_n/\rho_n \tau} (\sqrt{E_n/\rho_n \tau \mp h})}{2h^2} R_{(i+1)n} + O(\tau^3), \quad (2.3)$$

и для граничных точек и точек контактных границ стержней

$$R_{n\pm} = \frac{(\sqrt{E_n/\rho_n \tau - h}) \cdot (\sqrt{E_n/\rho_n \tau - 2h})}{2h^2} R_{in} - \frac{\sqrt{E_n/\rho_n \tau} \cdot (\sqrt{E_n/\rho_n \tau - 2h})}{h^2} R_{(i\mp 1)n} + \frac{\sqrt{E_n/\rho_n \tau} \cdot (\sqrt{E_n/\rho_n \tau - h})}{2h^2} \cdot R_{(i\mp 2)n} + O(\tau^3). \quad (2.4)$$

Шаги по времени τ и пространственной переменной h выбираются в соответствии с требованием условия устойчивости [6] $c\tau/h \leq 1$.

3. Расчетная схема решения уравнений. При реализации расчетной схемы конечно-разностным методом разрешающие уравнения отличаются во внутренних и граничных точках и в точках контактных границ стержней.

3.1. Решение во внутренних точках. Во внутренних точках неизвестные величины $\sigma_i^{j+i}, \varepsilon_i^{j+i}, v_i^{j+i}$ определяется из системы линейных алгебраических уравнений (2.1)

$$\begin{cases} v_{ni}^{j+1} = \frac{1}{2} \left[(\sigma_{ni-}^j - \sigma_{ni+}^j - 0.5\tau \cdot E_n (F_{ni-}^j - F_{ni+}^j)) / \sqrt{\rho_n E_n} + v_{ni-} + v_{ni+} \right] \\ \sigma_{ni}^{j+1} = \sigma_{ni+}^j + \sqrt{\rho_n E_n} (v_{ni}^{j+1} - v_{ni+}^j) - 0.5\tau \cdot E_n (F_{ni}^{j+1} + F_{ni+}^j) \\ \varepsilon_{ni}^{j+1} = \sigma_{ni}^{j+1} + (\varepsilon - \sigma)_{ni}^j + \frac{\tau}{2} (F_{ni}^{j+1} + F_{ni}^j) \end{cases} \quad (3.1)$$

3.2. Решения в граничных точках. Обычно на границе задаются напряжения σ или скорость частицы v . Граничные условия в общем случае можно записать в виде

$$x = 0, \quad A_1 \cdot \sigma(0, t) + B_1 \cdot v(0, t) = Q_1(t), \quad (3.2)$$

$$x = L, \quad A_2 \cdot \sigma(L, t) + B_2 \cdot v(L, t) = Q_2(t), \quad (3.3)$$

в которых A_1, B_1, A_2, B_2 – некоторые постоянные. В зависимости от конкретных значений A_i, B_i можно сформулировать граничные условия различного типа.

В граничных точках одна из характеристик выходит за предел рассматриваемой области. В связи с этим в системе уравнений (2.1) нельзя использовать одно из уравнений, которое соответствует характеристике, выходящей из области исследования. Если присоединить к оставшимся при этом двум уравнениям одно из граничных условий (3.2) или (3.3), то получается замкнутая система уравнений относительно искомым величин σ, ε, v в граничной точке.

3.3. Решение в точках контактной границы стержней. Точка контактной границы стержней одновременно принадлежит обоим стержням (n -му и $(n+1)$ -му). По отношению к n -му стержню эта граница будет считаться как правая, а по отношению к $(n+1)$ -му стержню как левая, поэтому получается следующая система двух уравнений

$$\begin{cases} \sigma_{ni}^{j+1} - \sigma_{ni+}^j - \sqrt{\rho_n E_n} \cdot (v_{ni}^{j+1} - v_{ni+}^j) = -E_n (F_{ni}^{j+1} + F_{ni+}^j) \tau / 2, \\ \sigma_{(n+1)i}^{j+1} - \sigma_{(n+1)i-}^j + \sqrt{\rho_{n+1} E_{n+1}} \cdot (v_{(n+1)i}^{j+1} - v_{(n+1)i-}^j) = -E_{n+1} (F_{(n+1)i}^{j+1} + F_{(n+1)i-}^j) \tau / 2. \end{cases} \quad (3.4)$$

На контактной границе стержней принимается условия неразрывности вектора скорости частиц и напряжения

$$\sigma_{ni}^{j+1} = \sigma_{(n+1)i}^{j+1}, \quad v_{ni}^{j+1} = v_{(n+1)i}^{j+1}. \quad (3.5)$$

Таким образом, на контактной границе стержней имеются четыре уравнения (3.4), (3.5) с четырьмя неизвестными $\sigma_{ni}^{j+1}, v_{ni}^{j+1}, \sigma_{(n+1)i}^{j+1}, v_{(n+1)i}^{j+1}$.

4. Постановка задачи. Исследуется распространение плоских продольных упругопластических волн в биметаллическом стержне конечной длины l . Составными частями биметаллического стержня являются алюминий и сталь при различных способах их расположения (алюминий–сталь, сталь–алюминий). Нелинейное поведение материалов стержня задано экспериментальными кривыми деформирования, заданными в табличной форме и приведенными в таблицах 1 и 2. Модули упругости и плотности материалов исследуемых стержней составляют $E^{ст} = 200$ ГПа, $E^{ал} = 68.5$ ГПа, $\rho^{ст} = 7.9511 \cdot 10^{-10}$ кг·с²/мм⁴, $\rho^{ал} = 2.755 \cdot 10^{-10}$ кг·с²/мм⁴.

Таблица 1 – Экспериментальная зависимость напряжение-деформация (сталь)

| $\varepsilon_i \cdot 10^4$ | $\frac{\sigma_i}{9.8}$ МПа | $\sigma_i = \frac{\sigma_i}{\rho c_1^2} \cdot 10^4$ | $\varepsilon_i \cdot 10^4$ | $\frac{\sigma_i}{9.8}$ МПа | $\sigma_i = \frac{\sigma_i}{\rho c_1^2} \cdot 10^4$ |
|----------------------------|----------------------------|---|----------------------------|----------------------------|---|
| 0 | 0 | 0 | 22 | 28.0 | 1.4 |
| 10 | 20.00 | 1.0 | 32 | 30.0 | 1.5 |
| 11 | 20.75 | 1.0375 | 46 | 32.0 | 1.6 |
| 12 | 21.50 | 1.075 | 72 | 34.0 | 1.7 |
| 14 | 23.00 | 1.15 | 133 | 36.0 | 1.8 |
| 16 | 24.50 | 1.225 | 3600 | 74.0 | 3.7 |
| 18 | 26.00 | 1.3 | | | |

Таблица 2 – Экспериментальная зависимость напряжение-деформация (алюминиевый сплав Д-16 АТ)

| $\varepsilon_i \cdot 10^4$ | $\frac{\sigma_i}{9.8}$ МПа | $\sigma_i = \frac{\sigma_i}{\rho c_1^2} \cdot 10^4$ | $\varepsilon_i \cdot 10^4$ | $\frac{\sigma_i}{9.8}$ МПа | $\sigma_i = \frac{\sigma_i}{\rho c_1^2} \cdot 10^4$ |
|----------------------------|----------------------------|---|----------------------------|----------------------------|---|
| 0 | 0 | 0 | 14 | 31.75 | 1.5875 |
| 2.77 | 19.00 | 0.95 | 20 | 33.5 | 1.675 |
| 3.6 | 24.00 | 1.2 | 27.5 | 35.00 | 1.75 |
| 4.1 | 26.00 | 1.3 | 47.5 | 37.50 | 1.875 |
| 5.0 | 27.50 | 1.375 | 71.87 | 40.0 | 2.0 |
| 6.5 | 29.00 | 1.45 | 140 | 44.0 | 2.2 |
| 8.75 | 30.00 | 1.50 | | | |

На конце стержня $x = 0$ действует нестационарная нагрузка

$$\sigma_1(0, t) = f(t) \quad \text{при } x = 0. \quad (4.1)$$

Другой конец стержня $x = l$ жестко закреплен, т.е.

$$v_2(l, t) = 0 \quad \text{при } x = l. \quad (4.2)$$

На контактной границе стержней принято условие неразрывности вектора скорости частиц и напряжения

$$\sigma_1(l_1, t) = \sigma_2(l_1, t), \quad v_1(l_1, t) = v_2(l_1, t). \quad (4.3)$$

Здесь $l = l_1 + l_2$ – общая длина стержня, l_1, l_2 – длины соответствующих стержней.

Стержень в начальный момент времени находится в состоянии покоя

$$\sigma_n(x, 0) = v_n(x, 0) = \varepsilon_n(x, 0) = 0 \quad (n = 1, 2) \quad \text{при } t = 0 \text{ и } 0 \leq x \leq l. \quad (4.4)$$

При $t > 0$ от начального сечения $x = 0$ начинает распространяться возмущение со скоростью упругих волн. Перед фронтом волны точки стержня находятся в состоянии покоя, т.е.

$$\sigma_n(x, t) = v_n(x, t) = \varepsilon_n(x, t) = 0 \quad (n = 1, 2) \quad \text{при } x \geq t. \quad (4.5)$$

Внешняя динамическая нагрузка $f(t)$ в начале до момента времени t_0 линейно возрастает, а затем так же линейно убывает до нуля, т.е.

$$f(t) = \begin{cases} At & \text{при } t \leq t_0, \\ At_0 - B(t - t_0) & \text{при } t_0 < t \leq t_1, \\ 0 & \text{при } t > t_1. \end{cases} \quad (4.6)$$

Здесь A, B – постоянные, характеризующие скорости возрастания и убывания внешней нагрузки, t_0 – время соответствующее максимуму внешней нагрузки, t_1 – общее время действия внешней нагрузки.

Задача сводится к интегрированию системы уравнений (1.4) при граничных условиях (4.1)-(4.3) и нулевых начальных условиях (4.4). Задача решалась при следующих данных:

$$h = \tau = 0.025, l = 100h, l_1 = l_2 = 50h, A = 3, B = 2, t_0 = 20\tau = 0.5, t_1 = 50\tau = 1.25.$$

Здесь h, τ – шаг по координате и по времени, $\sigma_s^{cm} = \varepsilon_s^{cm} = 1, \sigma_s^{al} = 0.95, \varepsilon_s^{al} = 2.77$ – пределы упругости по напряжению и деформации. $f(t_0) = 1.5$ – максимальное значение внешней нагрузки.

5. Анализ численных результатов. На рисунке 1а представлено распределение напряжений по оси x для составного стержня алюминий-сталь в фиксированные моменты времени. Из приведенных кривых 1,2 при $t = 20\tau$ и $t = 50\tau$ видно, что со временем $t > t_0 = 20\tau$ стержень начинает разгружаться и по нему распространяется волна разгрузки, максимальные значения напряжений падают. В момент времени $t = 50\tau$ возмущение доходит до контактной границы (раздела) стержней. В этот момент времени обширная область ($18h \leq x \leq 37h$) первого стержня находится в зоне пластических деформаций. В дальнейшем с ростом времени область пластических деформаций приближается к контактной границе стержней. Известно [7], что при увеличении акустического импеданса $R = \rho_1 c_1$ упругих слоев волна напряжения увеличивается, скорость ее распространения снижается (при уменьшении акустического импеданса ситуация будет обратной). Этим обстоятельством объясняется то, что при прохождении возмущений в стержень с большей жесткостью:

- уровни напряжений повышаются и второй стержень в приведенные на рис.1а моменты времени находится в пластически нагруженном состоянии;
- передний фронт упругой волны в расчетное время не достигает нулевого значения (см. кривые 3 и 4).

Так как уровни напряжений во втором стержне повышаются и выполняется условие равенства напряжений на контактной границе (см. (4.3)), то в менее жестком и прочном первом стержне могут появиться граничные повреждения.

Из-за отставания заднего фронта пластической волны расширяются время действия нагрузки в области нелинейных деформаций. После отражения волны от жестко закрепленного конца (кривая 6) напряжение в зафиксированный момент времени $t = 120\tau$ достигает максимального значения и волна напряжения движется в обратном направлении. Отраженная от закрепленной поверхности волна в моменты времени $t < 150\tau$ (кривые 3, 4, 5, 6 и 7) еще не достигает контактной границы. Те же кривые 3, 4, 5, 6 и 7 в первом стержне характеризуют распределения напряжений в соответствующие моменты времени отраженной от контактной границы волны напряжений.

В моменты времени $t = 160\tau, t = 200\tau$ характер распределения напряжений определяется:

- во втором стержне наложением волн отраженных от закрепленной поверхности и отраженных и преломленных от контактной границы;
- в первом стержне наблюдается наложение отраженных от свободной поверхности волны, отраженной от контактной границы и преломленной из второго стержня (отраженная от закрепленного конца) волны напряжений.

На рисунке 1б представлен график распределения напряжений для составного стержня при обратном расположении стержней по жесткости (сталь, алюминий). Здесь картина существенно изменилась. Все события, как правило, происходят в первом (жестком) стержне. Пик начального пластического деформирования в первом стержне постепенно снижается, стержень начинает разгружаться (см. кривые 1 и 2). На переднем участке этих кривых имеется область постоянных напряжений, которая с возрастанием времени растет. Эта область соответствует отставанию пластической волны от упругой волны. Волна разгрузки, последовательно разгружая заданный внешний импульс, превращает его в упругий сигнал в форме трапеции (см. кривые 3, 4). В соответствии с импедансом стержней уровни напряжений во втором стержне меньше, чем в первом.

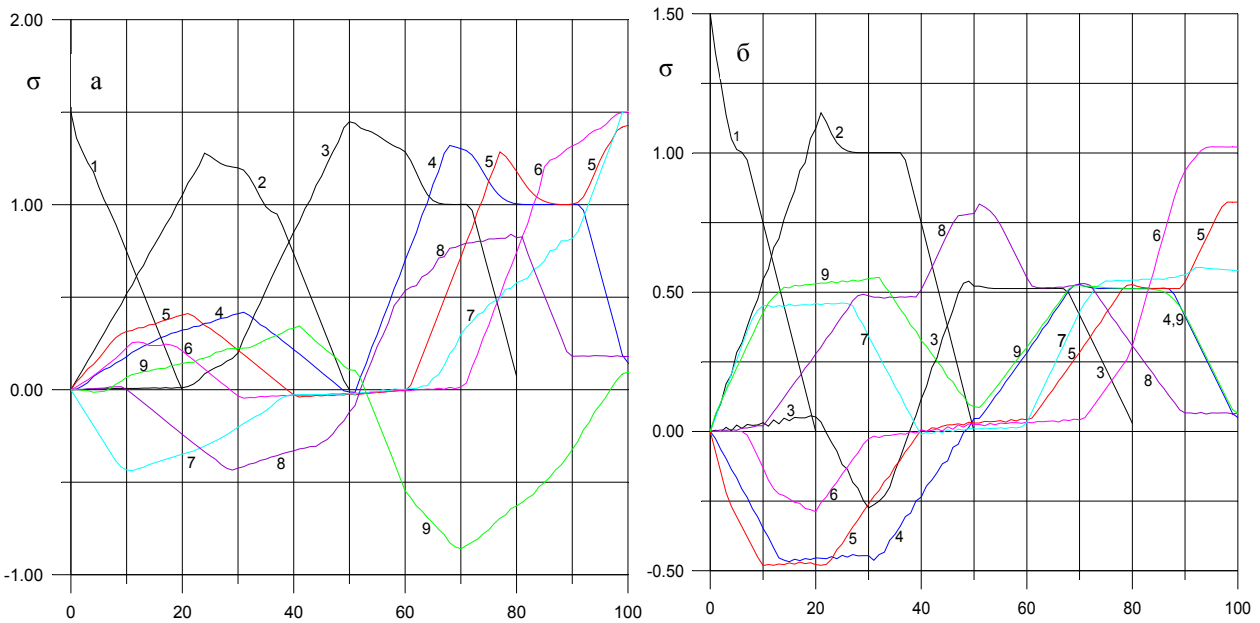


Рисунок 1 – Составной стержень алюминий, сталь (а) и сталь, алюминий (б). Распределение напряжений по оси x в фиксированные моменты времени t : 1(20τ), 2(50τ), 3(80τ), 4(100τ), 5(110τ), 6(120τ), 7(140τ), 8(160τ), 9(200τ)

Кривая 3 демонстрирует, что передний фронт отражённой от контактной границы волны напряжений в первом стержне и передний фронт преломлённой волны напряжений во втором стержне находятся практически на равном удалении от контактной поверхности. В момент времени $t=120\tau$ (кривая 6) при отражении волны от закрепленного конца точки в его окрестности пластически деформированы. До момента времени $t=150\tau$ отраженные в первом стержне волны и преломленные во втором не взаимодействуют друг с другом (см. кривые 3, 4, 5, 6, 7). При переходе преломленной волны в моменты времени $t > 150\tau$ на ее состояние оказывает влияние отраженная волна, а на состояние первого стержня преломленная из второй области x/h волна. Это обстоятельство можно видеть на кривых x/h 8 и 9, соответствующих моментам времени $t=160\tau$ и $t=200\tau$.

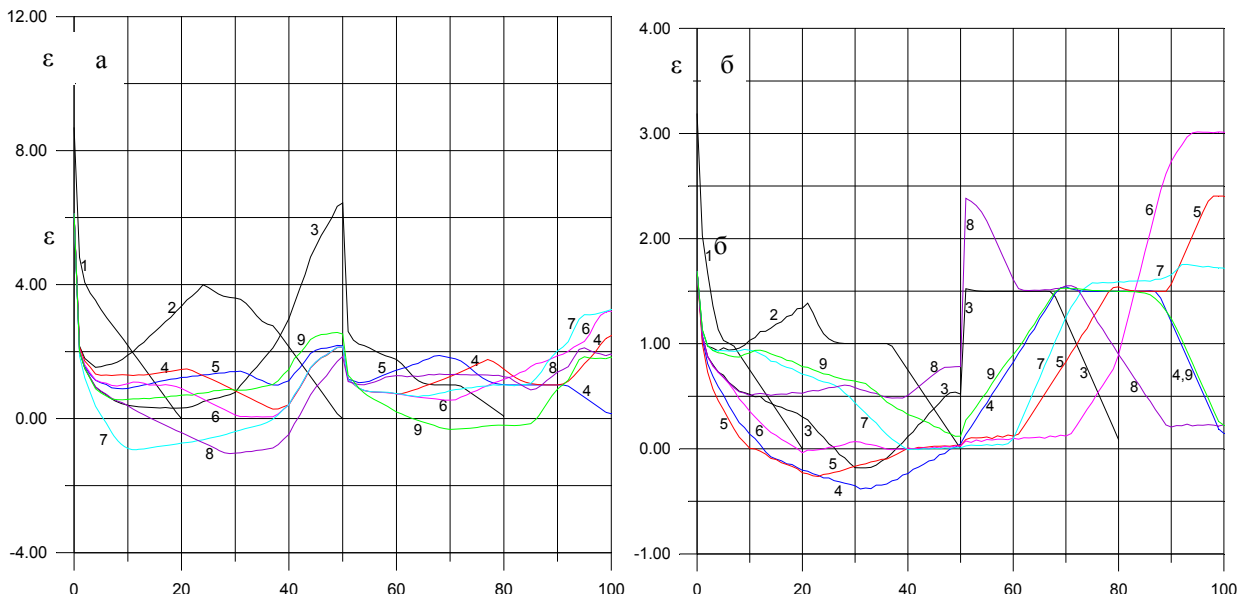


Рисунок 2 – Составной стержень алюминий, сталь (а) и сталь, алюминий (б). Распределение деформаций по оси x в фиксированные моменты времени t : 1(20τ), 2(50τ), 3(80τ), 4(100τ), 5(110τ), 6(120τ), 7(140τ), 8(160τ), 9(200τ)

Из рисунка 2 видно, что в районе перехода от слоя к слою градиент деформации большой и деформация практически здесь терпят разрыв. При переходе от мягкого слоя к жёсткому на границе раздела стержней деформация резко падает (рисунок 2а), а при переходе из жёсткого слоя к мягкому слою деформация резко возрастает (рисунок 2б). Это обстоятельство в некоторой мере может быть обусловлено принятыми в расчетах пределами текучести материалов.

На рисунке 3б приведены осциллограммы напряжений для точек, расположенных в окрестности контактной границы стержней $x=43, 45, 50, 51, 53, 55, 57, 60, 62, 65h$ составного стержня сталь-алюминий. Из осциллограммы видно, что в точках, лежащих в отрезке $(50h, 65h)$, уровни напряжений в течение определённого времени держатся на постоянном уровне. Это состояние области постоянных упругих напряжений во времени, образованной волной разгрузки (сравни с кривой 3,4 рисунок 1б). В рассматриваемых точках с момента времени $t=100\tau$ по $t=140\tau$ напряжения практически равны нулю. Это означает, что упругая волна в рассматриваемой точке заканчивает свое действие и через некоторое время накладывается отражённая от закреплённого конца волна напряжения, которая вырастает до максимального значения, равного 1. В случае, когда волна возвращается к свободному концу ($x=0$) $t > 150\tau$, напряжения в рассматриваемых точках для комбинации алюминий-сталь (рис. 3а) могут принимать как отрицательные, так и положительные значения, в то время как для другого расположения стержней они принимают только положительные значения. Отмеченный результат легко объясняется анализом распространения волны на характеристической плоскости (x, t) . Сначала рассмотрим точку $x=45h$ (2) расположенная в первом стержне, а поведение точек 1-4 аналогичные. В момент времени $t=45\tau$ внешнее возмущение вступает в точку $x=45h$ (2), заканчивает свое действие в момент времени $t=95\tau$, а в момент времени $t=55\tau$ в эту точку вступает отражённая волна от контактной границы и происходит наложение волн, и этот процесс продолжится до момента времени $t=105\tau$, уровень напряжения понизится, становится отрицательной. В момент времени $t=145\tau$ в эту точку вступает отражённая от свободного конца (отражённая от контактной границы волна отражается от свободного конца) волна, а в момент времени $t=155\tau$ вступает отражённая волна от закреплённого конца. Начиная с момента времени $t > 155\tau$ происходит наложение волны, отражённой от свободного и закреплённого конца. Отражённая волна от свободного конца отрицательная, поэтому до

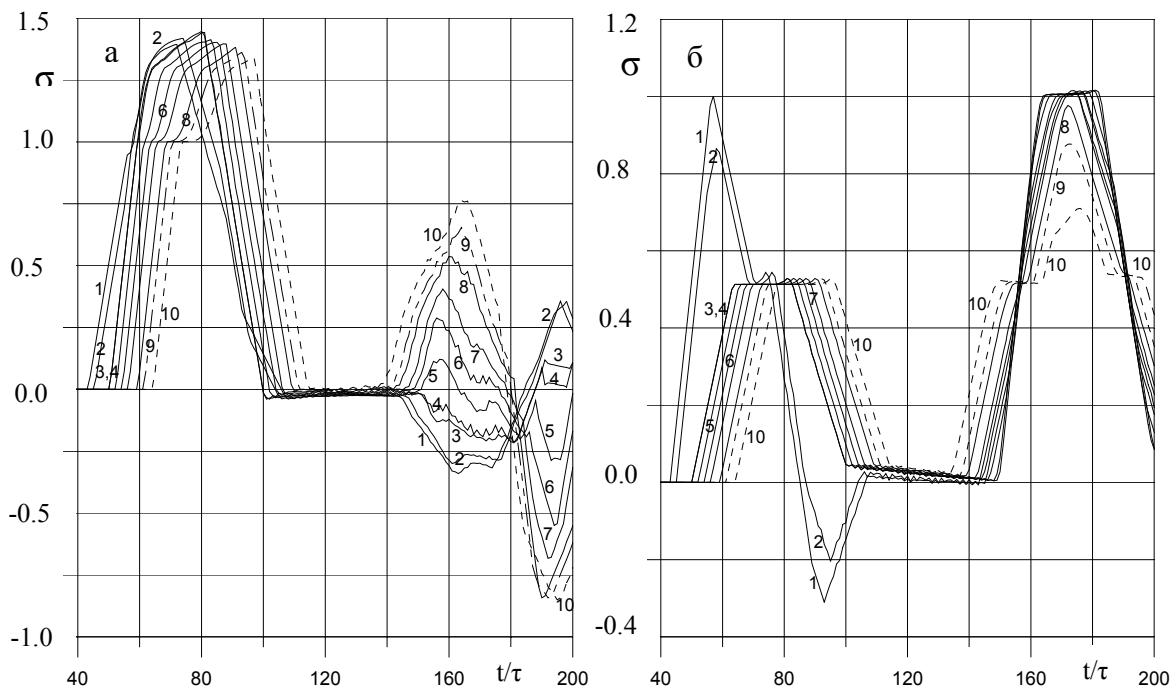


Рисунок 3 – Составной стержень алюминий, сталь (а) и сталь, алюминий (б).

Осциллограммы напряжений для сечений x :

43h (1), 45h (2), 50h (3), 51h (4), 53h (5), 55h (6), 57h (7), 60h (8), 62h (9), 65h (10)

момента времени $t=185\tau$ напряжение отрицательное, а затем становится положительной. Для точек $x>51h$, расположенных ближе закреплённому сечению, картина будет обратная (смотри кривые 5-10).

На рисунке 4 приведены осциллограммы напряжений для точек, расположенных в окрестности закреплённого конца $80h \leq x \leq 100h$ стержня. Из рисунка 4а для стержня (алюминий, сталь) видно, что максимальное значение напряжений превышает предел текучести стали в 1.5 раза, т.е. $\sigma_{ст}^{max}=1.5=1.5\sigma_s^{ст}$. Все точки указанного интервала находятся в пластическом состоянии. Для стержня (сталь, алюминий), (см. рисунок 4б) максимальное значение напряжений превышает предел текучести алюминия в 1.1 раза, т.е. $\sigma_{ал}^{max}=1.043=1.1\sigma_s^{ал}$ и область пластических деформаций, примыкающая к закреплённому концу, сужается, т.е. $90h < x \leq 100h$. В первом случае (алюминий, сталь) максимальное значение напряжений в закреплённом конце в 1.44 раза превышает максимальное значение напряжений, реализованном при другом расположении стержней, т.е. $\sigma_{ст}^{max}=1.44\sigma_{ал}^{max}$.

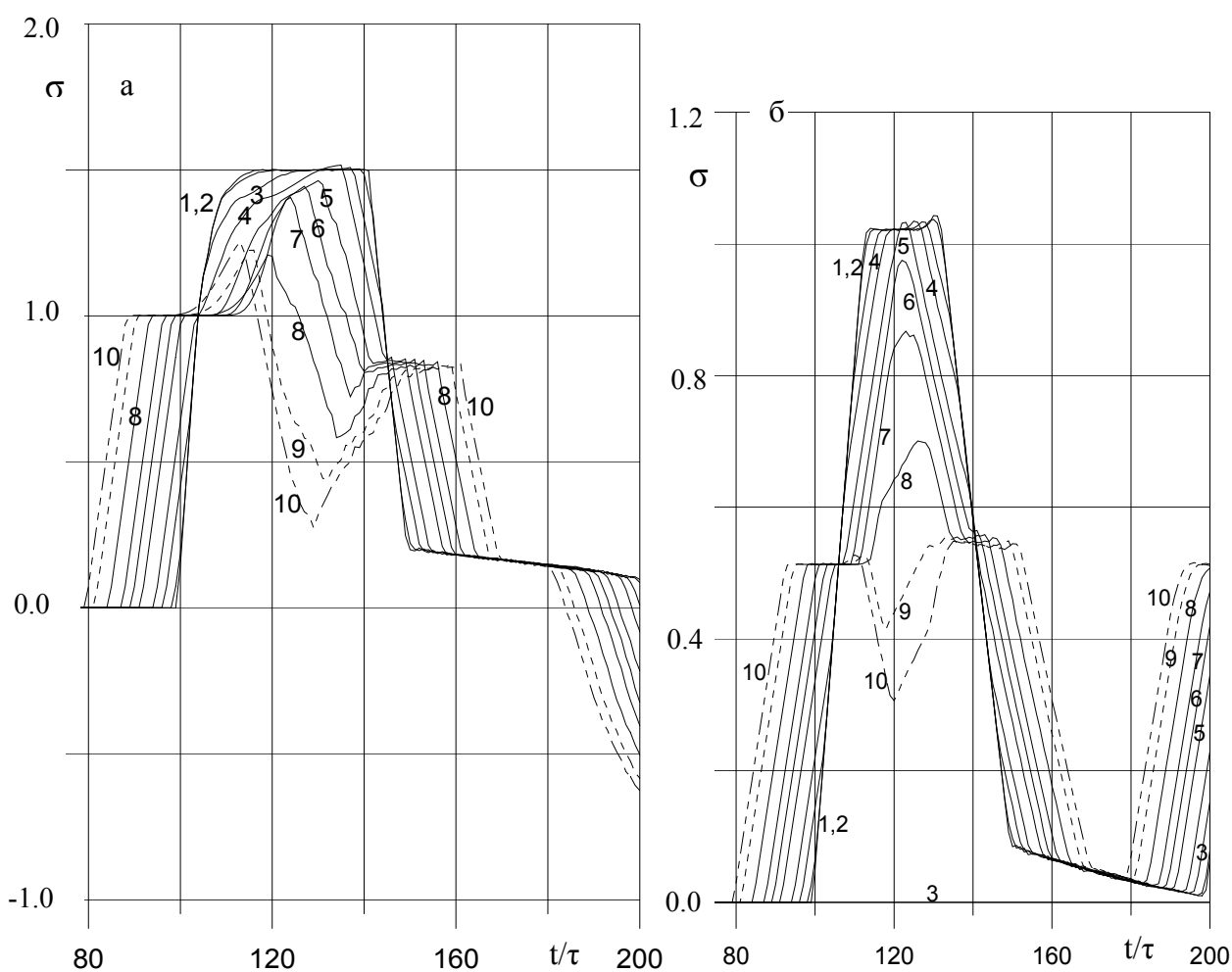


Рисунок 4 – Составной стержень алюминий, сталь (а) и сталь, алюминий (б). Осциллограммы напряжений для сечений x : 100h (1), 99h (2), 97h (3), 95h (4), 92h (5), 90h (6), 88h (7), 85h (8), 82h (9), 80h (10)

Выводы. Результаты расчетов находятся в полном соответствии с общими законами перехода от области к области согласно акустическому импедансу, в том числе в области нелинейных деформаций.

Расчетами показана возможность появления разрушений на границе контакта разнородных материалов в случае составного стержня с материалом меньшей жёсткости на материал большей жёсткости.

Составной стержень с комбинацией «жесткий» материал – «мягкий» материал способствует относительно быстрому затуханию нелинейных эффектов в ней.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ержанов Ж.С., Каримбаев Т.Д., Байтелиев Т.Б. Волны напряжений в однородных и неоднородных средах. – Алматы: Гылым, 1998. – 171 с.
- [2] Каримбаев Т.Д., Мамаев Ш. Теория течения при переменных скоростях деформаций // В кн.: Прикладные задачи механики деформируемого твердого тела. – Алма-Ата, 1989. – С. 52-58
- [3] Годунов С.К. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1971. – 416 с.
- [4] Кукуджанов В.Н. Компьютерное моделирование деформирования, повреждаемости и разрушение неупругих материалов и конструкций: Учебное пособие. – М.: МФТИ, 2008. – 215 с.
- [5] Турчак Л.И. Основы численных методов. – М.: Наука, 1987. – 320 с.
- [6] Магомедов К.М., Холодов А.С. Сеточно-характеристические численные методы. – М.: Наука, 1988. – 288 с.
- [7] Лаптев В.И., Тришин Ю.А. Увеличение начальной скорости и давления при ударе по неоднородной преграде // ПМТФ. – 1974. – № 6. – С. 128-132.

REFERENGES

- [1] Yerzhanov Zh.S., Karimbayev T.D., Bayteliev T.B. *Stress waves in homogeneous and heterogeneous environments*. Almaty: Gylm, 1998. 171 pp. (in Russ.).
- [2] Karimbayev T.D., Mamayev Sh. *Theory of flow at variable speeds of deformations*. In.: Applied problems of solid mechanics. Alma-Ata, 1989. P. 52-58. (in Russ.).
- [3] Godunov S.K. *The equations of mathematical physics*. Nauka, 1971. 416 pp. (in Russ.).
- [4] Kukudzhanov V.N. *Computer modeling of deformation of damage and destruction of non-elastic materials and structures*: Textbook. MM: MIPT, 2008. 215 p. (in Russ.).
- [5] Turchak L.I. *Basics of numerical methods*. M.: Nauka, 1987. 320 p. (in Russ.).
- [6] Magomedov K.M., Kholodov A.S. *Grid-characteristic numerical methods*. M.: Nauka, 1988. 288 p. (in Russ.).
- [7] Laptev V.I., Trishin Yu.A. *The increase in the initial velocity and pressure impact on non-uniform barrier*. J. Appl. 1974. № 6. P. 128-132. (in Russ.).

ҚҰРАМАЛЫ СЫРЫҚТА ДИНАМИКАЛЫҚ КЕРНЕУЛЕРДІҢ ТАРАЛУЫН ТОРЛЫҚ-ХАРАКТЕРИСТИКА ӘДІСІМЕН САНДЫҚ ЗЕРТТЕУ

М. Ш. Мамаев, И. Борашева

Тараз инновациялық-гуманитарлық университеті, Тараз, Қазақстан

Тірек сөздер: құрамалы сырық, түйісу шекарасы, дифференциалдық байланыс, сандық шешім, шағылысқан толқын, сынған толқын.

Аннотация. Қарама қарсы ұшы қатты бекітілген серпімді пластикалық екі қабатты құрамалы сырықты бойлай соққылау қарастырылады. Бұл процесс дербес туындылы гиперболалық типті дифференциалдық теңдеулер жүйесімен жазылады. Құрамалы сырық жұмсақ қабат (алюминий) және қатты қабаттың (болат) әр түрлі орналасуына байланысты құрастырылған. Қабаттардың түйіскен шекараларында кішкентай бөлшектердің жылдамдықтары және кернеулері үзіліссіз шарты орындалады. Сандық шешімдердің талдаулары құрамалы сырық алюминий-болат түйісу шекараларында қирауы мүмкін, ал болат-алюминий сырығында сызықтық емес әсерлердің жылдам өшуін көрсетеді.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 155 – 160

**MODEL OF THE FORM OF THE ORGANIZATION
OF COMPUTER LABORATORY WORK
ON RESEARCH OF DOPPLER EFFECT****K. A. Kabylbekov, Kh. A. Ashirbaev, A. P. Sabalakhova, A. I. Zhumagaliyeva**

M. Auezov South-Kazakhstan State University, Shymkent, Kazakhstan.

E-mail: kenkab@mail.ru

Keywords: form, model, computer, laboratory work, Doppler effect, frequency of a sound, sound receiver, sound radiator, sound source.

Abstract. The model of the organization of computer laboratory work for research of Doppler effect is offered. Model of Doppler effect, problems with the subsequent computer check, experimental, research and creative tasks includes tasks for acquaintance with computer model. Tasks are given much, performance to one pupil is unessential all of them. The teacher can pick up to everyone taking into account its ability or offer other similar tasks. It is necessary to pay special attention pupils on importance of performance of research and creative tasks.

УДК 532.133, 371.62, 372.8.002

**ДОППЛЕР ЭФФЕКТИСІН ЗЕРТТЕУГЕ АРНАЛҒАН
КОМПЬЮТЕРЛІК ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖҰМЫСТЫ
ҰЙЫМДАСТЫРУДЫҢ БЛАНКІ ҮЛГІСІ****К. А. Қабылбеков, Х. А. Аширбаев, А. П. Сабалахова, А. И. Жұмағалиева**

М. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент, Қазақстан

Тірек сөздер: бланкі үлгісі, компьютерлік зертханалық жұмыс, Допплер эффект, дыбыс жиілігі, дыбыс шығарушы, дыбыс қабылдаушы, дыбыс көзі.

Аннотация. Допплер эффектiсiн зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты ұйымдастырудың бланкі үлгісі ұсынылған. Үлгіде компьютерлік модельмен танысу тапсырмалары, жауабын компьютермен тексеруге арналған есептер, тәжірибелік, зерттеулік және творчестволық тапсырмалар қамтылған. Тапсырмалар артығымен берілген, олардың барлығын бір оқушының орындауы шарт емес. Оқушының шамасына қарай оқытушы тапсырмаларды таңдап бере алады, немесе өзінің құрастырған тапсырмаларын қоса алады. Оқушылардың зерттеулік және творчестволық тапсырмаларды орындауына аса көңіл аударғаны маңызды.

Қазақстан Республикасының Президенті-Елбасы Н. А. Назарбаев «Қазақстан-2050 – стратегиясы» – қалыптасқан мемлекеттің жаңа саяси бағыты» атты Қазақстан халқына Жолдауында: Қазақстан 2050 жылы 30 дамыған мемлекетер қатарына енуі керек деп атап көрсетті. Дамып келе жатқан елдер арасында мұндай қатарда болуы үшін бәсекелестік қатаң болады. Ұлт глобалдық экономикалық бәсекелестікке дайын болғанда ғана мұндай қатарда бола алады. Біз, аса маңызды мақсаттарымызды естен шығармай, мақсатты және шабытты еңбек етуіміз керек: қазіргі заманға сай нәтижелі білім мен денсаулық сақтау жүйесін құру. Бәсекеге қабілетті дамыған мемлекет болу үшін біз сауаттылығы жоғары елге айналуымыз керек. Бізге оқыту әдістемелерін

жаңғырту және өңірлік мектеп орталықтарын құра отырып, білім берудің онлайн-жүйелерін белсене дамыту керек болады. Біз қалайтындардың барлығы үшін қашықтан оқытуды және онлайн режимінде оқытуды қоса, отандық білім беру жүйесіне инновациялық әдістерді, шешімдерді және құралдарды қарқынды енгізуге тиіспіз [1].

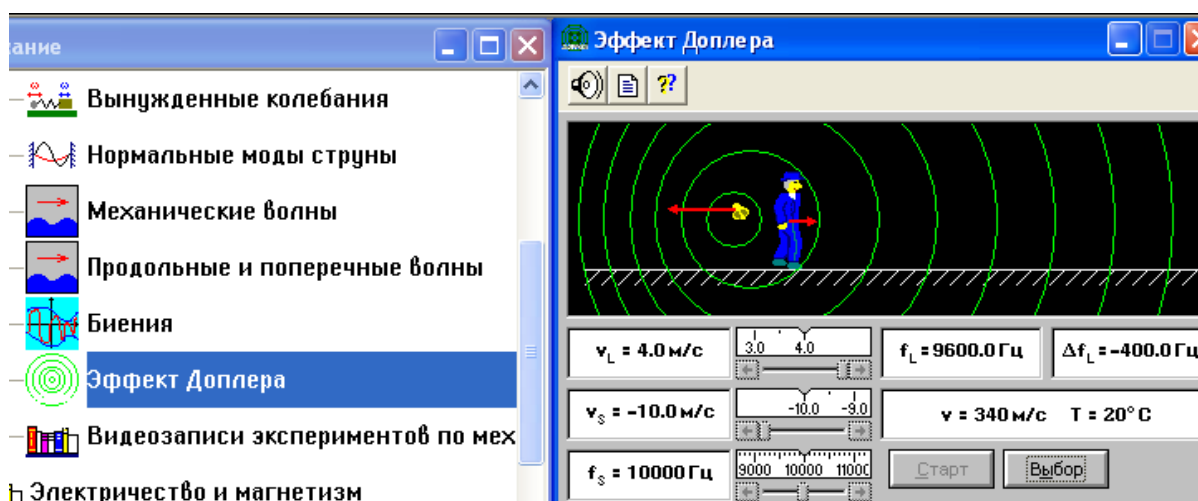
Президент жолдауында келтірілген тапсырмаларды орындау үшін М. Әуезов атындағы мемлекеттік университетінің «Физиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі» кафедрасы биылғы оқу жылында оқу үрдісіне "Білімдегі ақпараттық технологиялар", "Физиканы оқытудағы ақпараттық технологиялар" және "Электронды оқулықтарды оқу үрдісінде қолдану" курстарын енгізді. Курстың мақсаты: студент-болашақ физика мұғалімдерін оқу үрдісінде, өздерінің кәсіпшілік қызметінде және біліктілігін жоғарылатуында, оқу үрдісі мен сыныптан тыс жұмыстарды және компьютерлік зертханалық жұмыстарды ұйымдастыруда болашағы зор білім беру технологияларын творчесволық және тиімді пайдалануға дағдыландыру.

Оқу материалдары базасын жасауда студенттер мен магистранттар белсенді қатыстырылады. Авторлар құрастырған бірқатар демонстрациялық тәжірибелердің компьютерлік моделдерін оқу үрдісінде пайдалану және компьютерлік зертханалық жұмыстарды ұйымдастыруға арналған бланкі үлгілері туралы біз бұрын жазғанбыз [2-9].

Мақалада студенттерге, магистранттарға, мектеп мұғалімдеріне көмекші құрал ретінде оқушылардың [10] ресурсын пайдаланып «Допплер эффектісін зерттеу» компьютерлік зертханалық жұмысты ұйымдастыруда қандай тапсырмалар беруге болатынын және оқушыларға алдын ала берілетін компьютерлік зертханалық жұмыстың бланкі үлгісін ұсынамыз.

Жұмыс тақырыбы: Допплер құбылысын зерттеу.

Жұмыс мақсаты: Бақылаушының дыбыс көзінің шығарған дыбысының жиілігін қабылдауын және жиіліктер арасындағы байланысты анықтау.



Сурет

Теориядан қысқаша мәлімет. Егер дыбыс көзі мен бақылаушы (дыбыс қабылдаушы) салыстырма қозғалыста болса, онда қабылданған дыбыс жиілігі дыбыс көзінен шыққан дыбыс жиілігіне сәйкес келмейді. Бұл құбылыс Допплер эффектісі деп аталады. Қарапайым жағдайда дыбыс көзінің ауаға салыстырғандағы ($V_{д.к}$) жылдамдығы мен қабылдаушының ($V_к$) жылдамдығының бағыттары оларды қосатын түзу бойында жатады. ($V_{д.к}$) мен ($V_к$) жылдамдықтарының оң бағыты үшін дыбыс көзінен қабылдаушыға бағытталған бағытты алайық. Дыбыс V -жылдамдығын оң шама деп есептейміз.

1. Қабылдаушы қозғалған жағдай:

$$\lambda = \frac{V}{f_{А.Е.}} \quad f = \frac{V + V_0}{\lambda} = \left(1 + \frac{V}{V}\right) f_{А.Е.}$$

2. Дыбыс көзі қозғалған жағдай:

$$\lambda = \frac{V + V_{\dot{A}\dot{E}}}{f_{\dot{A}\dot{E}}} \cdot f = \frac{V}{\lambda} = \frac{1}{\left(1 + \frac{V_{\dot{A}\dot{E}}}{V}\right)} f_{\dot{A}\dot{E}}$$

3. Жалпы жағдай

$$f = \frac{V + V}{V + V_{\dot{A}\dot{E}}} f_{\dot{A}\dot{E}}$$

Осы қатынас. ($f_{д.к.}$) мен ($f_к$) жиіліктерін байланыстырады. ($V_{д.к.}$) мен ($V_к$) жылдамдықтары барлық жағдайларды ауаға немесе басқа дыбыс тарайтын ортаға салыстырғанда өлшенеді. Бұл Допплер эффектісінің релятивистік емес жағдайы. Бос кеістікте тараған жарық немесе радиотолқындар үшін қабылдаушы (бақылаушы) мен толқын көзінің V салыстырмалы жылдамдығы алынады. Релятивистік Допплер эффектісі үшін

$$f = \sqrt{\frac{c - V}{c + V}} f_{т.к.},$$

мұндағы c – бос кеістіктегі жарық жылдамдығы.

Сынып Фамилия..... Есімі.....

Оқушылардың жұмысты орындауға дайындығын тексеруге арналған бақылау сұрақтары.

➤ Допплер құбылысын сипаттаңдар.

Жауабы:.....

➤ Дыбыс қабылдаушы қозғалған жағдай үшін дыбыс көзінен шыққан дыбыс жиілігі мен қабылданған дыбыс жиілігі арасындағы қатынас қалай өрнектеледі?

Жауабы:.....

➤ Дыбыс көзі қозғалған жағдай үшін дыбыс көзінен шыққан дыбыс жиілігі мен қабылданған дыбыс жиілігі арасындағы қатынас қалай өрнектеледі?

Жауабы:.....

➤ Дыбыс қабылдаушы мен дыбыс көзі қозғалған жағдай үшін дыбыс көзінен шыққан дыбыс жиілігі мен қабылданған дыбыс жиілігі арасындағы қатынас қалай өрнектеледі?

Жауабы:.....

1. Танысу тапсырмалары (1-сурет).

1.1. Бақылаушы мен дыбыс көздерінің жылдамдықтарын оң және теріс таңбалы етіп олардың қозғалысын бақылаңдар. Қандай жағдайларда олар бір біріне жақындайтынын немесе алыс-тайтынын бақылап нәтижелерін жазып алыңдар.

Жауабы:.....

2. Жауабын компьютерлік тәжірибе арқылы тексеретін есептер. Есептерді алдымен қағазға жазып шығарып нәтижелерін зертханалық жұмыс бланкісімен бірге мұғалімге тапсырыңдар.

2.1. Бақылаушы тыныштықта тұр ($V_к=0$). $V_{д.к}=2,0$ м/с жылдамдықпен қозғалған дыбыс көзі жиілігі $f_{д.к}=10,0$ кГц дыбыс шығарады. Егер ол бақылаушыдан алыстап бара жатса, онда бақылаушы дыбысты қандай жиілікте естиді?

Жауабы:.....

2.2. Бақылаушы тыныштықта тұр ($V_к=0$). $V_{д.к}=4,0$ м/с жылдамдықпен қозғалған дыбыс көзі жиілігі $f_{д.к}=10,0$ кГц дыбыс шығарады. Егер ол бақылаушыдан алыстап бара жатса, онда бақылаушы дыбысты қандай жиілікте естиді?

Жауабы:.....

2.3. Бақылаушы тыныштықта тұр ($V_к=0$). $V_{д.к}=6,0$ м/с жылдамдықпен қозғалған дыбыс көзі жиілігі $f_{д.к}=10,0$ кГц дыбыс шығарады. Егер ол бақылаушыдан алыстап бара жатса, онда бақылаушы дыбысты қандай жиілікте естиді?

Жауабы:.....

2.4. Бақылаушы тыныштықта тұр ($V_k=0$). $V_{д.к}=8,0$ м/с жылдамдықпен қозғалған дыбыс көзі жиілігі $f_{д.к}=10,0$ кГц дыбыс шығарады. Егер ол бақылаушыдан алыстап бара жатса, онда бақылаушы дыбысты қандай жиілікте естиді?

Жауабы:.....

2.5. Бақылаушы тыныштықта тұр ($V_k=0$). $V_{д.к}=10,0$ м/с жылдамдықпен қозғалған дыбыс көзі жиілігі $f_{д.к}=10,0$ кГц дыбыс шығарады. Егер ол бақылаушыдан алыстап бара жатса, онда бақылаушы дыбысты қандай жиілікте естиді?

Жауабы:.....

2.6. Бақылаушы тыныштықта тұр ($V_k=0$). $V_{д.к}=2,0$ м/с жылдамдықпен қозғалған дыбыс көзі жиілігі $f_{д.к}=10,0$ кГц дыбыс шығарады. Егер ол бақылаушыға жақындаса, онда бақылаушы дыбысты қандай жиілікте естиді?

Жауабы:.....

2.7. Бақылаушы тыныштықта тұр ($V_k=0$). $V_{д.к}=4,0$ м/с жылдамдықпен қозғалған дыбыс көзі жиілігі $f_{д.к}=10,0$ кГц дыбыс шығарады. Егер ол бақылаушыға жақындаса, онда бақылаушы дыбысты қандай жиілікте естиді?

Жауабы:.....

2.8. Бақылаушы тыныштықта тұр ($V_k=0$). $V_{д.к}=6,0$ м/с жылдамдықпен қозғалған дыбыс көзі жиілігі $f_{д.к}=10,0$ кГц дыбыс шығарады. Егер ол бақылаушыға жақындаса, онда бақылаушы дыбысты қандай жиілікте естиді?

Жауабы:.....

2.9. Бақылаушы тыныштықта тұр ($V_k=0$). $V_{д.к}=8,0$ м/с жылдамдықпен қозғалған дыбыс көзі жиілігі $f_{д.к}=10,0$ кГц дыбыс шығарады. Егер ол бақылаушыға жақындаса, онда бақылаушы дыбысты қандай жиілікте естиді?

Жауабы:.....

2.10. Бақылаушы тыныштықта тұр ($V_k=0$). $V_{д.к}=10,0$ м/с жылдамдықпен қозғалған дыбыс көзі жиілігі $f_{д.к}=10,0$ кГц дыбыс шығарады. Егер ол бақылаушыға жақындаса, онда бақылаушы дыбысты қандай жиілікте естиді?

Жауабы:.....

3. Тәжірибелік есептер.

3.1. Өзен бойымен қозғалған теплоход $f_{д.к}=400,0$ Гц ол дыбысты дыбыс шығарады. Жағада тұрған бақылаушы $f_k=395,0$ Гц жиілікте қабылдайды. Теплоход қандай жылдамдықпен қозғалып барады, ол бақылаушыға жақындап барады ма, немесе бақылаушыда алстап барады ма?

Жауабы:.....

3.2. Өзен бойымен қозғалған теплоход $f_{д.к}=420,0$ Гц ол дыбысты дыбыс шығарады. Жағада тұрған бақылаушы $f_k=415,0$ Гц жиілікте қабылдайды. Теплоход қандай жылдамдықпен қозғалып барады, ол бақылаушыға жақындап барады ма, немесе бақылаушыда алстап барады ма?

Жауабы:.....

3.3. Өзен бойымен қозғалған теплоход $f_{д.к}=440,0$ Гц ол дыбысты дыбыс шығарады. Жағада тұрған бақылаушы $f_k=425,0$ Гц жиілікте қабылдайды. Теплоход қандай жылдамдықпен қозғалып барады, ол бақылаушыға жақындап барады ма, немесе бақылаушыда алыстап барады ма?

Жауабы:.....

3.4. Өзен бойымен қозғалған теплоход $f_{д.к}=400,0$ Гц ол дыбысты дыбыс шығарады. Жағада тұрған бақылаушы $f_k=405,0$ Гц жиілікте қабылдайды. Теплоход қандай жылдамдықпен қозғалып барады, ол бақылаушыға жақындап барады ма, немесе бақылаушыда алстап барады ма?

Жауабы:.....

3.5. Өзен бойымен қозғалған теплоход $f_{д.к}=420,0$ Гц ол дыбысты дыбыс шығарады. Жағада тұрған бақылаушы $f_k=425,0$ Гц жиілікте қабылдайды. Теплоход қандай жылдамдықпен қозғалып барады, ол бақылаушыға жақындап барады ма, немесе бақылаушыда алстап барады ма?

Жауабы:.....

3.6. Өзен бойымен қозғалған теплоход $f_{д.к}=440,0$ Гц ол дыбысты дыбыс шығарады. Жағада тұрған бақылаушы $f_k=445,0$ Гц жиілікте қабылдайды. Теплоход қандай жылдамдықпен қозғалып барады, ол бақылаушыға жақындап барады ма, немесе бақылаушыда алстап барады ма?

Жауабы:.....

3.7. Полиция сиренасы $f_{д.к}=400,0$ Гц жиілікте дыбыс шығарады. Жол ережесін 100 км/сағ жылдамдықпен бұзған көлікті қуған полиция машинасының жылдамдығы 140 км/сағ. Дыбыс жылдамдығын 344 м/с деп есептеп, қуғындағы машинаның жүргізушісінің қабылдаған дыбыс жиілігін анықтандар.

Жауабы:.....

3.8. Полиция сиренасы $f_{д.к}=450,0$ Гц жиілікте дыбыс шығарады. Жол ережесін 120 км/сағ жылдамдықпен бұзған көлікті қуған полиция машинасының жылдамдығы 180 км/сағ. Дыбыс жылдамдығын 344 м/с деп есептеп, қуғындағы машинаның жүргізушісінің қабылдаған дыбыс жиілігін анықтандар.

Жауабы:.....

4. Зерттеу тапсырмалары.

4.1. Дыбыс көзі қозғалған жағдай үшін доплер эффектісіндегі жиіліктер айырмасы 10,0 Гц болатын компьютерлік тәжірибелерді іске асырып, қабылуаушы мен дыбыс көзінің жиіліктерінің арасындағы байланыс туралы қорытынды шығарындар.

Жауабы:.....

4.2. Бақылаушы қозғалған жағдай үшін доплер эффектісіндегі жиіліктер айырмасы 10,0 Гц болатын компьютерлік тәжірибелерді іске асырып, қабылуаушы мен дыбыс көзінің жиіліктерінің арасындағы байланыс туралы қорытынды шығарындар.

Жауабы:.....

4.3. Бақылаушы мен дыбыс көзі қозғалған жағдай үшін доплер эффектісіндегі жиіліктер айырмасы 10,0 Гц болатын компьютерлік тәжірибелерді іске асырып, қабылуаушы мен дыбыс көзінің жиіліктерінің арасындағы байланыс туралы қорытынды шығарындар.

Жауабы:.....

4.4. 2.1. -2.5. есептерінің нәтижелерін сараптап қорытынды жасаңдар.

Қорытынды:.....

4.5. 2.6. -2.10. есептерінің нәтижелерін сараптап қорытынды жасаңдар.

Қорытынды:.....

5. Творчестволық тапсырмалар.

5.1. 4.1. 2.1-2.10. есептеріне ұқсас есептер құрастырындар.

Жауабы:.....

| Орындалған тапсырмалар саны | Қателер саны | Сіздің бағалауыңыз |
|-----------------------------|--------------|--------------------|
| | | |

Бланкіде тапсырмалар саны артығымен берілген. Бір оқушы олардың барлығын орындауы шарт емес. Мұғалім ұсынылған тапсырмалар ішінен іріктеп оқушының шамасына қарай бергені дұрыс, немесе басқа да тапсырмалар ұсынуына болады. Оқушылардың зерттеулік және творчестволық тапсырмаларды орындауына аса көңіл аударғаны маңызды.

ӘДЕБИЕТ

[1] Назарбаев Н.А. «Стратегия «Казахстан-2050»-новый политический курс состоявшегося государства». Послание народу Казахстана. – Астана. www.bnews.kz. 14 декабря .

[2] Кабылбеков К.А., Байжанова А. Использование мультимедийных возможностей компьютерных систем для расширения демонстрационных ресурсов некоторых физических явлений // Труды Всероссийской научно-практ. конф. с междунар. участием. – Томск, 2011. – С. 210-215.

[3] Кабылбеков К.А., Дасибеков А.Д., Аширбаев Х.А., Серкебаев С.К. Физика сабақтарында компьютерлік моделдер мен виртуал лабораторияларды қолдану әдістемесі // Труды междунар. научно-практ. конф. «Ауезовские чтения-12: «Роль регионального университета в развитии инновационных направлений науки, образования и культуры», посвящ. 70-летию ЮГУ им. М. Ауэзова. – Шымкент, 2013. – Т. 5. – С. 157-161.

[4] Кабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Арысбаева А.С. Оқушылардың өз бетінше атқаратын компьютерлік зертханалық жұмыс бланкісінің үлгісі // Известия НАН РК. – 2013. – № 6. – С. 82-89.

[5] Кабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Байдуллаева Л.Е., Абдураимов Р. Фотоэффект, комптонэффекті заңдылықтарын оқытуда компьютерлік үлгілерді қолданудың әдістемесі, компьютерлік зертханалық жұмыс атқаруға арналған бланкі үлгілері // Известия НАН РК. – 2013. – № 6. – С. 114-121.

- [6] Кабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Турганова Т.К., Нуруллаев М.А., Байдуллаева Л.Е. Жинағыш және шашыратқыш линзаларды үлгілеу тақырыбына сабақ өткізу үлгісі // Известия НАН РК. Серия физ.-мат. – 2014. – № 2. – С. 286-294.
- [7] Кабылбеков К.А., Аширбаев Х.А., Саидахметов П.А., Рүстемова Қ.Ж., Байдуллаева Л.Е. Жарықтың дифракциясын зерттеуді ұйымдастыруға арналған компьютерлік зертханалық жұмыстың бланкі үлгісі // Изв. НАН РК. – 2015. – № 1. – С. 71-77.
- [8] Кабылбеков К.А., Аширбаев Х.А., Такибаева Г.А., Сапарбаева Э.М., Байдуллаева Л.Е., Адинева Ш.И. Зарядталған бөлшектердің магнит өрісінде қозғалысын және масс-спектрометр жұмысын зерттеуді ұйымдастыруға арналған компьютерлік зертханалық жұмыстың бланкі үлгісі // Изв. НАН РК. – 2015. – №1. – С. 80-87.
- [9] Кабылбеков К.А., Аширбаев Х. А., Саидахметов П.А., Байгулова Н.З., Байдуллаева Л.Е. Ньютон сақиналарын зерттеуді ұйымдастыруға арналған компьютерлік зертханалық жұмыстың бланкі үлгісі // Изв. НАН РК. Серия физ.-мат. – 2015. – № 1. – С. 14-20.
- [10] CD диск компании ОАО «Физикон». «Открытая физика 1.1». – 2001.

REFERENCES

- [1] Nazarbayev H.A. "Strategy" Kazakhstan-2050 »- a new political policy of the taken place state». The message to the people of Kazakhstan. Astana. www.bnews.kz. On December, 14th 2012. (in Russ.).
- [2] Kabyzbekov K.A., Bajzhanova A. *Application of multimedia possibilities of computer systems for expansion of demonstration resources of some physical phenomena*. Works All-Russia scientifically-practical conference with the international participation. Tomsk, 2011. P. 210-215. (in Russ.).
- [3] Kabyzbekov K.A., Dasibekov A.D., Ashirbaev H.A., Serkebaev S.K. *Technique of use of computer models and virtual laboratory works at physics lessons*. Works of the international scientifically-practical conference «Auezovsky readings-12: «the Role of regional university in development of innovative directions of a science, formation and culture», devoted to 70 anniversary SKSU named after M. Auezov, Shymkent, 2013, Vol. 5, P.-157-161. (in Kaz.).
- [4] Kabyzbekov K.A., Saidahmetov P.A., Arysbaeva A.S. *Model of the form of the organization of independent performance of computer laboratory works as pupils*. News of NAS RK, 2013, №6, p. 82-89. (in Kaz.).
- [5] Kabyzbekov K.A., Saidahmetov P.A., Bajdullaeva L.E., Abduraimov R.A. *Technique of use of computer models at photo and Compton-effect studying and form model organization computer laboratory works*. News of NAS RK, 2013. №6, P. 114-121. (in Kaz.).
- [6] Kabyzbekov K.A., Saidahmetov P.A., Turganova T., Nurullaev M.A., Bajdullaeva L.E. *Model of carrying out of a lesson of modelling of collecting and disseminating lenses*. News of NAS RK, a series a physical-mat. № 2, 2014, P. 286-294.
- [7] Kabyzbekov K.A., Ashirbaev Kh.A., Saidahmetov P.A., Rustemova K.J., Bajdullaeva L.E. *Model of the form of the organisation of computer laboratory work on research of diffraction of light*. News of NAS RK, № 1. 2015, P. 71-77. (in Kaz.).
- [8] Kabyzbekov K.A., Ashirbaev Kh.A., Takibaeva G.A., Saparbaeva E.M., Bajdullaeva L.E., Adineva S.I. *Model of the form of the organization of computer laboratory work on research of movement of the charged particles in a magnetic field and mass spectrometer works*. News of NAS RK, № 1. 2015. P. 80-87. (in Kaz.).
- [9] Kabyzbekov K.A., Ashirbaev Kh.A., Saidahmetov P.A., Bajgulova N.Z., Bajdullaeva L.E. *Model of the form of the organisation of computer laboratory work on research of rings of Newton*. News of NAS RK, 1 (299), a series a physical-mat., № 1. 2015, P. 14-20. (in Kaz.).
- [10] CD a disk of the company of Open Society "Physical icons". «The open physics 1.1". 2001. (in Russ.).

МОДЕЛЬ ОРГАНИЗАЦИИ КОМПЬЮТЕРНОЙ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДОППЛЕР ЭФФЕКТА

К. А. Кабылбеков, Х. А. Аширбаев, А. П. Сабалахова, А. И. Джумагалиева

Южно-Казахстанский университет им. М. Ауезова, Шымкент, Казахстан

Ключевые слова: модель бланка, компьютерная лабораторная работа, Допплер эффект, частота звука, излучатель звука, приемник звука, источник звука.

Аннотация. Предлагается модель организации компьютерной лабораторной работы для исследования Допплер эффекта. Модель включает задания для ознакомления с компьютерной моделью Допплер эффекта, задачи с последующей компьютерной проверкой, экспериментальные, исследовательские и творческие задания. Задания даны с избытком, выполнение всех их одному ученику необязательно. Преподаватель может подобрать каждому с учетом его способности или предложить другие подобные задания. Следует обратить особое внимание учеников на важность выполнения исследовательских и творческих заданий.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 161 – 167

**INVESTIGATION OF PHYSICAL PROPERTIES
OF NANOSCALE POROUS SILICON FILMS****S. M. Manakov¹, Ye. Sagidolda^{1,2}**¹Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan,²Al-Farabi Laboratory of Engineering Profile, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: erulan.sagidolda@kaznu.kz

Key words: porous silicon, electrochemical etching, photoluminescence, nanocrystals.

Abstract. The structure and physical properties of porous silicon obtained by electrochemical etching of monocrystalline silicon with n-type conductivity in a mixture of hydrofluoric acid and ethyl alcohol were investigated. Samples were studied using the methods of scanning probe microscopy, scanning electron microscopy, Raman spectroscopy and photoluminescence. It was concluded that by varying technological parameters and conditions of the etching process we can control the size of nanocrystals and manufacture nanostructures of porous silicon film with improved properties.

The influence of technological regimes of films based on its structural and photoluminescent properties. Studies on the PC the same thickness have shown that longer etching leads to more advanced surface morphology and increasing its porosity. Films produced during etching 1-2 minutes is the average quadratic roughness $Sq = 1.63 - 1.85$ nm and for samples obtained within 20 minutes $Sq = 2.96$ NM; the characteristic size of the irregularities on the surface of the boards has risen from 4.2 nm and 8.0 Nm. Scanning electron microscopy demonstrated that the distribution of concentrations on the surface evenly, and sizes range from 7 nm to 9 NM.

The offset maximum spectrum of Raman scattering in low-energetic region of the spectrum identified by dimensions nanocrystallites PC samples, these sizes have decreased from 6.6 nm up to 3.8 nm with increasing duration of etching from 1 minute up to 20 minutes. It was found that the intensity of the luminescence in the samples above boards with sizes nanocrystallites 3.8 nm and the maximum is shifted to the short-wave region of the spectrum and is localized at 650 nm.

УДК 539.216:621.371

**ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ
НАНОРАЗМЕРНЫХ ПЛЕНОК ПОРИСТОГО КРЕМНИЯ****С. М. Манаков¹, Е. Сагидолда^{1,2}**¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан,²Лаборатория инженерного профиля (ЛИП) КазНУ им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан**Ключевые слова:** пористый кремний, электрохимическое травление, фотолюминесценция, нанокристаллиты.

Аннотация. Исследованы структура и физические свойства пленок пористого кремния, полученного методом электрохимического травления монокристаллического кремния n-типа проводимости в смеси плавиковой кислоты и этилового спирта. Изготовленные образцы исследовались с применением методов сканирующей зондовой и электронной микроскопии, рамановской спектроскопии и фотолюминесценции. Показано, что путем изменения технологических параметров и условий процесса травления можно контролировать размеры нанокристаллитов и изготавливать пленки наноструктурированного пористого кремния с улучшенными свойствами.

Введение. Пористый кремний (ПК) привлекает внимание исследователей в первую очередь в связи с его люминесцентными свойствами [1]. Наряду с этим широкое изучение различных свойств ПК открыло перспективы его многочисленных альтернативных применений в таких областях, как солнечные элементы, биотехнология, сенсоры [2,3]. Разработанные методы электрохимического травления кремния позволяют управляемо варьировать параметры пористого слоя в целях оптимизации его физических свойств. Морфология поверхности пленок пористого кремния и их структурные и оптические свойства зависят от концентрации и типа примеси в исходной кремниевой подложке, от величины анодного тока и его длительности травления, от состава и температуры электролита и ряда других факторов [4].

Использование метода комбинационного рассеяния света позволяет оценить характерные размеры нанокристаллитов в пористом кремнии и их зависимость от технологических режимов получения ПК. Более детальную информацию о морфологии поверхности полупроводниковых пленок можно получить, используя метод атомно-силовой микроскопии [5, 6].

В работе представлены результаты исследования структуры, морфологии и фотолюминесцентных свойств пленок пористого кремния, выращенного на с-Si подложках n-типа проводимости при различных значениях длительности и величины анодирующего тока.

Изготовление образцов. Для изготовления ПК использовались подложки монокристаллического кремния n-типа с концентрацией фосфора 10^{18} см^{-3} и кристаллографической ориентацией (100). Пластины кремния перед получением ПК обезжиривались в трихлорэтилене, промывались в деионизированной воде, затем погружались в раствор $\text{H}_2\text{SO}_4: \text{H}_2\text{O}_2$ (4 : 1) с температурой 90°C в течение 10 минут, травились 10 секунд в смеси HF и H_2O (1 : 50) и тщательно промывались в деионизированной воде. Травления происходило в электролите содержащий плавиковую кислоту и этиловый спирт в соотношении 1:1,5.

Для выявления различий в структуре и свойствах ПК были приготовлены три группы образцов при различных плотностях анодирующего тока и длительности травления: 1 – $J = 1 \text{ мА/см}^2$, $t = 20$ минут; 2 – $J = 15 \text{ мА/см}^2$, $t = 2$ минуты и 3 – $J = 25 \text{ мА/см}^2$, $t = 1$ минута. Напряжение источника питания для всех групп образцов не изменялось и составляло 10 В. Эти режимы обеспечивали примерно одинаковую толщину ПК $\sim 1 \text{ мкм}$. Измерение структуры и свойств образцов ПК осуществлялось после 10 дней их хранения на воздухе.

Результаты и их обсуждение

Морфология пленок изучалась с помощью сканирующего зондового микроскопа NT-MDT Ntegra Thermo. Исследование морфологии поверхности ПК с использованием метода сканирующей зондовой микроскопии (СЗМ) выявило ее зависимость от режимов травления.

На рисунке 1 представлены 3D изображения (1а, 2а, 3а) и 2D изображения (1с, 2с, 3с) поверхности исследуемых пленок ПК, выращенных при вышеуказанных условиях. Профиль сечения вдоль центральной линии показан на рисунке 1б, 2б, 3б для трех групп образцов.

Из рисунка 1 видно, что длительное травление при малой плотности тока 1 мА/см^2 (рисунок 1б) приводит к более развитой поверхности с меньшими размерами характерных структур чем при меньшем времени травления, но с большими плотностями тока 15 мА/см^2 и 25 мА/см^2 (рисунок 2б и 3б соответственно).

Для математической характеристики текстуры поверхности используем среднюю квадратичную шероховатость S_q , определяемую как:

$$S_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (H_i - \hat{H})^2}{N}}, \quad (1)$$

где N - число измеренных точек, \hat{H} - средняя высота (нулевой уровень), H_i - высота i -той точки. Результаты измерений показали, что средняя квадратичная шероховатость для образца 1 группы $S_q = 2,96 \text{ нм}$, 2 - $S_q = 1,85 \text{ нм}$, 3 - $S_q = 1,63 \text{ нм}$.

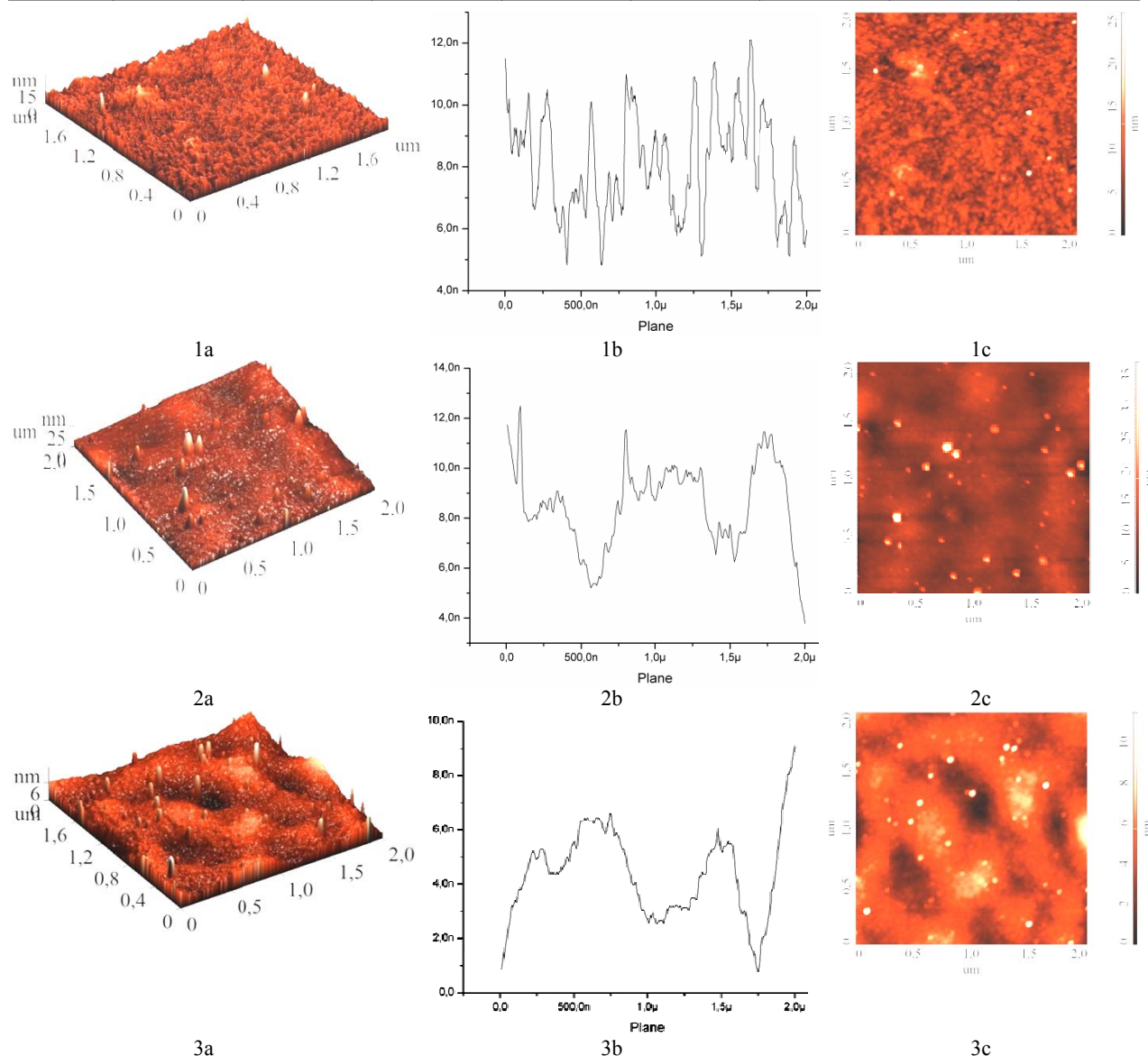
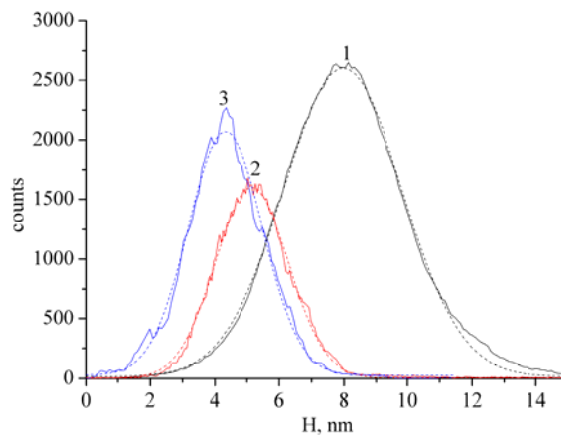


Рисунок 1 – СЗМ изображение образцов ПК, полученных при различных режимах для трех групп образцов: 1 – $J = 1 \text{ mA/cm}^2$, $t = 20 \text{ мин.}$; 2 – $J = 15 \text{ mA/cm}^2$, $t = 2 \text{ мин.}$; 3 – $J = 25 \text{ mA/cm}^2$, $t = 1 \text{ мин.}$

Используя модуль обработки изображения СЗМ, на рисунке 2 построена функция распределения высоты профиля для исследуемых пленок ПК. Расчет выполнялся для участков поверхности одинакового размера 2x2 мкм.

Рисунок 2 – Функция распределения высоты профиля пленок ПК для образцов 1,2,3. Пунктирными линиями показано разложение кривых на гауссианы



Распределение неоднородностей на поверхности ПК хорошо аппроксимировалось гауссовской кривой с максимумами $H_1=8,0$ нм, $H_2=4,8$ нм, $H_3=4,2$ нм для образцов 1, 2, 3. Для образца 3 с наименьшим временем травления характерный размер неоднородностей был минимальным.

Изучение СЗМ изображений поверхности ПК продемонстрировало, что с увеличением плотности тока поверхность пленок становится более гладкой по сравнению с ПК, полученным при токе $J = 1$ мА/см². Калибровочные опыты по определению пористости показали, что при увеличении плотности тока от $J = 1$ мА/см² до $J = 25$ мА/см² происходит уменьшение пористости от 50% до 30%, а характерные размеры уменьшаются от 8,0 нм до 4,2 нм [7].

С использованием электронного микроскопа FEI Quanta 200 FEG получены микрофотографии поверхности и поперечного сечения образцов ПК. На рисунке 3 представлена поперечное сечение (а) и поверхность ПК (b), выращенного в режиме малой плотности тока. Как видно из рисунка 3, пористый кремний демонстрирует губчатую структуру. Распределение концентрации пор по поверхности равномерное, а размеры пор варьируются от 7 нм до 9 нм. Образцы, полученные при больших плотностях тока, характеризуются меньшей концентрацией пор на поверхности ПК.

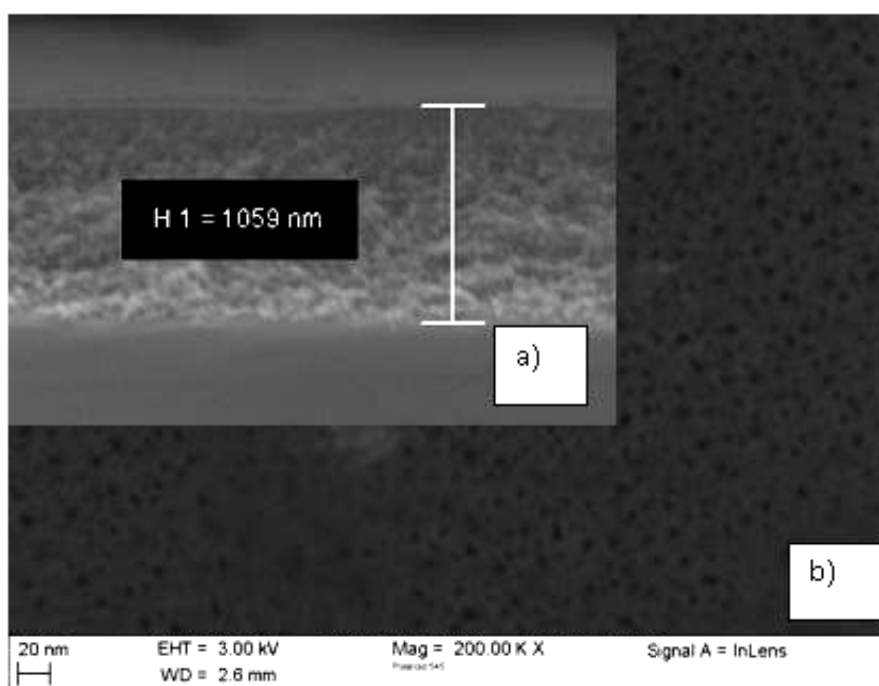


Рисунок 3 – Микрофотография скола (а) и поверхности (b) образца ПК, выращенного при $J = 1$ мА/см² в течении 20 мин.

Доказательством увеличения ширины запрещенной зоны в ПК из-за наличия наноразмерных кремниевых кластеров, образующихся вблизи стенок пор, является фотолюминесценция в пористом кремнии. Спектры фотолюминесценции измерялись при комнатной температуре с использованием спектрометра NT-MDT Ntegra Spectra, при возбуждении лазером мощностью 20 мВт на длине волны 477 нм. Диаметр лазерного пятна на образце составлял около 2 мкм.

На рисунке 4 показаны спектры фотолюминесценции (ФЛ) для трех типов образцов ПК. Для всех образцов форма спектра ФЛ приближается к гауссовской кривой, максимумы кривых лежат в диапазоне 650-680 нм, что соответствует энергии фотонов 1,82–1,91 эВ. Эти пики соответствуют излучению в красной области спектра и объясняются на основе модели квантового ограничения [8].

Интенсивность пиков ФЛ коррелирует с длительностью травления, максимальная интенсивность наблюдалась в образцах 1 группы, что можно объяснить большей пористостью, более развитой морфологией поверхности и увеличением концентрации нанокристаллитов.

Спектры отражения для всех трех групп образцов снимались на спектрофотометре Shimadzu UV-3600 и представлены на рисунке 5.

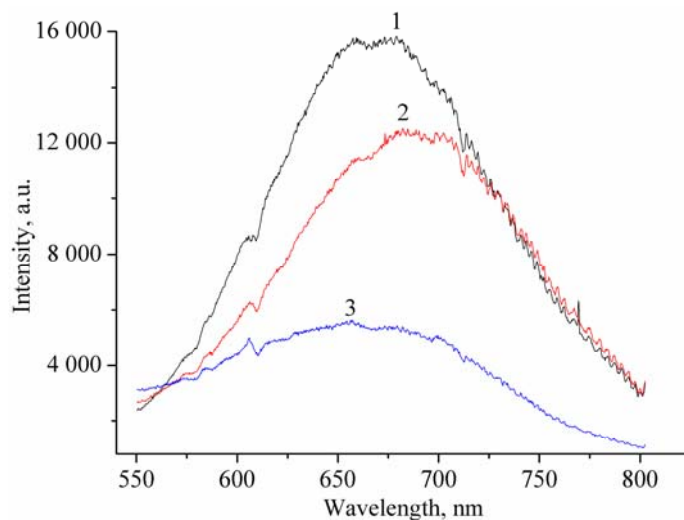


Рисунок 4 – Спектры фотолуминесценции образцов ПК, полученных при различных режимах: 1 – $J = 1 \text{ мА/см}^2$, $t = 20 \text{ мин.}$; 2 – $J = 15 \text{ мА/см}^2$, $t = 2 \text{ мин.}$; 3 – $J = 25 \text{ мА/см}^2$, $t = 1 \text{ мин.}$

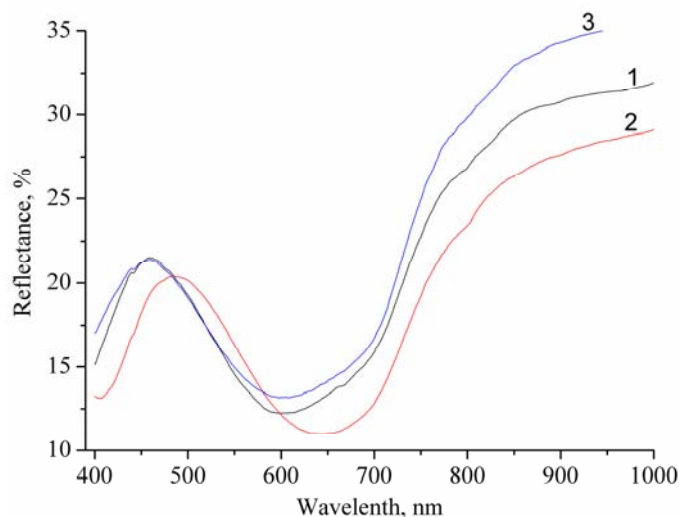


Рисунок 5 – Спектральные зависимости коэффициента отражения образцов ПК, полученных при различных режимах: 1 – $J = 1 \text{ мА/см}^2$, $t = 20 \text{ мин.}$; 2 – $J = 15 \text{ мА/см}^2$, $t = 2 \text{ мин.}$; 3 – $J = 25 \text{ мА/см}^2$, $t = 1 \text{ мин.}$

Положения интерференционных минимумов и максимумов достаточно хорошо совпадают для всех образцов, что свидетельствует об их одинаковой толщине.

Спектры комбинационного рассеяния света пористого кремния являются хорошим диагностическим инструментом при исследовании структурных фаз в ПК и дает возможность оценить характерные размеры нанокристаллитов. Для этой цели измеряют сдвиг рамановского пика в низкоэнергетическую область спектра относительно узкого пика на частоте 520 см^{-1} в монокристаллическом кремнии, связанного с продольными оптическими модами (LO). Спектры комбинационного рассеяния света полученных образцов снимались с использованием спектрометра NT-MDT Ntegra Spectra и показаны на рисунке 6.

Пик на $514\text{-}518 \text{ см}^{-1}$ (вместо 520 см^{-1}) появляется после травления монокристаллического кремния и связан с формированием нанопористой структуры [9]. Область $565\text{-}485 \text{ см}^{-1}$ связана с поперечными оптическими модами (TO) в аморфном кремнии.

Для всех образцов ПК наблюдался сдвиг положения пиков Рамановских спектров в низкоэнергетическую область. Наибольший сдвиг до 514 см^{-1} наблюдался для ПК типа с длительностью травления 20 минут, для образцов с длительностью травления 1-2 минуты пик сдвигался до 518 см^{-1} .

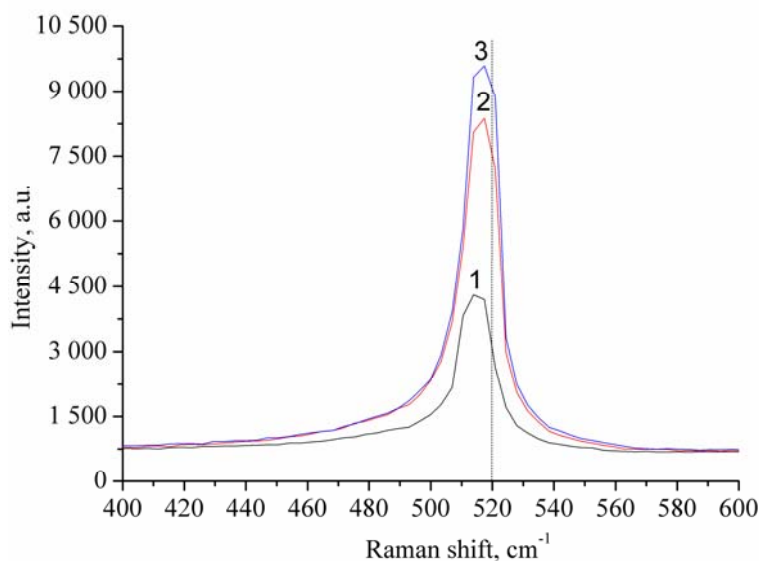


Рисунок 6 — Спектры комбинационного рассеяния света образцов ПК, полученных при различных режимах: 1 – $J = 1 \text{ мА/см}^2$, $t = 20 \text{ мин.}$; 2 – $J = 15 \text{ мА/см}^2$, $t = 2 \text{ мин.}$; 3 – $J = 25 \text{ мА/см}^2$, $t = 1 \text{ мин.}$

Информацию о средних размерах нанокристаллитов в ПК можно получить из уравнения Кардона [10]:

$$d = 2\pi \sqrt{\frac{B}{\Delta\omega}} \text{ (нм)}, \quad (2)$$

где $B = 2,24 \text{ см}^{-1}$ для кремния, $\Delta\omega$ - сдвиг пика комбинационного рассеяния света в ПК относительно пика кристаллического кремния. В соответствии с (2) размеры кристаллитов в образцах ПК уменьшались от 6,6 нм до 3,8 нм при увеличении длительности травления от 1 минуты до 20 минут. Из рисунка 6 видно, что с уменьшением размеров нанокристаллитов происходит расширение спектральной линии, которая становится более ассиметричной и ее максимум сдвигается в низкоэнергетическую часть. Уширение спектров комбинационного рассеяния при увеличении времени травления указывает на нарушение кристаллической структуры исходного кремния, появление аморфной фазы и нанокристаллических кластеров, расположенных на поверхности пор.

Закключение. В работе исследовано влияние технологических режимов получения пленок ПК на его структурные и фотолюминесцентные свойства. Проведенные исследования на образцах ПК одинаковой толщины показали, что увеличение времени травления приводит к более развитой морфологии поверхности ПК и увеличению его пористости. Пленки, полученные за время травления 1-2 минуты характеризуются средней квадратической шероховатостью $S_q = 1,63-1,85 \text{ нм}$ а для образцов, полученных в течении 20 минут $S_q = 2,96 \text{ нм}$; при этом характерный размер неоднородностей на поверхности ПК увеличивался от 4,2 нм до 8,0 нм. Сканирующая электронная микроскопия подтвердила, что распределение концентрации пор по поверхности равномерное, а размеры пор варьируются от 7 нм до 9 нм.

Смещение максимума спектра комбинационного рассеяния в низкоэнергетическую область спектра позволило определить размеры нанокристаллитов в образцах ПК, эти размеры уменьшались от 6,6 нм до 3,8 нм при увеличении длительности травления от 1 минуты до 20 минут. Установлено, что интенсивность фотолюминесценции выше в образцах ПК с размерами нанокристаллитов 3,8 нм, а максимум смещен в коротковолновую область спектра и локализован на 650 нм.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Wolkin M.V., Jorne J., Fauchet P.M., Allan G., Delerue C. Electronic States and Luminescence in Porous Silicon Quantum Dots // *Phys. Rev. Letters.* – 1999. – Vol. 82. – P. 197-200.

[2] Dubey R.S., Gautam D. K. Synthesis and Characterisation of Nanocrystalline Porous Silicon Layer for Solar Cells Applications // *Journal of Optoelectronics and Biomedical Materials.* – 2009. – Vol. 1. – P. 8-14.

- [3] Tutov E.A., Andryukov A.Yu., Ryabtsev S.V., *Pis'ma v ZhTF*, **2000**, 26 (17), 53-58 (in russ).
- [4] Das M., Sarkar D. Structural and optical properties of n-type porous silicon fabricated in dark // *Indian Journal of Pure & Applied Physics*. – **2013**. – Vol. 51. – P. 724-727.
- [5] N. John DiNardo. *Nanoscale characterization of surfaces and interfaces* // John Wiley & Sons. – **1994**. – P. 173.
- [6] Manakov S.M., Taurbayev T.I. Morphology and Structural Properties of a-Si:H and a-SiC:H Films Controlled in Nanoscale // *J. Nanoelectron. Optoelectron.* – **2012**. – Vol. 7. – P. 619-622.
- [7] A. Halimaoui, in: L.T. Canham (Ed.), *Properties of Porous Silicon* // IEE INSPEC, The Institution of Electrical Engineers, London, **1997**, p. 12.
- [8] Delerue C./ Allan G., Lannoo M. Theoretical aspects of the luminescence of porous silicon // *Phys. Rev. B*. – **1993**. – N 15 – P. 11024-11036.
- [9] Bulakh B., Korsunskaya N., Khomenkova L., Stara T., Venger Ye., Krystab T., Kryvko A. Structural and luminescent characteristics of macroporous silicon // *J. Mater. Sci. Mater. Electron.* – **2009**. – Vol. 20. – P. 226-229.
- [10] Feng Z.C., Tsu R., et. al. (1994). *Porous Silicon*. // *Singapore: World Scientific*. – **1994**. – P. 465.

REFERENCES

- [1] Wolkin M.V., Jorne J., Fauchet P.M., Allan G., Delerue C. *Electronic States and Luminescence in Porous Silicon Quantum Dots*. *Phys. Rev. Letters*. **1999**. Vol. 82. P. 197-200.
- [2] Dubey R.S., Gautam D.K. *Synthesis and Characterisation of Nanocrystalline Porous Silicon Layer for Solar Cells Applications*. *Journal of Optoelectronics and Biomedical Materials*. **2009**. Vol. 1. P. 8-14.
- [3] Tutov E.A., Andryukov A.Yu., Ryabtsev S.V. *Pis'ma v ZhTF*, **2000**, 26 (17), 53-58 (in Russ.).
- [4] Das M., Sarkar D. *Structural and optical properties of n-type porous silicon fabricated in dark*. *Indian Journal of Pure & Applied Physics*. **2013**. Vol. 51 P. 724-727.
- [5] John N. DiNardo. *Nanoscale characterization of surfaces and interfaces*. John Wiley & Sons. **1994**. P. 173.
- [6] Manakov S.M., Taurbayev T.I. *Morphology and Structural Properties of a-Si:H and a-SiC:H Films Controlled in Nanoscale*. *J. Nanoelectron. Optoelectron.* **2012**. Vol. 7. P. 619-622.
- [7] Halimaoui A. in: L.T. Canham (Ed.), *Properties of Porous Silicon*. IEE INSPEC, The Institution of Electrical Engineers, London, **1997**, p. 12.
- [8] Delerue C., Allan G., Lannoo M. *Theoretical aspects of the luminescence of porous silicon*. *Phys. Rev. B*. **1993**. N 15. P. 11024-11036.
- [9] Bulakh B., Korsunskaya N., Khomenkova L., Stara T., Venger Ye., Krystab T., Kryvko A. *Structural and luminescent characteristics of macroporous silicon*. *J. Mater. Sci. Mater. Electron.* **2009**. Vol. 20. P. 226-229.
- [10] Feng Z.C., Tsu R., et. al. (1994). *Porous Silicon*. *Singapore: World Scientific*. **1994**. P. 465.

НАНОӨЛШЕМДІ КЕУЕКТІ КРЕМНИЙ ҚАБЫРШАҒЫНЫҢ ФИЗИКАЛЫҚ ҚАСИЕТТЕРІН ЗЕРТТЕУ

С. М. Манаков¹, Е. Сағидолда^{1,2}

¹Өл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан,
²Өл-Фараби атындағы ҚазҰУ жанындағы Инженерлік бейіндегі зертхана

Тірек сөздер: кеуекті кремний, электрохимиялық өңдеу, фотолюминесценция, нанокристаллиттер.

Аннотация. Монокристаллды n-типті өткізгішті кремнийді этил спирті мен еріткіштік қышқыл қоспасында электрохимиялық еріту әдісімен алынған кеуекті кремний қабыршақтарының құрылымы мен физикалық қасиеттері зерттелді. Дайындалған үлгілер сканерлеуші зондық микроскопия, электрондық микроскопия, раман спектроскопия, және фотолюминесценция әдістерімен зерттелді. Технологиялық параметрлерін және еріту үрдісінің шарттарын өзгерте отырып нанокристаллиттер өлшемдерін қадағалауға және жақсартылған наноқұрылымданған кеуекті кремний наноқабыршақтарын алуға болатыны көрсетілді.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 168 – 175

**RESEARCH THERMO-PHYSICAL-MECHANICAL STATE
OF THE ROD OF FIXED LENGTH
UNDER VOZDEYSVIYA HEAT FLOW AND HEAT TRANSFER**

M. Marzhan, M. O. Nogaibaeva², A. K. Kudaikulov¹

¹S. Seifullin Kazakh Agro Technical University, Astana, Kazakhstan,

²Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

E-mail: mmarzhan2004@mail.ru, kudahkulov2006@mail.ru

Key words: rod, head, section, energy, potential, deformation, temperature.

Abstract. In work at first method of minimization of full thermal energy defines a field of distribution of temperature on length of a core which both ends is rigidly jammed.

Partially insulated rod members in practice are the main constituent elements of many machines and working under the influence of axial forces variable coordinate temperature, heat flux and heat transfer. With such complex effects study of thermoelastic stress-strain state is partially insulated rod becomes very challenging. Such problems arise in the design of machines used in metallurgical, chemical, petrochemical, food, meat, dairy and many other industries where working bodies, in addition to the mechanical load test and thermal stresses that are inevitable because of the principle, and (or) destination operation of these machines.

Presence of a partial thermal protection, a thermal stream and heat exchange is thus considered. Further substituting the distribution of temperature found the law in expression functional potential energy of elastic deformation and minimizing it on central values of elastic moving of applied discrete square-law final elements the resolving system of the linear algebraic equations is under construction. Solving the last there is a field of elastic moving of components deformation and pressure and also value of arising compressing effort and thermo-elastic pressure. It is considered series of variants.

УДК 539.3

**ЖЫЛУ АҒЫНЫМЕН ЖЫЛУ АЛМАСУЛАР ӘСЕРІНДЕГІ
ШЕКТІ ҰЗЫНДЫҚТАҒЫ СТЕРЖЕННІҢ
ТЕРМОФИЗИКА-МЕХАНИКАЛЫҚ КҮЙІН ЗЕРТТЕУ**

М. Мусайф¹, М. О. Ноғайбаева², А. Қ. Құдайқұлов¹

¹С. Сейфуллин атындағы Қазақ Агротехникалық университеті, Астана, Қазақстан,

²Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: стержен, жылу, қима, энергия, потенциал, деформация, температура.

Аннотация. Жұмыста толық жылу энергиясын минимизациялау әдісі арқылы екі жағы бекітілген стерженнің бойымен жылудың таралу өрісі анықталады.

Тәжірибеде бөліктеп жылу оқшауланған стержендік элементтер көптеген машиналарда және осьтік күштер айнымалы әсерінен жұмыс істейтін температура, жылу ағыны және жылу беруді үйлестіру қарастырылады.

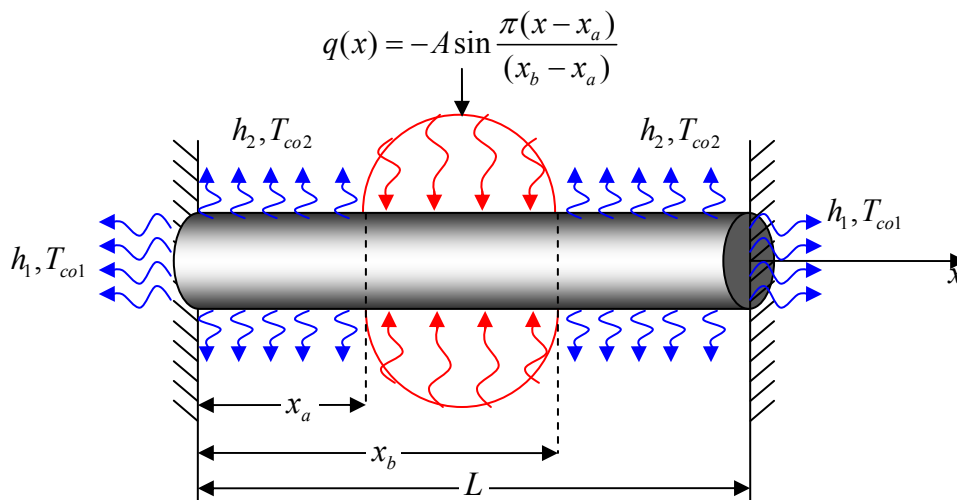
Берілген жылу көздерінде стерженнің беріктілігін сақтау үшін оның көлденең қима ауданының тиімді мөлшерін есептеу қажет. Ішінара жылу оқшауланған стержендердің жылу серпімді деформацияланған күйін зерттеу өте күрделі есептерге жатады. Мұндай есептер металлургиялық химиялық, нефтехимиялық, тамақ, ет

және сүт және басқа өндірістің машина жасау салаларында, механикалық жүктемеден басқа жылу кернеу жүктемесі болуы жағдайында кездеседі.

Сондықтан да ішінара жылу оқшаулау, жылу ағыны мен жылу алмасу әсерлері ескеріледі. Табылған жылудың таралу заңын серпімді деформацияның потенциалды энергиясының функционал өрнегіне қоя отырып, оларды дискретті квадраттық соңғы элементтерді қолданатын серпімді қозғалыстардың түйіндік мәндері бойынша минимизациялап, шешілетін сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесіне салынған.

Соңғы жүйенің шешімі арқылы деформация компоненттерінің және кернеудің серпімді қозғалыстар өрісі, сондай-ақ, қысу күшінің және термо-серпімді кернеудің мәндері табылды. Түрлі нұсқалары ұсынылды.

Мұнай-газ өңдеу, мұнай-химия және метал өндіру зауыттармен газогенераторлық электростанциялар, реактивті және іштей жану двигателдерінің көптеген негізгі құрылым элементтері *стержендік элементтер* болып жұмыс істетіледі. Олар үнемі күрделі жылу өрістері әсерінде жұмыс жасайды. Мұндай процесте жұмыс істетілетін стержендерде жылу өрісі әсерінен пайда болатын кернеулер мен сығушы күштер, кейде рұқсат етілген мөлшерден асып кетіп, құрылым элементтерінің қирауына алып келеді. Сондықтан да жылу ағыны мен жылу алмасу әсерінде жұмыс жасайтын стержендік құрылым элементтерінің термо-кернеулік күйлерін зерттеу, өндірістің немесе двигателдердің үздіксіз жұмыс жасауын қамтамасыз етуге көмектеседі. Мысалы ұзындығы L [см], көлденең қима ауданы F [см²] ұзындығы бойынша тұрақты болған екі шеті мықтап бекітілген стерженді қарастырайық. Стерженнің қимасының радиусы r [см] болсын. Стержен материалының жылу өткізгіштік коэффициенті K_{xx} [Вт/(см·°C)], жылудан кеңею коэффициенті α [1/°C], материалдың серпімділік модулі E [кГ/см²] болсын. Стерженнің мықтап бекітілген екі шетіндегі көлденең қима ауданы арқылы оны қоршап тұрған сыртқы ортамен жылу алмассын. Мұнда жылу алмасу коэффициенті h_1 [Вт/(см²·°C)], ал орап тұрған сыртқы ортаның температурасы T_{co1} [°C] болсын. Сонымен қатар стерженнің бүйір бетінің $x_a \leq x \leq x_b$ ($x_a < L$; $x_b < L$) бөлігіне $q(x) = -A \sin \frac{\pi x}{(x_b - x_a)}$ [Вт/см²] жылу ағыны түсіп тұрсын. Стерженнің қалған $0 \leq x \leq x_a$ және $x_b \leq x \leq L$ бөліктерінің бүйір беті арқылы оны қоршап тұрған сыртқы ортамен жылу алмассын. Оның жылу алмасу коэффициенті h_2 [Вт/(см²·°C)] және сыртқы ортаның температурасы T_{co2} [°C] болсын (1-сурет).



1-сурет

Бұндай жағдайдағы стерженнің ұзындығы бойынша $T = T(x)$ (әзірге белгісіз) заңдылықпен жылу таралады. Нәтижеде стержен жылу әсерінен кенеюге әрекет жасап, оның мықтап бекітілген екі шетінде R сығушы күшті және кез келген көлденең қима ауданында $\sigma = R/F$ термо-кернеуді тудырады. Сондықтан да $T = T(x)$, R және σ -ларды табуымыз қажет. Ол үшін стерженді үш бөлікке бөліп қарастырайық (үш бөліктен көп бөлікке де бөлуге болады). Алдымен $0 \leq x \leq x_a$ бөлігін қарастыратын болсақ, мұнда $x = 0$ нүктеге сәйкес көлденең қима ауданы арқылы, ал $0 \leq x \leq x_a$ бөлігінің бүйір беті арқылы сыртқы ортамен жылу алмасқандықтан стерженнің бұл бөлігі үшін толық жылу энергиясын өрнектейтін функционалдың көрінісі мынадай болады [1]

$$I_1 = \int_{V_1} \frac{K_{xx}}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 dV + \int_{S_0} \frac{h_1}{2} (T - T_{co1})^2 dS + \int_{S_{1ББ}} \frac{h_2}{2} (T - T_{co1})^2 dS. \quad (1)$$

Мұнда V_1 - стерженнің осы бөлігінің көлемі; S_0 -стерженнің $x = 0$ нүктеге сәйкес көлденең қима ауданы; $S_{1ББ}$ - стерженнің $0 \leq x \leq x_a$ бөлігінің бүйір бетінің ауданы.

Ал енді стерженнің екінші $x_a \leq x \leq x_b$ бөлігін қарастырайық. Мұнда стерженнің бүйір бетіне $q(x) = -A \sin \frac{\pi(x - x_a)}{(x_b - x_a)} [Bm/cm^2]$ жылу ағыны түсіп тұр. Сондықтан стерженнің бұл бөлігі үшін толық жылу энергиясын өрнектейтін функционалдың көрінісі төмендегідей болады [1].

$$I_2 = \int_{V_2} \frac{K_{xx}}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 dV + \int_{S_{2ББ}} q(x)T(x)dS. \quad (2)$$

Мұнда V_2 - стерженнің екінші бөлігінің көлемі, ал $S_{2ББ}$ -осы бөліктің бүйір бетінің ауданы.

Енді стерженнің соңғы үшінші $x_b \leq x \leq L$ бөлігін қарастырайық. Бұл бөліктің бүйір бетімен, $x = L$ нүктеге сәйкес көлденең қима ауданы арқылы сыртқы ортамен жылу алмасады. Сондықтан стерженнің бұл бөлігі үшін толық жылу энергиясын өрнектейтін функционалдың көрінісі [1]-ге сәйкес мынадай болады

$$I_3 = \int_{V_3} \frac{K_{xx}}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 dV + \int_{S_L} \frac{h_1}{2} (T - T_{coL})^2 dS + \int_{S_{3ББ}} \frac{h_2}{2} (T - T_{co3})^2 dS. \quad (3)$$

Онда жалпы стержен үшін толық жылу энергиясын өрнектейтін функционалдың көрінісі төмендегідей болады [1]

$$I = I_1 + I_2 + I_3. \quad (4)$$

Зерттеліп жатқан процесс тұрақталған жылу таралу процесі болғандықтан, стерженнің әр бөлігіндегі жылу таралу заңдылығын өрнектейтін $T = T(x)$ қисық сызығы, бір қалыпты қисық сызық болғандықтан, оны [2]-ге сәйкес үш нүктеден өткен қисық сызықпен аппроксимациялаймыз. Онда стерженнің бір бөлігіндегі жылу таралу заңдылығын былайша өрнектеуге болады

$$T(x) = \varphi_i(x)T_i + \varphi_j(x)T_j + \varphi_k(x)T_k. \quad (5)$$

Мұнда $T_i = T(x_i)$, $T_j = T(x_j)$, $T_k = T(x_k)$ болып, x_i - стерженнің бөлігінің сол шетіндегі нүктесінің, x_j - орта нүктесінің, x_k - оң шеткі нүктесінің координаталары.

$$\varphi_i(x) = \frac{(\ell^2 - 3\ell x + 2x^2)}{\ell^2}, \quad \varphi_j(x) = \frac{(4\ell x - 4x^2)}{\ell^2}, \quad \varphi_k(x) = \frac{(2x^2 - \ell x)}{\ell^2} \quad (6)$$

Бұл функциялар – үш нүктелі квадраттық элементтің пішін функциялары [2]. Онда (5)-ті (4)-ке қойып, I функционалды стерженнің түйін нүктелеріндегі температураның мәндері бойынша минимизациялап, оларды анықтау үшін мынадай сызықты алгебралық теңдеулер жүйесін аламыз

$$\frac{\partial I}{\partial T_i} = 0, (i = 2 \times шэс + 1). \quad (7)$$

Мұнда $шэс$ – стержендегі үш нүктелі квадраттық шекті элементтердің саны. Соңғы жүйені Гаусс әдісімен шешіп $T = T(x)$ функциясын құрылады. Одан пайдаланып әр бір элемент үшін оның серпінділік деформациясының потенциал энергиясын жазамыз. Мысалы i - элементі үшін [3]

$$\Pi_i = \int_{V_i} \frac{\sigma_x \varepsilon_x}{2} dV - \int_{V_i} \alpha E T(x) \varepsilon_x dV. \quad (8)$$

Мұнда V_i - i -ші элементтің көлемі; $\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$ - серпінділік деформациясы;

$u(x) = \varphi_i(x)u_i + \varphi_j(x)u_j + \varphi_k(x)u_k$ - стержен қимасының жылжуы; $\sigma_x = E\varepsilon_x$ - серпінділік кернеуі.

Онда стерженнің жалпы потенциал энергиясы

$$\Pi = \sum_{i=1}^{шэс} \Pi_i. \quad (9)$$

Енді $u(x)$ -тің өрнегін (9)-ға қойып Π -ны нүктелердің u_i жылжулары бойынша минимизациялап оларды анықтау үшін төмендегі сызықты алгебралық теңдеулер жүйесін аламыз

$$\frac{\partial \Pi}{\partial u_i} = 0, (i = 2 \times шэс + 1). \quad (10)$$

Нәтижеде түйін қималарының жылжуынан пайдаланып қатар тұрған кез келген i, j нүктелер арасындағы серпінділік деформациясының мәні былайша табылады

$$\varepsilon_x \left(\frac{x_j - x_i}{2} \right) = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial \varphi_i \left(\frac{x_j - x_i}{2} \right)}{\partial x} \cdot u_i + \frac{\partial \varphi_j \left(\frac{x_j - x_i}{2} \right)}{\partial x} \cdot u_j + \frac{\partial \varphi_k \left(\frac{x_j - x_i}{2} \right)}{\partial x} \cdot u_k. \quad (11)$$

Ал серпінділік кернеудің мәні Гук заңына сәйкес бойынша табылады [4]

$$\sigma_{x=(x_j-x_i)/2} = E\varepsilon_{x=(x_j-x_i)/2}. \quad (12)$$

Осы нүктедегі температуралық деформация мен кернеудің мәні мынадай болады [4]

$$\varepsilon_T = -\alpha T; \quad \sigma_T = E\varepsilon_T. \quad (13)$$

Онда стерженнің кез келген қимасындағы термо-кернеудің мәні [4]-ке сәкес

$$\sigma = \sigma_x + \sigma_T \quad (14)$$

болады. Сондай-ақ σ -ның мәні $0 \leq x \leq L$ аралықта тұрақты болады. Онда Гук заңына [4] сәйкес сығушы күштің мәні

$$R = \sigma \cdot F \quad (15)$$

болады.

Енді берілген мәселені мынада параметрлердің мәндерінде шешіп көрейік. $L = 30$ [см],

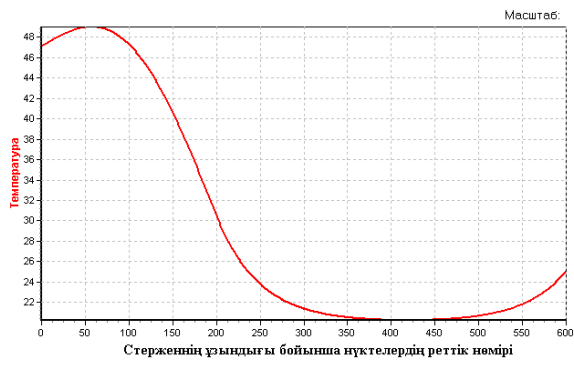
$$\ell = \frac{L}{3} = 10$$
 [см], $h_1 = 10$ [Вт/(см²·°C)], $T_{co1} = 40$ [°C], $q = 30$ [Вт/см²],

$$h_2 = 6$$
 [Вт/(см²·°C)], $T_{co2} = 20$ [°C], $K_{xx} = 72$ [Вт/(см·°C)], $\alpha = 125 \cdot 10^{-7}$ [1/°C],

$$E = 2 \cdot 10^{-6}$$
 [кГ/см²], $r = 1$ [см], $F = \pi r^2 = \pi$ [см].

Олай болса төмендегідей үш вариантты қарастырайық:

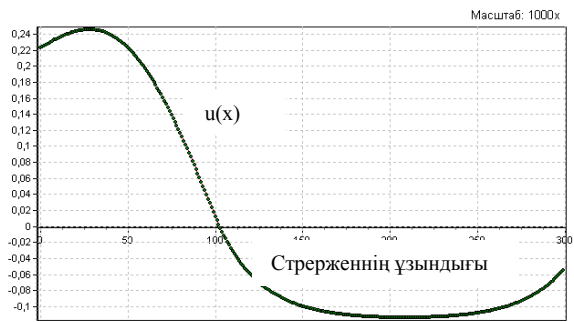
1) $q(x)$ жылу ағыны стерженнің $0 \leq x \leq \ell$ бөлігінің бүйір бетіне түсіп тұрсын. Онда 2-суретінің а)-да $T = T(x)$, б)-да $u = u(x)$, в)-да ε_x , г)-да σ_x , σ_T және σ -дың таралу заңдылықтары көрсетілген. Мұнда $\sigma = -733,8$ [кГ/см²] болады және сығушы күштің мөлшері $R = \sigma \cdot F = 2305,5$ [кГ] болады екен.



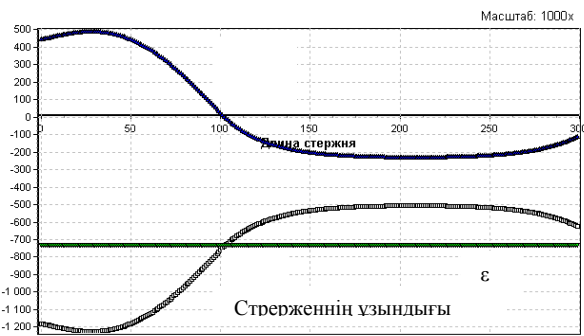
а)



б)

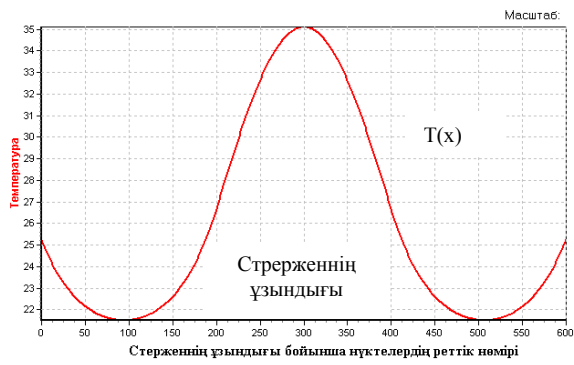


в)



г)

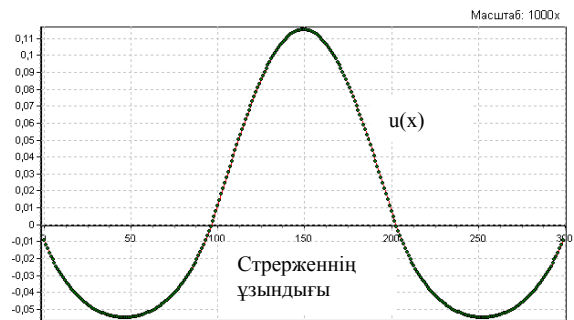
2-сурет



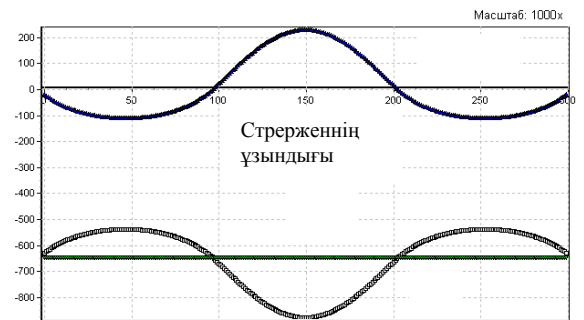
а)



б)



в)

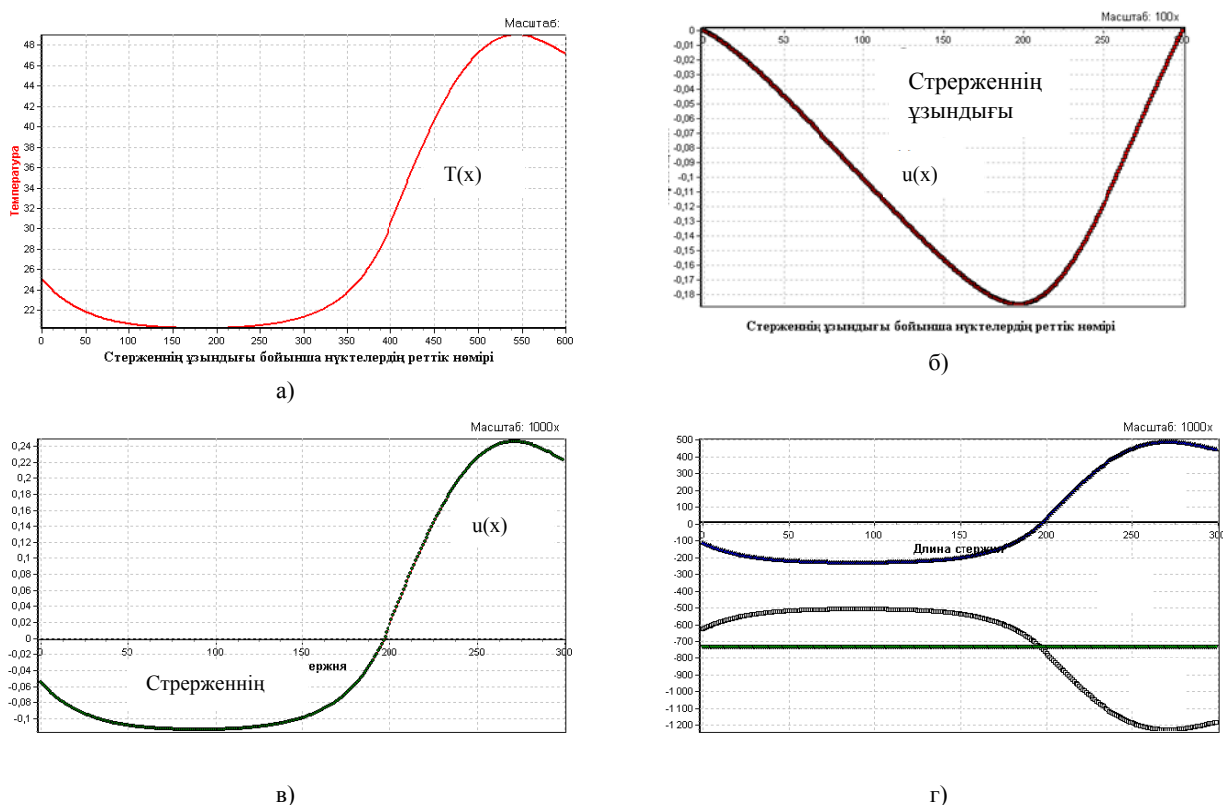


г)

3-сурет

2) $q(x)$ жылу ағыны стерженнің орта бөлігіндегі $\ell \leq x \leq 2\ell$ бүйір бетіне түсіп тұрсын. Онда 3-суреттің а)-да $T = T(x)$, б)-да $u = u(x)$, в)-да ε_x , г)-да σ_x , σ_T және σ -дың таралу заңдылықтары көрсетілген. Мұнда да термо-кернеудің мәні $\sigma = -733,8 \text{ [кГ/см}^2\text{]}$ болады және сығушы күштің мөлшері $R = \sigma \cdot F = 2305,5 \text{ [кГ]}$ болады.

3) $q(x)$ жылу ағыны стерженнің $2\ell \leq x \leq L$ бөлігінің бүйір бетіне түсіп тұрғанда 3-суреттің а)-да $T = T(x)$, б)-да $u = u(x)$, в)-да ε_x , г)-да σ_x , σ_T және σ -дың таралу заңдылықтары көрсетілген. Бұл жағдайда да $\sigma = -733,8 \text{ [кГ/см}^2\text{]}$ болады және сығушы күштің мөлшері $R = \sigma \cdot F = 2305,5 \text{ [кГ]}$ болады.



4-сурет

Сонымен кез келген екі шеті мықтап бекітілген стерженге әртүрлі жылу көздері әсер еткенде, әлдеқандай үлкен мөлшерде сығушы термо-кернеу және сығушы күштер пайда болады. Оның нәтижесінде стержен қирап кетуі мүмкін. Оны алдын алу үшін алдымен ғылыми зерттеулер жасап, берілген жылу көздерінде стерженнің беріктілігін сақтау үшін оның көлденең қима ауданының тиімді мөлшерін немесе берілген көлденең қима ауданында жылу көздерінің тиімді мөлшерін немесе стержен материалының таңдау жолдарын алдын ала есептеу қажет екен.

ӘДЕБИЕТ

[1] Кудайкулов А.К., Кенжегулов Б.З., Мырзашева А.Н. Математическая модель установившегося поля распределения температуры по длине стержня, ограниченной длины при наличии локальной температуры, теплового потока, теплообмена и теплоизоляции // Наука и новые технологии. – Бишкек, 2009. – №5. – С. 17-2.

[2] Кудайкулов А. К., Тулеуова Р., Амиртаев К. Б., Токкулиев Б. М. // “Установившееся напряженно-деформированное состояние жестко-закрепленного двумя концами частично теплоизолированного стержня при наличии теплового потока, теплообмена и температуры” Труды пятой Всероссийской научной конф. с междунар. участием (29–31 мая 2008 г.). – Ч. 1: Математические модели механики, прочности и надёжности элементов конструкций. – Матем. моделирование и краев. Задачи. – Самара: СамГТУ, 2008. – С. 161–164.

- [3] Кудайкулов А.К. Математическое (конечно-элементное) моделирование прикладных задач распространения тепла в одномерных конструктивных элементах. – Туркестан: Байтерек, **2009**. – 168 с.
- [4] Кенжегулов Б.З., Кудайкулов А.К., Мырзашева А.Н. Численное исследование удлинения стержня из жаропрочного сплава с учетом наличия всех видов источников // Известия вузов. – Бишкек, **2009**. – № 4. – С. 3-7.
- [5] Жуков П.В. Решение задач теплопроводности и термоупругости для вращающегося полого цилиндра с импульсным подводом теплоты // Мат-лы XVI Межд. науч.-техн. конф. Бенардосовские чтения “Состояние и перспективы развития электротехнологии”. – Иваново, **2011**. – Т. 2. – С. 325-328.
- [6] Ташенова Ж.М., Нурлыбаева Э.Н., Жумадиллаева А.К., Кудайкулов А.К. Вычислительный алгоритм и моделирование термонапряженного состояния стержня из жаропрочного сплава при наличии теплообмена, теплоизоляции и температуры постоянной интенсивности // Фундаментальные исследования. – 2012. – № 3-3. – С. 660-664.
- [7] Иванов А.С. Математические аналогии в механике сплошной среды. Монография. –М.: МГОУ, **2009**. – 180 с.
- [8] X Gu, X Dong, M Liu, Y Wang – Heat Transfer – Asian Research, **2012**. – Wiley Online Library.
- [9] Айталиев Ш.М., Кудайкулов А.К., Мардонов Б. Механика прихвата бруйльных колон в нефтегазовых скважинах. – Алматы-Атырау: Изд-во «Эвро», **1999**. – 82 с.
- [10] Chernyaeva T.P., Ostapov A.V. Problems of Atomic Science and Technology // Ser. Physics of Radiation Effect and Radiation Material Science. – (87) 5, 16 (**2013**).
- [11] Zelensky V.F. Problems of Atomic Science and Technology // Ser. Nuclear Physics Investigations. – (85) 3, 76 (**2013**).
- [12] Lerch M.L.F., Petasecca M., Cullen A. et al. // Radiation Measurements 46, 1560 (**2011**).
- [13] Bezshyuko A., Vyshnevskiy I.M., Denisenko R.V. et al. // Nucl. Phys. At. Energy. – 12, N 4. – 400 (**2011**).
- [14] Гестрин С.Г., Сальников А.Н. Локализация экситонов Френкеля на дислокациях // Известие вузов. Физика. – **2005**. – № 7. – С. 23-25.
- [15] Tungatarov A., Akhmed-Zaki D.K. Cauchy problem for one class of ordinary differential equations // Int. J. of Mathematical Analyses. – **2012**. Vol. 6, N 14. – P. 695-699.
- [16] Meirmanov A. Mathematical models for poroelastic flows, Atlantis Press // Paris. – **2013**. – 478 p.
- [17] Kulpeshov B.Sh., Macpherson H.D. Minimality conditions on circularly ordered structures // Mathematical Logic Quarterly. – 51 (**2005**). – P. 377-399.
- [18] Kulpeshov B.Sh. On \aleph_0 -categorical weakly circularly minimal structures // Mathematical Logic Quarterly. – **2006**. – Vol. 52, issue 6. – P. 555-574.
- [19] Ерофеев В.Л., Семенов П.Д. Теплотехника. – М.: ИКЦ Академкнига, **2006**. – 488 с.
- [20] Луканин В.Н. Теплотехника. – М.: Высшая школа, **2002**. – 671 с.

REFERENCES

- [1] Kudaykulov A.K., Kenzheglov B.Z., Myrzasheva A.N. *Science and new technologies*, Bishkek, **2009**, 5, 17-2. (in Russ.).
- [2] Kudaykulov A.K., Tuleuova R., Amirtaev K.B., Tokkuliev B.M. *Proceedings Fifth All-Russian Scientific Conference with international participation. Samara*, **2008**, 1, 161-164. (in Russ.).
- [3] A.K. Kudaykulov. *Turkestan: Baiterek*. **2009**, 168p. (in Russ.).
- [4] Kenzheglov B.Z., Kudaykulov A.K., Myrzasheva A.N. *Proceedings of the universities*. Bishkek, **2009**, 4, 3-7. (in Russ.).
- [5] Zhukov, P.V. Materials XVI Int. науч.техн. Conf. Benardosovskie read "Status and prospects of development of electrotechnology". *Ivanovo*. **2011**, 2, 325-328. (in Russ.).
- [6] Tashenova J.M., Nurlybaeva E.N., Zhumadillaeva A.K., Kudaykulov A.K. The computational algorithm and simulation thermostressed state bar of heat-resistant alloy with heat exchange, thermal insulation and temperature constant intensity. *Basic research*. **2012**, 3, 3, 660-664. (in Russ.).
- [7] A.S. Ivanov. The mathematical analogy in continuum mechanics. *Monograph. Moscow, Moscow State Open University*, **2009**, 180 p. (in Russ.).
- [8] X. Gu, X. Dong, M. Liu, Y. Wang. Heat Transfer-Asian Research, *Wiley Online Library* **2012**. (in Eng.).
- [9] Aytaliev Sh.M., Kudaykulov A.K., Mardonov B. Mechanics sticking bruiynyh columns in oil and gas wells. *Atyrau-Almaty: Publishing "Evreux"*, **1999**, 82. (in Russ.).
- [10] Chernyaeva T. P. and Ostapov A. V., Problems of Atomic Science and Technology. Ser. Physics of Radiation Effect and Radiation Material Science, **2013**, 87, 5, 16 (in Eng.).
- [11] Zelensky V. F., Problems of Atomic Science and Technology. *Ser. Nuclear Physics Investigations* **2013**, 87, 3, 76 (in Eng.).
- [12] M.L.F. Lerch, M. Petasecca, A. Cullen et al., *Radiation Measurements* **2011**, 46, 1560 (in Eng.).
- [13] Bezshyuko A., Vyshnevskiy I.M., Denisenko R.V. et al., *Nucl. Phys. At. Energy* 12, **2011**, 4, 400 (in Eng.).
- [14] Gesterin S.G. *Izvestiy VUZ. Phizika*. **2005**, 7, 23-25. (in Eng.).
- [15] Tungatarov A., D.K. Akhmed-Zaki. *Int. J. of Mathematical Analyses*. **2012**, 6, 14, 695-699. (in Eng.).
- [16] Meirmanov A., Mathematical models for poroelastic flows, *Atlantis Press, Paris*, **2013**, 478p. (in Eng.).
- [17] Kulpeshov B.Sh., Macpherson H.D., Minimality conditions on circularly ordered structures. *Mathematical Logic Quarterly*, **2005**, 51, 377-399. (in Eng.).
- [18] Kulpeshov B.Sh., On \aleph_0 -categorical weakly circularly minimal structures. *Mathematical Logic Quarterly*, **2006**, 52, 6, 555-574. (in Eng.).
- [19] Yerofeyev V.L., Semenov P.D. *Heat. M.: ICC Akademkniga*. **2006**, 488. (in Russ.).
- [20] Lukanin V.N. *Teplotehnika. M.: Vishaiy shkola*. **2002**. 671 p. (in Russ.).

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМО-ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ СТЕРЖНЯ
ФИКСИРОВАННОЙ ДЛИНЫ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ТЕПЛООВОГО ПОТОКА И ТЕПЛООБМЕНА****М. Мусайф¹, М. О. Ногайбаева², А. К. Кудайкулов¹**¹Казахский агротехнический университет им. С. Сейфуллина, Астана, Казахстан,²Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан**Ключевые слова:** стержень, теплообмен, сечение, энергия, потенциал, деформация, температура.

Аннотация. В работе сначала методом минимизации полной тепловой энергии определяется поле распределения температуры по длине стержня, оба конца которого жестко защемлены. Частично теплоизолированные стержневые элементы в практике являются основными составляющими элементами многих машин и работают под воздействием осевых сил, переменной по координате температуры, теплового потока и теплообмена. При таких сложных воздействиях исследования термоупругого напряженно-деформируемого состояния частично теплоизолированных стержней становится весьма сложной задачей. Такие задачи возникают при проектировании машин, применяемых в металлургической, химической, нефтехимической, пищевой, мясо-молочной и во многих других видах промышленности, где рабочие органы, помимо механической нагрузки, испытывают и температурные напряжения, которые неизбежны в силу принципа и назначения работы этих машин.

При этом учитывается наличие частичной теплоизоляции, теплового потока и теплообмена. Далее подставляя найденный закон распределения температуры в выражение функционала потенциальной энергии упругой деформации и минимизируя его по узловым значениям упругих перемещений, применяемых дискретных квадратичных конечных элементов, строится разрешающая система линейных алгебраических уравнений. Решением последней определяются поле упругих перемещений компонентов деформаций и напряжений, а также значения возникающего сжимающего усилия и термо-упругого напряжения. Рассмотрены различные варианты.

*Поступила 25.02.2015 г.***NEWS**

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 175 – 179

**LEARNING THE BASICS OF DESIGNING INFORMATION
TECHNOLOGY TOOLS FOR THE VOCATIONAL TRAINING
OF FUTURE TEACHERS****Zh. Zh. Kozhamkulova, T. K. Koysheeva, K. U. Yessentaev**

Kazakh state women's pedagogical university, Almaty, Kazakhstan,

H. A. Yassawe International Kazakh-Turkish University, Turkestan, Kazakhstan.

E-mail: esentaev_kairat@mail.ru

Key words: personality, Pedagogical spetsialnos, information technology, model.

Abstract. This work deals with the description of bases of designing of training to means information technologies in the course of vocational training of the future teachers. As correct to use in a process formation of possibility informative to technology. Bases of planning of educating to facilities informative technologies in the process of professional preparation of future teachers. Professional preparation of future teachers and pedagogical creative activity during school years. It provides teacher mastering common cultural (outlook), methodical (psychological-pedagogical), subject blocks. Characteristics of possibility of association of structural information in the general view of process, as a higher process of development begins from entropy. Given model of system coordinates will be in a kind "narrow spiral", ie entropy mentally three measure in space during association of information from periphery at this time this object and level of association are moved apart in a center (looking an axis at model) in a process accordingly expresses it.

БОЛАШАҚ МҰҒАЛІМДЕРДІ КӘСІБИ ДАЙЫНДАУ ҮДЕРІСІНДЕ АҚПАРАТТЫҚ ТЕХНОЛОГИЯ ҚҰРАЛДАРЫНА ОҚЫТУДЫ ЖОБАЛАУ НЕГІЗДЕРІ

Ж. Ж. Қожамқұлова, Т. Қ. Қойшиева, Қ. Ө. Есентаев

Қазақ мемлекеттік қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан,
Қ. А. Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан, Қазақстан

Тірек сөздер: жеке тұлға, педагогикалық мамандық, ақпараттық технологиялар, модель.

Аңдатпа: Мақалада болашақ мұғалімдерді кәсіби дайындау үдерісінде ақпараттық технология құралдарын оқытуды жобалау негіздері қарастырылған. ЖОО-ғы болашақ мұғалімнің кәсіби даярлығы оқу жылдары кезінде кәсіби шеберлікке мақсатты даярлаумен қоса, педагогикалық шығармашылық қызметке дайындаумен тікелей астарласуы тиіс. Ол болашақ мұғалімнің жалпы мәдени (өмірге көзқарас), методологиялық (психологиялық-педагогикалық), пәндік блоктарды меңгеруін қамтамасыз етеді. Ең жоғары энтропиядан басталатын даму үдерісі, жалпы түрде құрылымдық ақпаратты жинақтау үдерісі ретінде сипатталуы мүмкін. Ұсынылған модель координаталар жүйесінде «қысыңқы спираль» түрінде болады, яғни, ойша үш өлшемді кеңістікте энтропия ақпараттың жинақталуы барысында перифериядан орталыққа қарай ығысады (модельдің осіне қарай) бұл мезгілде берілген объектіні ұйымдастыру деңгейі оны дамыту үдерісінде сәйкесінше өсетіндігін білдіреді. Құралдарды жобалауға, жасауға, қолдануға, байланысты ақпараттық технологиялардың құралдарын өзіндік ұйымдастыру үдерісін, олардың техникалық құралдарға тікелей қатынасын ескере отырып баламалы модельмен сипатталатындығын болжауға болады. Ғылыми-техникалық революциямен бірге өмірге келген ақпараттанудың ғылыми салалары, ақпараттық технологиялардың дамуындағы ішкі заңдылықтары мен логикасын, оны өндіргіш күшке айналу үдерісін арттыра түсті.

Қорыта айтқанда оқыту үдерісінде ақпараттық технологияларды қолданып оқыту арқылы дүниенің тұтастығын түсінеміз, жалпы интеллекттің артуына ықпал жасаймыз.

«Қазақстан Республикасының 2015 жылға дейінгі білім беруді дамыту» тұжырымдамасында «жоғары білім берудің мақсаты - қоғамның, мемлекеттің және тұлғаның сапалы жоғары білім алуға деген мүдделерін қанағаттандыру, әрбір адамға оқытудың мазмұнын, нысанын және мерзімдерін таңдауға кеңінен мүмкіндік беру»-деп атап көрсетілген.

Қоғам өміріндегі қазіргі өзгерістер, экономиканың, саясаттың, әлеуметтік-саяси саланың дамуы қоғамдағы негізгі фактор болып табылатын *жеке тұлғаның* жалпы даму деңгейіне байланысты болмақ. Ал ол қоғамдағы білім беру талаптарын түбегейлі өзгертуге алып келді. Қоғамдық өмірдегі өзгерістер оқытудың жаңа технологияларын қолдануды, жеке тұлғаның жан-жақты шығармашылық тұрғыдан дамуына жол ашуды көздеп отыр. Бұл міндеттерді жүзеге асырушылар білім беру жүйесінің күрделі мәселелерін шешуші кәсіби – педагогикалық шеберлігі жоғары ұстаздар болмақ.

Міне, осы орайда ҚР Білім және Ғылым Министрлігі әзірлеген «ҚР жоғары педагогикалық білім тұжырымдамасы» мен «ҚР жаңа тұрпатты педагогидің үздіксіз педагогикалық білімі тұжырымдамаларында» жаңа қоғамдағы мұғалім моделінің үлгілері көрсетіліп берілді. Жоғары педагогикалық білімді мұғалімдерге қойылатын талаптар қазіргі қоғам қажеттілігінен туындайды. Жаңа қоғам мұғалімі тек кәсіби шеберлігі жоғары адам ғана емес, рухани дамыған, шығармашыл, мәдениетті, білім құндылығын түсінетін, педагогикалық технологияларды меңгерген, ғылым мен техника жетістіктері негізінде кәсіби даярланған болуы тиіс.

Осындай талап деңгейіндегі маманды даярлау жоғары оқу орындарының үлесіне тиеді. Педагогикалық мамандық - білім беру нәтижесінде алынған және берілетін біліктілікке сәйкес кәсіптік-педагогикалық міндеттерді алға қоюды және шешуді қамтамасыз ететін білім, іскерлік және дағдылардың жиынтығынан тұраты күрделі үрдістің жемісі, яғни осы кәсіптік топ шеңберіндегі қызмет түрі. Білім деңгейі мен кәсіптік деңгейді ұдайы арттырып отыру қажет, себебі ғылым мен техниканың даму нәтижесінде білім тез ескіреді; ғылыми ақпарат көлемі тез өсіп, жаңа білім салалары дамыды, жаңа мамандықтар енгізу мен басқаруды ғылыми негізде жетілдіру қажеттігі туды. Міне, осыдан келіп әрбір адамның бүкіл өмір бойына білім алуына, оны толықтырып, жетілдіріп отыруына мүмкіндік жағдай жасалуда.

ЖОО-ғы болашақ мұғалімнің кәсіби даярлығы оқу жылдары кезінде кәсіби шеберлікке мақсатты даярлаумен қоса, педагогикалық шығармашылық қызметке дайындаумен тікелей астарласуы тиіс. Ол болашақ мұғалімнің жалпы мәдени (өмірге көзқарас), методологиялық (психологиялық-педагогикалық), пәндік блоктарды меңгеруін қамтамасыз етеді.

Қазіргі заманғы қоғам үшін информатиканың, кибернетиканың, синергетиканың, экологияның, микроэлектрониканың және т.б. жаңа ғылымдардың ролі мен мәні туралы түсініктерді дамыту – қазіргі кезең – ғылыми-техникалық төңкерістер кезеңіне тән ерекшеліктердің бірі.

XX-шы ғасырдың 50-60 жылдары басталған бұл даму осы ғылымдардың қалыптасуына және адамзат әрекетінің көптеген салаларына, яғни өндірістік кәсіпорынға, ғылыми зерттеулерге, білім беруге, әлеуметтік мәселелерге және т.б. әсер етті. Бұл жүйелерде өзін-өзі ұйымдастыру, өзі-өзі дамыту, жүйелілік және басқару сияқты факторларды ескеру қажеттігіне алып келді.

Қоғамды дамытудың қазіргі заман кезеңі үшін келесі факторлар мен міндеттер тән [1, 2]:

– адамзат іс-әрекетінің әртүрлі салаларынан шешім қабылдауды жеңілдету, олардың мән-мағынасын оңтайландыру үдерістерін компьютерлендіру;

– табиғат пен қоғамның даму үдерісіндегі ақпараттың ролінің арта түсуі, оны алу (таңдау), жинақтау, өңдеу және мақсатты түрде қолдану құралдарын жетілдіру қажеттілігі;

– болып жатқан үдерістердің мән-мағынасының сипаттамасы ретіндегі ақпарат пен энтропияның өспелі ролі;

– неғұрлым жетілген ақпараттық технологияларды жасау, таза ақпараттықтан компьютерлі интеграцияланған өндіріске өту, ары қарай ақпараттық қорды жетілдіру;

– ақпараттық үдерістерді интенсификациялауға ұмтылу: хабарларды тасымалдау жылдамдығын арттыру, ұсынылатын ақпараттың көлемін арттыру, ақпаратты өңдеуді және оны ендіруді жеделдету, кері байланыстарды, ақпаратты көрнекі бейнелеуді неғұрлым толық түрде қолдану, басқарушылық еңбекті техникалық жабдықтауды арттыру;

– адамзат потенциалын неғұрлым тиімді қолдануға ұмтылу, сәйкесінше материалдық жағдайларды, ұнамды психологиялық климат жасау;

– ЭЕМ-нің бірқатар есептеу, бақылау және басқарушының қызметтерін тасымалдау жолымен адамның ақыл-ой іс-әрекетінің мүмкіндіктерін көбейте түсу;

– ақпараттық технологияларды жетілдіру, компьютерлік интеграцияланған өндіріс жасау;

– ақпараттық тілдердің қалыптасу тарихын ескере отырып, оларды жетілдіру: сөйлеу тілі, жазба → ғылыми тіл (құрылымдау мен формальдауға ұмтылу) → метатіл (табиғат пен қоғамның неғұрлым жалпы заңдылықтарын қолдану);

– басқару факторын жетілдіру жолымен, оның мәнін күшейту;

– даму үдерісінде өзін-өзі жетілдіру, өзін-өзі ұйымдастыру және жүйелік ыңғайдың ролін арттыру; жүйе параметрлерінің нормадан ауытқу мәнін есептеу;

– басқару үдерістеріне, шешім қабылдау үдерістерінің тиімділігіне көңіл бөлуді күшейту.

Барлық қарастырылған үдерістерді, ұғымдарды, факторларды олардың тұрақты өзгеру жағдайында, философиялық көзқарас тұрғысында ой елегінен өткізу; оларды бір жүйеге біріктіру - өте күрделі мәселе болып табылады. Академик Р.Ф.Абдеевтің «Ақпараттық өркениеттің философиясы» деген танымал монографиясы осы бағытқа арналған. Ол ұсынған қоршаған орта – сызықты емес заңдылықпен өмір сүретін, өзін-өзі ұйымдастыратын ауқымды жүйе [1, 136]. Адамзат қоғамында өзін-өзі ұйымдастырудың көрінісі, табиғатты қорғауда, қарусыздануда, мемлекеттерді интеграциялауда жалпы адамзаттық құндылықтардың арта түсуі арқылы айқындалады.

Қазіргі заманғы информатиканың ережелерін ескере отырып философиялық ғылымның жетістіктерін жалпылау келесі қорытындыларды жасау мүмкіндігін береді:

– даму үдерісінің мәні ақпаратты мақсатқа сай жинақтаумен, оны келешекте ретке келтіру, құрылымдаумен айқындалады;

– адамзат қоғамындағы даму үдерісі басқару және өзін-өзі басқару контурларының ұлы жиынтығынан құрастырылады. Әрбір мұндай контур, тікелей және кері ақпараттық байланыстармен тұйықталған, басқарылатын объекті мен басқарылатын субъекіден тұратын, мақсатқа бағытталған ақпараттық-басқарушы үдерісті құрайды;

– жүйенің белсенділігінің басы кез келген басқарушылық үдерістің бастапқы міндеттерімен – мақсатқа сай қызметі мен ауытқуымен байланысқан. Ауытқусыз ақпарат пен басқару үдерісі болмайды, даму да болмайды;

– жүйе ортадан бөлек түрде белсенділік таныта алмайды, тек ортамен өзара әрекеттесу ғана, яғни бұл кезде пайда болатын ауытқулар, қарама-қайшылықтар жүйенің белсенділігіне, оның өзін сақтап қалу бағытындағы ілгерілеуіне қажетті жағдай жасайды;

– кез келген түрдегі реттілік, қоршаған ортаның жүйеге қандай-да бір әсерінің нәтижесінде пайда болады, ол өзгермелі жағдайға бейімдейді, өзі үшін пайдалы ақпаратты жинақтайды;

– басқару механизмі эволюция үдерісінде заңды түрде пайда болатын спецификалық тұрғыда ұйымдастырылған материя қозғалысының формасы. Ол екі өзара байланысқан, кері байланыстармен тұйықталған контурлардағы ақпаратты мақсатқа бағытталған көпциклді түрлендірумен шектелетін және жүйенің басқарылатын объектісінің тұрақтылығын сақтауды және ақпаратты таңдау және жинақтау жолымен оны ұйымдастыру деңгейін одан ары қарай көтеруді функциональды түрде іске асырады.

Осылайша бейнелеу белсенділігі мен циклдікке негізделетін басқару үдерістері мен танымның ұқсастығын атап көрсетеді:

– таным үдерісіндегі кері байланыстың (КБ) бірінші контуры – сынақтан өткізулер, бақылаулар, ақпарат жинаудың көпретті циклі, яғни тәжірибеден алынған эмпирикалық білімнің, мазмұнның аймағы;

– екінші контур – ақпаратты таңдау, жалпылау, кезектегі салыстырмалы шындықты анықтауға талпыныс жасау.

Басқаша айтқанда, 1 контурда КБ құбылыс жақын қабылданады, ал 2 контурда оның мән-мағынасы танылады, мән-мағынаға жету объектіге неғұрлым мақсатқа сай әсер ету, неғұрлым нәзік эксперименттер іске асырылуы барысында тереңдей түседі.

Біздің зерттеу жұмысымыз бойынша Р.Ф.Абдеев ұсынған «ақпараттық құрылымдарды ұйымдастыру үдерісінің ойша моделі» және оны ЭЕМ буындарының дамуы мысалында интерпретациялау үлкен қызығушылық тудырды.

Модельді жасау екі алғышартқа сүйенеді: жүйелілік, жинақылық және өзіндік ұсыну, оларды қазір таным шындығының барлық деңгейлерінде дамытылады, бұл даму құбылысын толығымен екі қарама-қарсы бағыттың – ұйымдастыру мен дезорганизацияның күресі ретінде қарастыру мүмкіндігін береді. Ең жоғары энтропиядан басталатын даму үдерісі, жалпы түрде құрылымдық ақпаратты жинақтау үдерісі ретінде сипатталуы мүмкін. Ұсынылған модель координаталар жүйесінде «қысыңқы спираль» түрінде болады, яғни, ойша үш өлшемді кеңістікте энтропия ақпараттың жинақталуы барысында перифериядан орталыққа қарай ығысады (модельдің осіне қарай) бұл мезгілде берілген объектіні ұйымдастыру деңгейі оны дамыту үдерісінде сәйкесінше өсетіндігін білдіреді.

Осылайша бұл ақпараттық құрылымның өзін ұйымдастыру үдерісі келесі кезеңдермен анықталады:

– екілік санау мен электрленуге өту (бастапқы секіру, электромагниттік реледен электромагниттік лампаларға төңкеріс арқылы өту) – ЭЕМ-нің I буыны;

– ЭЕМ-нің I буынынан II буынына және II буынынан III буынына өте де осындай төңкеріс сипатында болды және «ескі элементтерден (электронды лампа – жартылай өткізгіш – интегралды схема) әрекет ету жылдамдығы 1-2 рет жоғары болатын жаңалардың пайдасы үшін бас тарту керек болды»;

– ЭЕМ-нің III буынынан IV буынға және V буындарына өту кезінде элементтік база (интегралдық схема): «ИС – ОИС (орта интегралдық схема) – УИС (үлкен интегралды схема) – ӨТИС (өте үлкен интегралды схема)» жетілдірілді. Дамудың бұл кезеңі эволюциялық үдеріс ретінде сипатталады, яғни ол барлық бөліктерді сақтау барысында жекелеген бөліктерді жанартуды іске асырады, жаңа жетістіктердің пайда болуына байланысты оларды жедел және экономиялық түрде ендіреді;

– есептеу техникасын ары қарай дамыту сапалық басқа қағидаларды талап етеді. Өте үлкен көлемдегі ақпараттарды замани ЭЕМ-нің көмегімен өңдеу барысында пайда болатын қиыншы-

лықтар мен техникалық прогрестің объективті қажеттіліктері қарастырылып отырған сала бойынша жаңа революциялық төңкерісті даярлауда (оптикалық ЕМ, биокомпьютерлер және т.б.)

Жоғарыда айтылғандарға байланысты бағдарламалық қамтамасыз етуді, құралдарды жобалауға, жасауға, қолдануға, байланысты ақпараттық технологиялардың құралдарын өзіндік ұйымдастыру үдерісін, олардың техникалық құралдарға тікелей қатынасын ескере отырып баламалы модельмен сипатталатындығын болжауға болады [3-5]. Мұндай модельді құру үшін АТ құралдарын дамыту үдерісіне әсер ететін басқа да құраушыларды: олар негізделген формальды аппараттардың даму деңгейін; бағдарламалық қамтамасыз ету деңгейін; АТ құралдарын адамзат іс-әрекетінің түрлі салаларында қолдану арқылы және т.б. ескеру керек.

Сондықтан ғылыми дүниетанымда жаңа технологиялардың орны ерекше, себебі ол заманауи ақпараттық технологияларды қоғамның барлық саласында және ғылыми-техникалық зерттеулерде кеңінен қолданылуынан келіп туындайды. Ғылыми-техникалық революциямен бірге өмірге келген ақпараттандудың ғылыми салалары, ақпараттық технологиялардың дамуындағы ішкі заңдылықтары мен логикасын, оны өндіргіш күшке айналу үдерісін арттыра түсті.

Қорыта айтқанда оқыту үдерісінде ақпараттық технологияларды қолданып оқыту арқылы дүниенің тұтастығын түсінеміз, жалпы интеллекттің артуына ықпал жасаймыз. Ал біздіңше жоғары оқу орындарында болашақ мұғалімдерді кәсіби дайындау үдерісінде заманауи ақпараттық технологияларды оқу үдерісінде қолдану жаңа оқу пәндерінің пайда болуына алып келеді және осыған байланысты оқытудың жаңа формалары мен тәсілдерін қарастырудың өзектілігі артады.

ӘДЕБИЕТ

- [1] Абдеев Р.Ф. *Философия информационной цивилизации*. – М., 1994. – 336 с.
- [2] Ракитов А.И. *Философия компьютерной революции*. – М., 1991. – 280 с.
- [3] *Педагогика профессионального образования*. / Под ред. В. А. Слостенина. – М.: АКАДЕМА, 2004. – 368 с.

REFERENCES

- [1] Abdeev R.F. *Philosophy of information civilization*. M., 1994. 336 p. (in Russ.).
- [2] Rakitov A.I. *The philosophy of the computer revolution*. M., 1991. 280 p. (in Russ.).
- [3] *Pedagogy of vocational education*. Edited V. A. Slastenin. M.: ACADEMA, 2004. 368 p. (in Russ.).

ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОБУЧЕНИЯ СРЕДСТВАМ ИНФОРМАЦИОННОЙ ТЕХНОЛОГИИ В ПРОЦЕССЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ

Ж. Ж. Кожамкулова, Т. К. Койшиева, К. О. Есентаев

Казахский государственный женский педагогический университет, Алматы, Казахстан,
Международный казахско-турецкий университет им. Х. А. Ясави, Туркестан, Казахстан

Ключевые слова: личность, педагогический специальность, информационные технологии, модель.

Анотация. В работе описаны основы проектирования обучения средствам информационной технологий в процессе профессиональной подготовки будущих учителей. Раскрываются вопросы правильного использования в процессе образования возможностей информационных технологий, основы проектирования обучения средствам информационной технологий в процессе профессиональной подготовки будущих учителей, профессиональной подготовки будущих учителей и педагогическая творческая деятельность в период учебного года.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 180 – 185

CAUCHY PROBLEM FOR FIRST ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS USING A TABLE

Zh. A. Musyraliev, G. O. Omirbek, L. A. Rsalina

Kazakh State women's Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: guli_aidana@mail.ru

Key words: differential, recurrent, Programming.

Abstract. In this article, first order differential equations to solve the problem for a report using Excel spreadsheet are regarded. Also it provided for the Cauchy problem for differential equations. Euler and Runge-Kutta methods using spreadsheets ways Pascal programming language for solving differential equations, briefly mentioned in the program. In general, these methods were analyzed for final decisions. Graph of the results of the report is connected. Runge-Kutta solutions are for the most widely used methods. Many other methods of Runge-Kutta numerical method to calculate the value of the function at the point of the last steps in the value of the information obtained. Article describes Euler's method, Runge-Kutta Pascal algorithmic language program. This program can be changed to another program algorithmic language. At the same time, the Cauchy problem is one of the main objectives of the theory of differential equations. With regard to the Euler method, the main ideas is the starting point for a number of other methods. Euler's method is used for solving equations of any order. Euler's method for ordinary differential equations, mathematical models are used to solve many problems in the field of natural sciences. Runge-Kutta methods, compared with the methods of Euler and Cauchy examples.

БІРІНШІ РЕТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУЛЕР ҮШІН КОШИ ЕСЕБІН ШЕШУГЕ ЭЛЕКТРОНДЫҚ КЕСТЕНІ ҚОЛДАНУ

Ж. А. Мүсіралиев, Г. Ө. Өмірбек, Л. А. Рсалина

Қазақ мемлекеттік қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: дифференциал, рекурент, программалау, ұяшық.

Аннотация. Мақалада Бірінші ретті дифференциалдық теңдеулер үшін Коши есебін шешуге Excel электрондық кестесін қолданып шығаруға арналған. Сонымен қатар дифференциалдық теңдеулер үшін Коши есебі қарастырылған. Электрондық кестені пайдаланып Эйлер және Рунге-Кутта тәсілдерімен дифференциалдық теңдеулерді шешу жолдарын қарастырып, Паскаль программалау тілінде қысқаша бағдарламасы көрсетілген. Жалпы осы тәсілдердің шешімдеріне талдау жасалып, қорытынды шығарылған. Есептің нәтижесі графика түрінде салыстырылған. Рунге-Кутта шешімдер неғұрлым кеңінен қолданылатын әдіс. Рунге-Кутта әдісінен басқа көптеген сандық әдістер нүктесінде функцияның мәнін есептеу үшін, өткен қадамдарда алынған мәндері туралы информация пайдаланады. Мақалада Эйлер, Рунге-Кутта әдістерін пайдаланудың Паскаль алгоритмдік тілде программасы берілген. Бұл программа басқа алгоритмдік тілде жазылған программаға ауыстыруға болады. Сонымен қатар, Коши есебі дифференциалдық теңдеулер теориясының негізгі есептерінің бірі. Эйлер әдісіне тоқталатын болсақ негізгі идеялар, басқа әдістермен бірікпелі нүктесі болып табылады. Эйлер әдісі кез-келген тәртіп теңдеулерді шеше алады. Қарапайым дифференциалдық теңдеулер үшін Эйлердің әдісі математикалық моделі ретінде жаратылыстану ғылымдары бойынша көптеген проблемаларды шешу үшін пайдаланылады. Рунге-Кутта, Эйлер әдістері мен Коши есебіне мысалдар келтіріліп, салыстырылған.

Бірінші ретті Кәуділгі дифференциалдық теңдеу үшін Коши есебін қарастырайық. Жалпы түрде Коши есебі былай сипатталады:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

$y(0) = y_0$ дифференциалдық бастапқы шартын қанағаттандыратын теңдеуінің $y=f(x)$ шешімін табу керек.

Нақты есепті қарастырайық.

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = 2 * y + \exp(x) - x \end{cases}$$

Теңдеуінің $y(0) = 0,25$ бастапқы мәнді қанағаттандыратын шешімін табайық. Шешімді $[0, T]$ кесіндісінде табу керек. Мұндағы «T» кез келген мәнге ие болуы мүмкін.

Теңдеудің дәл шешімі былай өрнектеледі:

$$y(x) = \exp(2 * x) - \exp(x) + X / 2 + 0.25$$

Осы есептің $[0, T]$ аралығында $X \cdot h$ – қадаммен өзгертін сандық шешімін кесте түрінде шығаратын, сол нүктелердегі дәл шешімімен салыстыру қажет.

h қадамды анықтау үшін мына формуланы пайдаланылды.

$$h = \frac{T}{N}$$

Мұндағы N - $[0, T]$ аралығындағы функцияның мәндері есептелетін нүктелердің саны.

Қойылған есепті шығаруға екі тәсіл қолданамыз. Біріншісі Эйлер тәсілі. Екіншісі 4-ретті Рунге–Кутте тәсілі.

Бірінші тәсіл оңай жасалады. Ал екінші тәсіл күрделірек және шешімі дәлірек.

1.1 Эйлер тәсілі. Есептің шығару алгоритмі. Эйлер тәсілі бойынша бірінші ретті кәуділгі дифференциалдық теңдеулері үшін Коши есебі рекуррентті формуламен беріледі:

$$y_{k+1} = y_k + h * f(x_k, y_k)$$

Мұндағы,

$$X_k = X_0 + h * K, X_0 = 0, K = 0, 1, 2, \dots, N - 1.$$

Рунге – Кутта тәсілі. Бірінші ретті кәуділгі дифференциалдық теңдеулер үшін Коши есебі 4-ретті Рунге–Кутта тәсілінде мынандай рекурренттік формуламен анықталады.

$$y_{k+1} = y_k + (m_1 + 2m_2 + 2 * m_3 + m_4) * h / 6$$

Мұндағы

$$m_1 = f(X_k, y_k)$$

$$m_2 = f(x_k + h / 2, y_k + m_1 * h / 2)$$

$$m_3 = f(x_k + h / 2, y_k + m_2 * h / 2)$$

$$m_4 = f(x_k + h, y_k + m_3 * h),$$

$K=0, 1, 2, \dots, N-1$

Рунге–Кутта тәсілі Эйлер тәсілінен дәлірек, бірақ оны программалауда күрделі. Microsoft Excel программасының көмегімен осы есептеу процесін оңай ұйымдастыруға болады.

Ал Excel программасының графикалық мүмкіндігінен алынған шешімнен дәл шешімді салыстырып көруге мүмкіндік береді.

1.2. Электрондық кестені пайдаланып Эйлер тәсілімен дифференциалдық теңдеулерді шешу.

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = 2y + e^x - x \\ x \in [0, 1] \end{cases}$$

$$y(0) = y_0 = 0.25$$

$$y_{k+1} = y_k + h * f(x_k, y_k) \quad k=0,1,2,\dots,N-1;$$

$$x_k = x_0 + h$$

$$h = \frac{1}{N} \quad N=100$$

$$x_0 = 0$$

$$y_1 = y_0 + h; f(x_0, y_0)$$

$$x_1 = x_0 + h; f(x_0, y_0) = 24 + e^{x_0} - x_0$$

$$y_1 = y_0 + h * (2 * y + e^{k * x_0} - x_0)$$

$$A2 = A1 + \$1\$4 * (2 * A1 + \text{EXP}(B))$$

$$Y_0 = 0.25, \quad X_0 = 0, \quad X_n = 1, \quad N = 100, \quad h = 0.001$$

| 0,25 | 0 | 0,25 | m1 | m2 | m3 | m4 | 0,25 |
|----------|------|----------|----------|-------------|----------|----------|----------|
| 0,265001 | 0,01 | 0,265151 | 1,50005 | 1,515113566 | 1,515264 | 1,515354 | 0,265152 |
| 0,280303 | 0,02 | 0,280609 | 1,530202 | 1,545618147 | 1,545772 | 1,545913 | 0,280613 |
| 0,295913 | 0,03 | 0,296382 | 1,56106 | 1,576835355 | 1,576993 | 1,577186 | 0,296393 |
| 0,311839 | 0,04 | 0,312476 | 1,592637 | 1,608780472 | 1,608942 | 1,609187 | 0,312499 |
| 0,328089 | 0,05 | 0,3289 | 1,62495 | 1,641469098 | 1,641634 | 1,641932 | 0,328939 |
| 0,344669 | 0,06 | 0,34566 | 1,658015 | 1,674917153 | 1,675086 | 1,675437 | 0,345722 |
| 0,361588 | 0,07 | 0,362766 | 1,691846 | 1,70914089 | 1,709314 | 1,709718 | 0,362855 |
| 0,378852 | 0,08 | 0,380224 | 1,726462 | 1,744156893 | 1,744334 | 1,744793 | 0,380347 |
| 0,396471 | 0,09 | 0,398043 | 1,761879 | 1,779982091 | 1,780163 | 1,780677 | 0,398208 |
| 0,414452 | 0,1 | 0,416232 | 1,798113 | 1,816633763 | 1,816819 | 1,817388 | 0,416444 |
| 0,432804 | 0,11 | 0,434799 | 1,835182 | 1,854129544 | 1,854319 | 1,854944 | 0,435067 |
| 0,451535 | 0,12 | 0,453752 | 1,873105 | 1,89248743 | 1,892681 | 1,893363 | 0,454085 |
| 0,470654 | 0,13 | 0,473102 | 1,911898 | 1,931725794 | 1,931924 | 1,932663 | 0,473507 |
| 0,49017 | 0,14 | 0,492856 | 1,951582 | 1,971863381 | 1,972066 | 1,972863 | 0,493343 |
| 0,510092 | 0,15 | 0,513025 | 1,992174 | 2,012919329 | 2,013127 | 2,013982 | 0,513604 |
| 0,530428 | 0,16 | 0,533617 | 2,033694 | 2,054913165 | 2,055125 | 2,056039 | 0,534299 |
| 0,55119 | 0,17 | 0,554643 | 2,076162 | 2,097864821 | 2,098082 | 2,099055 | 0,555439 |
| 0,572386 | 0,18 | 0,576112 | 2,119598 | 2,141794639 | 2,142017 | 2,14305 | 0,577034 |
| 0,594026 | 0,19 | 0,598035 | 2,164022 | 2,186723379 | 2,18695 | 2,188044 | 0,599096 |
| 0,616121 | 0,2 | 0,620422 | 2,209455 | 2,232672229 | 2,232904 | 2,23406 | 0,621636 |

I бағанаға бастапқы енгізілген мәндерді жазамыз

$$I1 = 0$$

$$I2 = 1$$

$$I3 = 100 \quad N$$

$$I4 = 1/\$ I\$3 \quad p \frac{1}{N}$$

I5 у-тің бастапқы мәнін 0,25 санын енгіземіз.

B бағанаға x-тің мәндерін енгіземіз:

$$B1 = \$ I \$1$$

$$B2 = B1 + \$ I \$4$$

$$X_1 = x_0 + h$$

Қалған ұяшықтағы формуланы көшіреміз.

С бағанаға дәл шешім жазылады.

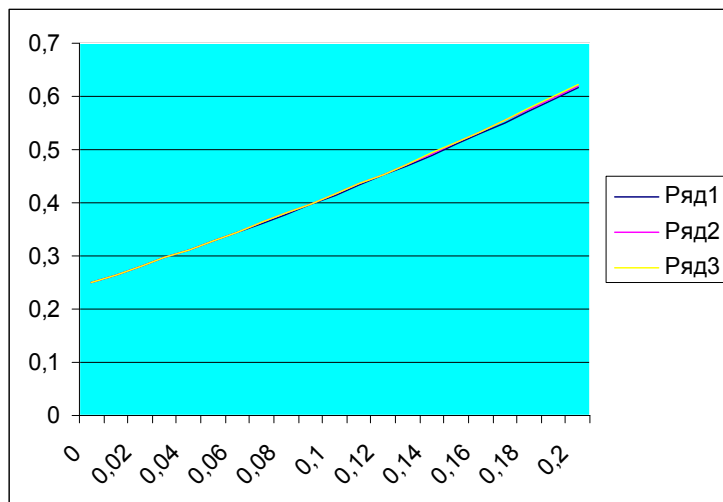
$$C1 = \$I\$5$$

$$C2 = \exp(2 * \Delta 2) - \exp(B2) + \Delta A2 + \$I\$5 = \exp(2 * x0) - \exp(x0) + x0/2 + 0.25$$

А бағанына есептің Эйлер тәсілімен жуықтап шығарылған мәндерді орналастырамыз.

$$A1 = \$I\$5$$

$$A2 = A1 + \$I\$4 * (2 * A1 + \exp(B1) - \Delta 1)$$



Эйлер тәсілінің программасы

```
PROGRAM EIL;
VAR YT,X,H,Y0,T:REAL;
VAR N,I:INTEGER;
FUNCTION F(X,Y:REAL):REAL;
  BEGIN :=2*Y+EXP(X)-X; END;
  BEGIN
T:=1; N:=100; H:=T/N;
Y0:=0.25; X0:=0;
FOR I:=1 TO N-1 DO
  BEGIN
Y:=Y0+H*F(X0,Y0); X0:=X0+H;
WRITE(X0,Y);
Y0:=Y;    YT:=EXP(2*X0);
END;
END.
```

Есептің шығару алгоритмі

I бағанына аралық шекаралары орналасады (O, T).

I1=0 (O, T) аралығының сол жақ шекарасы

I2=1 (O,T) аралығының оң жақ шекарасы

Y0=0,25 бастапқы мәні A1 ұяшығында болады.

A2 ұяшығына

=A1+\$I\$3*(2*A1+EXP(B1)-B1) формуласын енгіземіз.

X айнымалысының ағымдық мәндері B бағанына орналасады.

$$B2 = B1 + \$I\$3$$

$$B2 = I1$$

B1 ұяшығына (O,T) аралығының сол жақ шегі жіберіледі де, ал B2 ұяшығына I3 ұяшығынан H қадамның мәні алдыңғы B1-дің мәніне қосылады.

C бағанында дәл шешіс орналасады. C1 ұяшығында $x=0$ нүктесіндегі шешімнің мәні тұрады, ал C2 ұяшығын келесі формуланы енгіземіз:

$$= \text{EXP}(2*B2) - \text{EXP}(B2) + B2 + 0,25$$

Бұл формуланың көмегімен x аргументінің B2 ұяшығындағы мәніне сәйкес дәл шешімнің мәні есептелінеді.

H бағанында Коши есебінің 4-ретті Рунге – Кутт тәсілімен есептелінген сандық шешімі орналасады. X_k B2 ұяшығынан, ал Y_k H1 ұяшығынан алынады.

$$= H1 + (D2 + 2*E2 + 2*F2 + G2) * \$I\$3/6$$

D2, E2, F2, G2 ұяшықтарына m_1, m_2, m_3, m_4 коэффициенттеріне сәйкес формулалар жазылады. Бұл формулалардың жазылу түрі мынадай болады:

$$= 2*H1 + \text{EXP}(B1) - B1$$

$$= 2*(H1 + D2 * \$I\$3/2) + \text{EXP}(B1 + \$I\$3/2) - B1 - \$I\$3/2$$

$$= 2*(H1 + E2 * \$I\$3/2) + \text{EXP}(B1 + \$I\$3/2) - B1 - \$I\$3/2$$

$$= 2*(H1 + F2 * \$I\$3/2) + \text{EXP}(B1 + \$I\$3/2) - B1 - \$I\$3/2$$

1.3. Рунге–Кутта тәсілі. Рунге – Кутта тәсілінің программасының құрылымы

$$y_{k+1} = y_k + (m_1 + 2m_2 + 2 * m_3 + m_4) * h / 6$$

$$m_1 = f(x_k, y_k)$$

$$m_2 = f(x_k + h/2, y_k + m_1 * h/2)$$

$$m_3 = f(x_k + h/2, y_k + m_2 * h/2)$$

$$m_4 = f(x_k + h, y_k + m_3 * h),$$

```
PROGRAM RUNGE;
VAR H,X,X0,Y,Y0,T,M1,M2,M3,M4: REAL;
VAR I,J,N: INTEGER;
FUNCTION F(X,Y:REAL) :REAL;
BEGIN
F:=2*Y+EXP(X)-X;
END;
BEGIN
T:=1; N:=100;
Y0:=0.25; X0:=0;
H:=T/N;
FOR I:=1 TO N-1 DO
M1:=F(X0,Y0);
M2:=F(X0+H/2,Y0+M1*H/2);
M3:=F(X0+H/2,Y0+M2*H/2);
M4:=F(X0+H, Y0+M3*H);
Y:=Y0+(M1+2*M2+2*M3+M4)*H/6;
WRITE(X0,Y);
Y0:=Y;
END;
END.
```

Суретте бір жолға енгізілген формулалар көрсетілген. Осы формулаларды келесі жолдарға тратып, $x=1$ мәніне дейінгі шешімді табамыз.

ӘДЕБИЕТ

- [1] Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах: Учеб. пособие для студентов эконом. спец. вузов. – М.: Высш. шк., 1986. – 319 с.
- [2] Алексеев В.Е., Ваулин А.С., Петрова Г.Б. Вычислительная техника и программирование: Практикум по программированию / Под ред. А. В. Петрова. – М.: Высш. шк., 1991. – 400 с.
- [3] Балапанов Е.Қ., Бөрібаев Б., Дәулетқұлов А.Б. Жаңа информациялық технологиялар: информатикадан 30 сабақ. – Алматы: ЖТИ, 2004. – 400 б.
- [4] Боглаев Ю.П. Вычислительная математика и программирование: Учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Высш. шк., 1990. – 544 с.
- [5] Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории вероятностей. – М.: Радио и связь, 1983. – 416 с.
- [6] Каганов В.И. Компьютерные вычисления в средах EXCEL и MathCAD. – М.: Горячая линия. – Телеком, 2003. – 328 с.
- [7] Аронов В.В. Турбо Паскаль 7.0. Практика программирования: Учебное пособие. – М.: Нолидж, 1999. – 627 с.
- [8] Компьютерные технологии обработки информации: Учеб. Пособие / С.В. Назаров, В.И. Першинов, В.А. Тафинцев и др. / Под ред. С. В. Назарова. – М.: Финансы и статистика, 1995. – 248 с.
- [9] Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Анализ данных на компьютере / Под. ред. В. Э. Фигурнова. – М.: ИНФРА-М, Финансы и статистика, 1995. – 384 с.
- [10] Шәріпбаев А.А. Информатика. Оқу құралы. – Астана: Нұржол, 2003. – 200 б.
- [11] Фаронов В.В. Турбо Паскаль 7.0. Начальный курс: Учебное пособие. – М.: Нолидж, 1999. – 616 с.
- [12] Фаронов В.В. Турбо Паскаль 7.0. Практика программирования: Учебное пособие. – М.: Нолидж, 1999. – 627 с.
- [13] Фурунжиев Р.И., Бабушкин Ф.М., Варавко В.В. Применение математических методов и ЭВМ: Практикум: Учеб. пособие для вузов. – Мн.: Высш. шк., 1988. – 191 с.

REFERENCES

- [1] Akulich I.L. *Mathematical programming examples and problems*: Proc. A manual for students of economy. spec. universities. M.: Higher. wk., 1986. 319 p. (in Russ.).
- [2] Alekseev V.E., Vaulin A.S., Petrov G.B. *Computer Engineering and Programming: Practical Programming*. Ed. A.V. Petrova. M.: Higher. wk., 1991. 400 p. (in Russ.).
- [3] Balapanov E.K., Boribaev B., Dauletkulov A.B. *New information technologies: computer science 30 classes*. Almaty ZHTI, 2004. 400 p. (in Kaz.).
- [4] Boglaev Y.P. *Computational Mathematics and Programming*: Proc. A manual for students of technical colleges. M.: Higher. wk., 1990. 544 p. (in Russ.).
- [5] Wentzel E.S., Ovcharov L.A. *Applied problems of probability theory*. M.: Radio and Communications, 1983. 416 p. (in Russ.).
- [6] Kaganov V.I. *Computer calculations in EXCEL and MathCAD*. M.: Hotline-Telecom, 2003. 328 p. (in Russ.).
- [7] Aronov V.V. *Turbo Pascal 7.0. The Practice of Programming: A Tutorial*. M.: Penguin, 1999. 627 p. (in Russ.).
- [8] *Computer technologies of information processing*: Proc. Benefit. S.V. Nazarov, V.I. Pershin, V.A. Tafintsev et al. Ed. S.V. Nazarova. M.: Finance and Statistics, 1995. 248 p. (in Russ.).
- [9] Tyurin Yu.N., Makarov A.A. *Analysis of the data on the computer*. Under. Ed. VE Figurnova. M.: INFRA-M, Finance and Statistics, 1995. 384 p. (in Russ.).
- [10] Faronov V.V. *Turbo Pascal 7.0. Basic Course: Manual*. M.: Penguin, 1999. 616 p. (in Russ.).
- [11] Faronov V.V. *Turbo Pascal 7.0. The Practice of Programming: A Tutorial*. M.: Penguin, 1999. 627 p. (in Russ.).
- [12] Furunzhiev R.I., Grandmother F.M., Varavka V.V. *The application of mathematical methods and computers: Workshop: Textbook. manual for schools*. Mn.: Executive. wk., 1988. 191 p. (in Russ.).
- [13] Sharipbayev A.A. *Informatics. Leaders Astana from Nurzhol*, 2003. 200 p. (in Kaz.).

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ПОМОЩЬЮ ТАБЛИЦЫ

Ж. А. Мусиралиев, Г. О. Омирбек, Л. А. Рсалина

Казахский государственный женский педагогический университет, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: дифференциал, рецидивирующий, программирование.

Аннотация. В статье рассматриваются дифференциальные уравнения первого порядка, для создания электронных таблиц Excel. Также предусмотрено решение задачи Коши для дифференциальных уравнений. Решения Рунге-Кутты – широко используемый метод. Многие другие методы Рунге-Кутта численного метода для расчета значения функции в точке из последних шагов на величину полученной информации. Задача Коши является одним из основных задач теории дифференциальных уравнений. Что касается метода Эйлера, одна из основных его идей является отправной точкой для ряда других методов. Метод Эйлера используется для решения уравнений любого порядка.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 186 – 190

SYNTHESIS OF THE CARBON NANOPARTICLES IN THE GAS PHASE DEPENDING ON THE PLASMA PARAMETERS

S. A. Orazbayev¹, T. S. Ramazanov¹, M. K. Dosbolayev¹, D. G. Batryshev¹, L. Boufendi²

¹Al-Farabi Kazakh national university, Almaty, Kazakhstan,

²GREMI, Orleans politechnical university, Orleans, France.

E-mail: sagi.orazbayev@gmail.com

Keywords: nanoparticles, dusty plasma, nanomaterials, gas discharges.

Abstract. In this work carbonous nano and microparticles were obtained by the plasma chemical vapor deposition method in RF discharge and their size and structure depending on the discharge parameters were investigated. Synthesis of nano and microparticles was carried out in mixtures of argon (98%) and methane (2%) gases at different parameters of RF discharge such as time, pressure and discharge power. Morphology and chemical content of obtained samples are investigated by scanning electron microscopy (SEM) and Raman spectroscopy. Analyses of obtained results indicate that synthesis and deposition processes depend on plasma parameters. The optimal conditions of nanoparticle synthesis were determined.

УДК 537.523/.527

КӨМІРТЕГІ НАНОБӨЛШЕКТЕР СИНТЕЗІНІҢ ЖЖ РАЗРЯД ПЛАЗМАСЫНЫҢ ПАРАМЕТРЛЕРІНЕ ТӘУЕЛДІЛІГІН ЗЕРТТЕУ

С. А. Оразбаев¹, Т. С. Рамазанов¹, М. К. Досболаев¹, Д. Г. Батрышев¹, Л. Буфенди²

¹ННЛОТ, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан,

²GREMI, Орлеан политехникалық университеті, Орлеан, Франция

Тірек сөздер: нанобөлшектер, тозаңды плазма, наноматериалдар, газдық разряд.

Аннотация. Аталған жұмыста жоғары жиілікті сыйымдылықты разряд плазмасында газдық фазада көміртегі нанобөлшектері алынған және олардың өлшемдері мен құрылымдарының разряд параметрлеріне тәуелділігі зерттелген. Нано және микробөлшектер синтезі ЖЖС разрядта аргон (98%) мен метан (2%) газ қоспасы плазмасында әртүрлі уақыт, газ қысымы және разряд қуатының параметрлерінде жүргізілген. Алынған бөлшектердің үлгілерінің беттік және химиялық құрамын зерттеу электронды сканерлеуші микроскоп Quanta 3D 200i (SEM, USA FEI company) көмегімен жүргізілді. Графикалық және математикалық есептеулер негізінде көміртегі нано және микробөлшектері өлшемдерінің разряд қуатына, газ қысымына, синтезделу уақытына тәуелділіктері тұрғызылды.

Кіріспе. Қазіргі таңда нанобөлшектер мен нанокұрылымды материалдар көптеген заманауи тауарлар – лак және боя өндірісінен бастап ас тағамдары өнеркәсібінің негізі болды. Нанобөлшектер мен нанокұрылымды материалдардың дамуы медицина мен фармацевтика, энергетика, электроника, автомобиль өнеркәсібінің маңызды бөлігіне айналды. Сондықтан конструкциялы және функционалды наноматериалдар алу нанотехнология саласының маңызды ғылыми және қолданбалы есептерінің бірі болып саналады [1]. Бәрімізге белгілі, нанотехнология саласы қолданбалы ғылымдағы өркендеп дамып келе жатқан маңызды бағыт болып табылады.

Осыған байланысты адамзат қажетті қасиеттерге ие жоғары сапалы ұсақдисперсті (микро және нанобөлшек) композитті материалдарды нанобөлшек және наноұнтақ алуда, металдарды

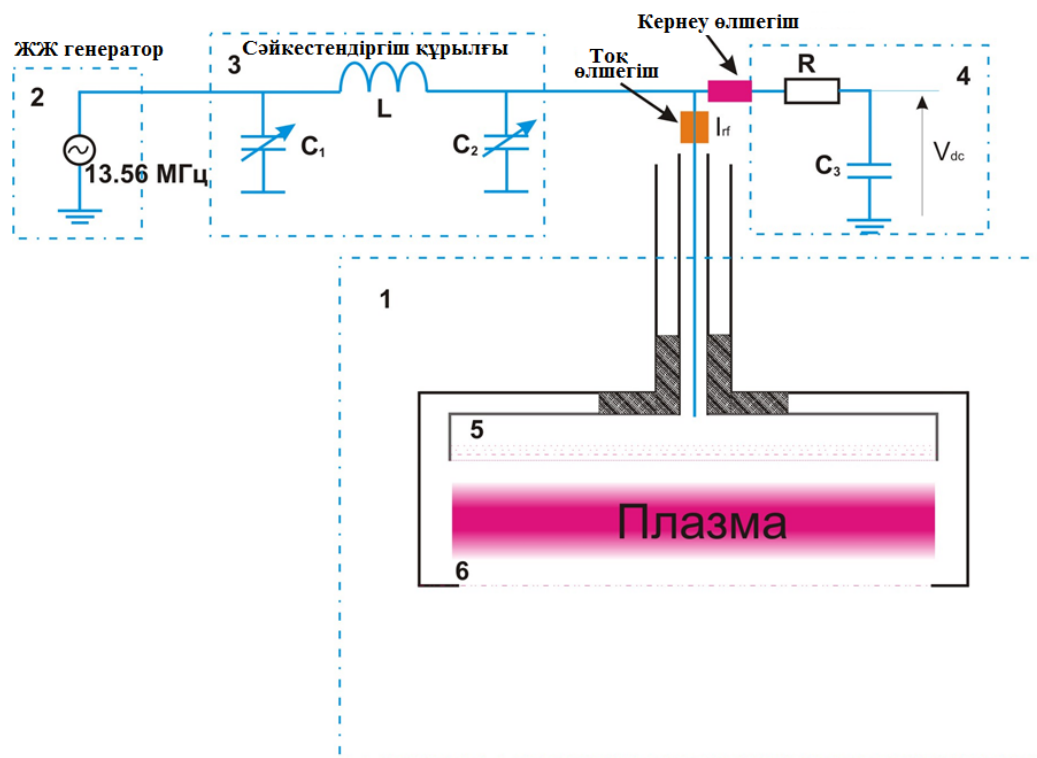
керамикалық материалдар (жоғарғы температуралы жоғары өткізгіштер мен қатты электролиттер) дәнекерлеуде, күн батареяларын өндіру технологияларында қолдануға қызығушылық танытуда [2].

Қазір, нанобөлшекті алудың келесі әдістері кеңінен қолданылады: плазма-химиялық, өткізгіштерді электрлік жару, буландыру және конденсация, левитациялық-аққыштық, криохимиялық синтез, золь-гель процесі, ертінділерден тұндыру, сольво және гидротермальды синтез, электролиттік, микроэмульстік, сұйық фазадан қалпына келтіру, соққы-толқындық синтез. Солардың ішінде, нанокұрылымды нанобөлшектерді алудың екі қарапайым классикалық әдістері бар, олар плазма-химиялық және қажетті өлшемдерге дейін ұсақтау.

Аталған жұмыста плазмалы-химиялық әдіс негізінде жоғары жиілікті сыйымдылықты (ЖЖС) разрядта газдық фазадан көміртегі нанобөлшектері синтезделген және олардың өлшемдері мен құрылымдарының разряд параметрлеріне тәуелділігі зерттелген.

Тәжірибелік қондырғы

1-суретте ЖЖС разряд плазмасында газдық фазадан нано- және микробөлшектерді синтездеуге арналған тәжірибелік қондырғының сұлбасы көрсетілген [3, 4]. Бұл тәжірибелік қондырғы газдық разрядты камерада (1), сәйкестендіргіш құрылғы (2) ЖЖ генератордан (3) және өздік ығысу кернеуін анықтайтын модульден (4) тұрады. Өзара параллель жазық екі электрод газдық разрядты камерада орналасқан. Электродтардың диаметрі 10 см, арақашықтығы 1,5 см. Төменгі электродқа (5) 13,56 МГц жоғары жиілікті кернеу беріледі және жоғарғы электрод (6) жерге жалғанған. Жоғарғы жиілікті генератордан берілетін қуат 1,5–20 Вт аралығында. Ал, жұмыс газы ретінде аргон және метан қоспасы алынды, қысымы 0,1–2 Тор аралығында өзгертіліп отырды.



1-сурет – ЖЖС разрядты қондырғының жалпы сұлбасы

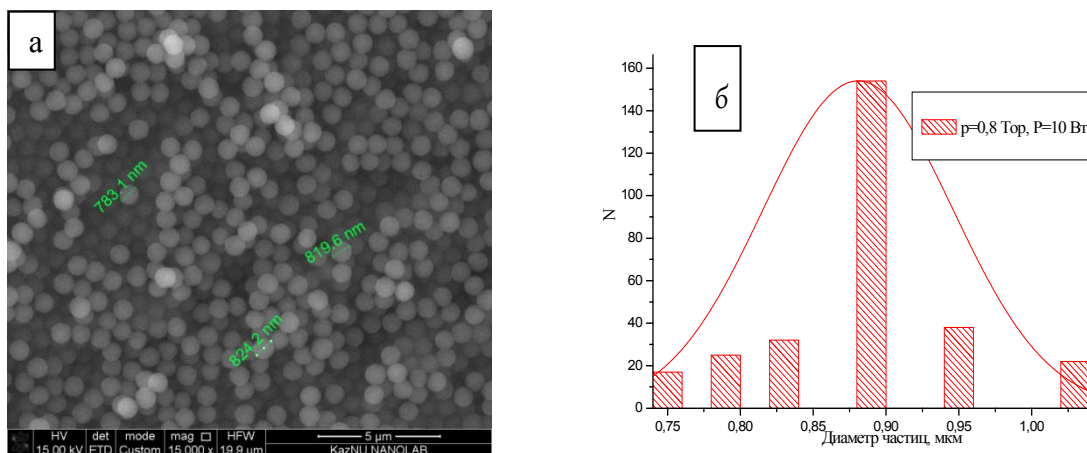
Тәжірибелік әдіс

Бұл тәжірибелік жұмыста плазма-химиялық әдіс негізінде ЖЖС разряд плазмасында газдық фазадан көміртегі нано- және микробөлшектері синтезделген. Аталған газдық фазадан микро және нанобөлшектерді синтездеу әдісі ЖЖС разряд плазмасында аргон метан газ қоспасының құрамының

молекулалар мен атомдардың иондарына ыдырауына, соңынан кластерлерден бастап микро-бөлшектерге дейін өсуіне негізделген. Бұл ұсақдисперсті бөлшектердің синтездеу ЖЖС разряд плазмасында иондық-сәулелік қондыру әдісімен көміртегі наноқабықшаларын алу барысындағы тәжірибелік жұмыстарда аңғарылған болатын [5].

Электродтарға жоғары жиілікті кернеу беріліп, разряд жанады және диссоциация және иондалу процестері нәтижесінде газдар қоспасы иондар мен радикалдарға бөлініп, химиялық реакциялардың арқасында нано- және микробөлшектер синтезделеді. Плазмада газдық фазадан нано- және микробөлшектердің өсуі [6-8] белгілі механизммен жүзеге асырылады. Яғни, пайда болу және полимеризация, қанығу және коагуляция, нанобөлшектің беттік өсуі сияқты фазалардан тұрады. Бірінші фазада $t = 0$ (пайда болу және полимеризация фазасы) газ атомдары мен молекулаларының иондары мен радикалдарынан нанокластерлер пайда болады, осыдан кейін қанығу фазасы жүреді t_1 , мұнда нанокластерлер критикалық өлшемге дейін өседі және бір-бірімен жабыса бастайды t_2 (коагуляция фазасы), нанобөлшектің орташа өлшемі 50 нм-ге тең. Кейін нанобөлшектің беттік өсу фазасы жүреді, мұнда нанобөлшектердің өлшемдері ғана өзгереді.

Алынған нәтижелер. Нано- және микробөлшектер синтезі ЖЖС разряд аргон (98%) мен метан (2 %) газ қоспасы плазмасында белгілі уақытта, газ қысымы мен разряд қуатының әртүрлі мәндерінде жүргізілген. Төменде жоғары жиілікті разряд плазмасында газдық фазадан синтезделген көміртегі нанобөлшектері 2-суретте көрсетілген.



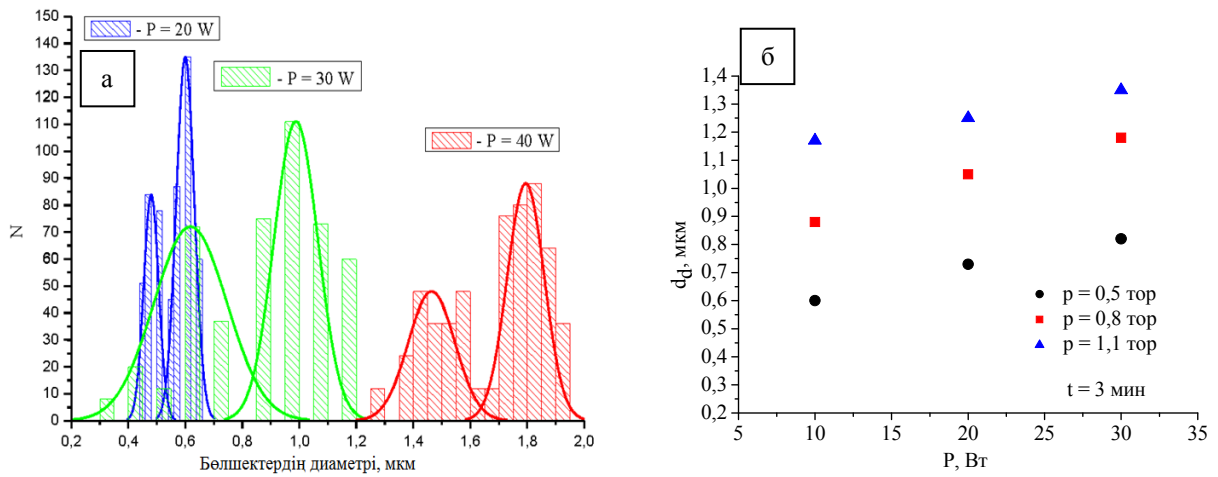
2-сурет – ЖЖС разряд плазмасында синтезделген көміртегі микробөлшектері (а) және өлшемдері бойынша таралуы (б) $p = 0,8$ Torr, $W = 10$ Вт

Газ қысымы мен разряд қуатының әртүрлі параметрлерінде алынған нәтижелер синтезделген бөлшектердің өлшемдері бойынша таралу функциясы ретінде төмендегі 3-суреттерде көрсетілген.

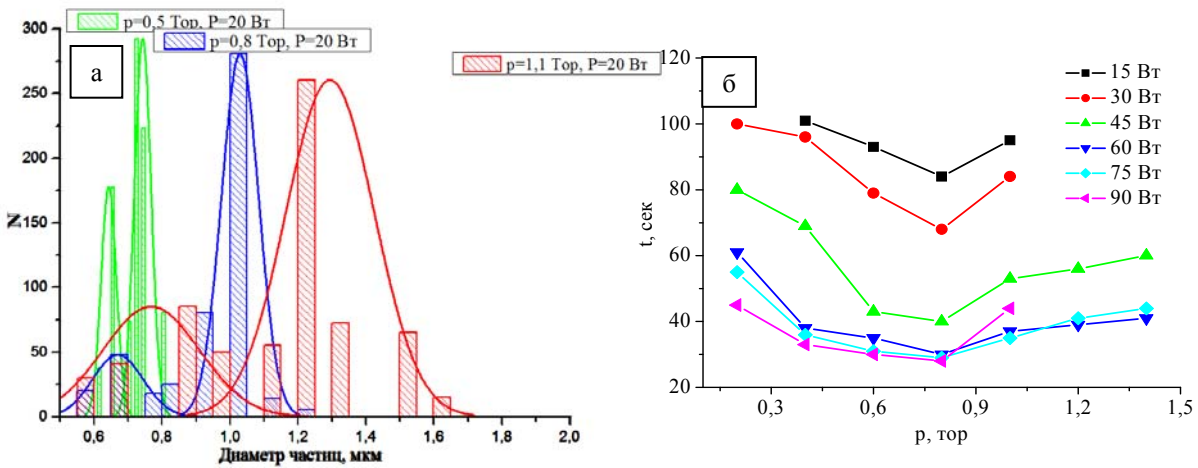
3а-суретте разряд қуатындағы өзгерісіне байланысты плазмада синтезделген нано- және микробөлшектердің өлшемдері бойынша таралу графигі көрсетілген. Бірдей плазма параметрлерінде разряд қуатының кемуіне байланысты синтезделген нано- және микробөлшектердің әртүрлі фракциялары көруге болады.

Берілетін разряд қуатына байланысты плазмада нанобөлшектердің анықталған өлшемдерін алуға болады. Разряд қуатының артуына байланысты электрондардың энергиясы артып, газдың иондалу жылдамдығы артады. Осыған байланысты иондардың концентрациясы мен иондардың бөлшек бетіне қонуы жоғарылайды. Бұл эффект бөлшектердің тез өсуіне алып келеді. Аталған процесс жоғарыдағы 3б-суретте жақсы сипатталған.

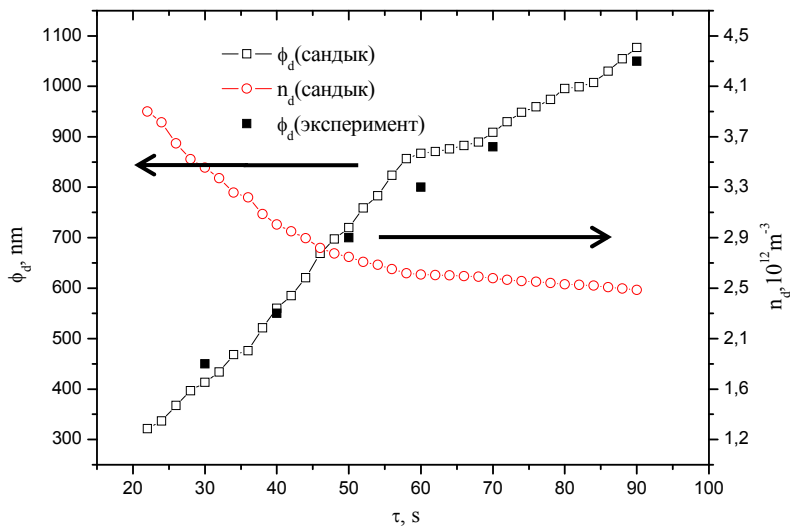
Сонымен бірге, төмендегі 4а-суретте синтезделу уақыты мен разряд қуатының тұрақты мәнінде, плазмадағы бөлшектердің өсуінің газ қысымының $p=0,5-1,1$ тор аралығындағы өзгерісіне тәуелділігі көрсетілген.



3-сурет – а) синтезделген көміртегі нано- және микробөлшектерінің өлшемдері бойынша таралу функциясы, $p = 0,6$ тор және $W = 20- 40$ Вт; б) синтезделген бөлшектердің диаметрлерінің разряд қуатына тәуелділігі



4-сурет. а) синтезделген көміртегі нано- және микробөлшектерінің өлшемдері бойынша таралу функциясы, $W = 20$ Вт және $p = 0,5-1,1$ тор; б) бөлшектердің пайда болу уақытының газ қысымына тәуелділігі



5-сурет – Бөлшектердің диаметрі мен концентрациясының синтез уақытына тәуелділігі

46-суретте көріп отырғанымыздай, төменгі разряд қуаттарында бөлшектердің пайда болу процесі ұзақ уақытты қажет етеді, өйткені иондалу процессінің өзі арнайы бір уақытты қажет етеді. Газ иондалғаннан кейін, плазмадағы иондар нанокластерлер және нанобөлшектер түзуі үшін бір-бірімен химиялық байланысқа түседі. Ал разрядтың жоғарғы қуаттарында газдың иондалу процесі жылдам жүретіндіктен, бөлшектердің пайда болуы төмендейді.

Жасалған сериялы эксперименттік нәтижелерден нанобөлшектердің пайда болуының оптимал параметрлері анықталды. 46-суреттен 0,8 торға дейінгі газ қысымының өсуі бөлшектердің пайда болу уақытының төмендейтіні, ал одан ары газ қысымын жоғарылату бөлшектердің пайда болуы уақытының өсетіндігін көреміз.

Сонымен қатар, бөлшектердің диаметрі мен концентрациясының синтез уақытына тәуелділігі алынды. Жоғарыдағы алынған нәтижелер бөлшектердің өсуі плазма параметрлері, яғни разряд қуаты, газ қысымы және бөлшектердің синтезделу уақытына тікелей тәуелді екенін көрсетті.

Осы жұмыста алынған нәтижелер алдығы уақытта ЖЖ разрядты плазмада газдық фазадан бөлшектердің өсуінің басқа да разряд параметрлерлеріне тәуелділігін алуға және бөлшектер алудың технологиялық регламентін жасауға негіз болады.

ӘДЕБИЕТ

- [1] Осипов В.В., Котов Ю.А., Иванов М.Г., Саматов О.М., Смирнов П.Б. // Изв. АН. Сер. Физическая. – 1999. – Т. 63. – № 10. – С. 1968-1971.
- [2] Осипов В.В., Платонов В.В., Лисенков В.В. // Квант. электрон. – 2009. – Т. 39, № 6. – С. 541-546.
- [3] Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Jumabekov A.N., Dosbolayev M.K. // Phys. Plasmas. – 2008. – Vol. 15. – P. 053704.
- [4] Ramazanov T.S., Jumabekov A.N., Orazbayev S.A., Dosbolayev M.K., Jumagulov M. N. // Phys. Plasmas. – 2012. – № 19. – P. 023706.
- [5] Gabdullin M.T., Ramazanov T.S., Orazbayev S.A., Batryshev D.G., Dosbolayev M.K., Silamiya M. Ion – beam deposition of carbon nanofilms on silicon substrate // Advanced Science Letters. – 2013. – **19**. – P. 960.
- [6] Fridman A., Boufendi L., Hbid T., Potapkin B., Bouchoule A. // J. Appl. Phys. – **79**. – 1303.
- [7] Boufendi L., thesis Ph.D. University of Orléans, 1994.
- [8] Shiratani M., Fukuzawa T., Watanabe Y. // Jpn. J. Appl. Phys. – Part 1 **38**, 4542.

REFERENCES

- [1] Osipov V.V., Kotov Yu.A., Ivanov M.G., Samatov O.M., Smirnov P.B. News. AS. Ser. Phys. 1999. Vol. 63, N 10. P. 1968-1971. (in Russ.).
- [2] Osipov V.V., Platonov V.V., Lisenkov V.V. Quantum. el. 2009. Vol. 39, N 6. P. 541-546. (in Russ.).
- [3] Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Jumabekov A.N., Dosbolayev M.K. Phys. Plasmas. 2008. Vol. 15. P. 053704.
- [4] Ramazanov T.S., Jumabekov A.N., Orazbayev S.A., Dosbolayev M.K. Jumagulov M.N. Phys. Plasmas. 2012. **19**, P. 023706.
- [5] Gabdullin M.T., Ramazanov T.S., Orazbayev S.A., Batryshev D.G., Dosbolayev M.K., Silamiya M. Ion – beam deposition of carbon nanofilms on silicon substrate. Advanced Science Letters. 2013. **19**, P. 960.
- [6] Fridman A., Boufendi L., Hbid T., Potapkin B., Bouchoule A. J. Appl. Phys. **79**, 1303.
- [7] Boufendi L. Ph.D. thesis, University of Orléans, 1994.
- [8] Shiratani M., Fukuzawa T., Watanabe Y. Jpn. J. Appl. Phys., Part 1 **38**, 4542.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА СИНТЕЗА УГЛЕРОДНЫХ НАНОЧАСТИЦ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПАРАМЕТРОВ ПЛАЗМЫ ВЧ РАЗРЯДА

С. А. Оразбаев, Т. С. Рамазанов, М. К. Досболаев, Д. Г. Батрышев, Л. Буфенди

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан,
²GREMI, Орлеанский политехнический университет, Орлеан, Франция

Ключевые слова: наночастицы, пылевая плазма, наноматериалы, газовые разряды.

Аннотация. В работе получены наночастицы углерода в плазме высокочастотного емкостного разряда в газовой фазе и исследованы их размеры и структура в зависимости от параметров разряда. Синтез нано- и микрочастиц проводился в смесях газов аргон (98%) и метан (2%) в ВЧЕ разряде при разных параметрах, таких как время синтеза, давление и мощность разряда. Исследования поверхности и химического состава полученных частиц проводились с помощью сканирующего электронного микроскопа Quanta 3D 200i (SEM, USA FEI company). На основе графических и математических расчетов построены зависимости размеров наномикрочастиц от мощности разряда, давления газа и от времени синтеза.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 191 – 198

**THE ISSUE OF PROVIDING TEMPORARY STABILITY
OF FLUID SENSORS****K. A. Ozhikenov¹, P. G. Mikhailov², P. Rakhimzhanova³, Z. Abdikulov³**¹Kazakh National Technical University after K. I. Satpayev, Almaty, Kazakhstan,²Penzensky State Technological University, Penza, Russia,³International Kazakh-Turkish University after named H. A. Yassavi, Turkestan, Kazakhstan**Keywords:** physical model, mathematical model, microelectronic sensor, sensor, measuring module.

Abstract. One of the main problems in instrumentation have always been questions of stability of sensors of physical quantities. Of particular relevance they have acquired in connection with the creation and development of complex autonomous measurement and control systems in various industries. This is due to factors such as the long period of operation of objects, the impossibility of their maintenance and repair, including the installation and dismantling of sensors, territorial remoteness, stealth, etc. Improved stability of the sensors of physical quantities is a complex problems, including: the creation of new design and technological solutions, the development of new technologies, methods and procedures for monitoring, testing, long-term analysis of failures and defects in the operation of sensors, etc. This priority is to create new designs and technologies, as the improvement of sensors using traditional methods of conversion, design and technology are mostly exhausted itself, and not justified in practice.

The article is devoted to the key issue of ensuring the stability of the sensors of physical quantities. Approaches to develop a set of physical and mathematical models, which will not only significantly reduce the duration of full-scale tests, but also to accelerate the entire development cycle of new and modernization of the previously developed sensors of physical quantities. It was created by a series of sensors and measurement modules microelectronic sensors and rapidly acoustic pressure.

УДК 681.586.72: 531.787

**ВОПРОСЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ВРЕМЕННОЙ СТАБИЛЬНОСТИ
ДАТЧИКОВ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН****К. А. Ожикенов¹, П. Г. Михайлов², П. Рахимжанова³, З. Абдикулова³**¹Казахский национальный технический университет им. К. И. Сатпаева, Алматы, Казахстан,²Пензенский государственный технологический университет, Пенза, Россия,³Международный казахско-турецкий университет им. Х. А. Яссави, Туркестан, Казахстан

Ключевые слова: физико-математическая модель, микроэлектронный датчик, чувствительный элемент, измерительный модуль.

Аннотация. Одним из основных проблем в приборостроении всегда были вопросы обеспечения стабильности датчиков физических величин. Особую актуальность они приобрели в связи с созданием и развитием сложных автономных измерительных и управляющих систем в разных отраслях экономики. Это связано с такими факторами, как длительный период функционирования объектов, невозможность их обслуживания и ремонта, в том числе монтажа-демонтажа датчиков, территориальная отдаленность, скрытность и т.д. Повышение стабильности датчиков физических величин является сложнейшей комплексной задачей, включающей в себя: создание новых конструктивно-технологических решений, разработку новых технологий, методов и процедур контроля, испытаний, долговременного анализа отказов и дефектов датчиков в процессе эксплуатации и т.д. При этом приоритетным направлением является создание новых конструкций и технологий, так как совершенствование датчиков, использующих традиционные методы преобразования, конструкции и технологии в большинстве своем исчерпало себя и не оправдало на практике.

Статья посвящена ключевой проблеме обеспечения стабильности датчиков физических величин. Рассмотрены подходы по разработке комплекса физико-математических моделей, который позволит не только существенно сократить длительность натурных испытаний, но и ускорить весь цикл разработки новых и модернизации ранее разработанных датчиков физических величин. Был создан ряд чувствительных элементов и измерительных модулей микроэлектронных датчиков акустических и быстропеременных давлений.

Обзор проблемы обеспечения стабильности датчиков физических величин. Вопросы обеспечения стабильности датчиков физических величин (ДФВ) всегда были одними из основных в измерительной технике и приборостроении. Особую актуальность они приобрели в связи с созданием и развитием сложных автономных измерительных и управляющих систем в космонавтике, энергетике, трубопроводном транспорте, охране важных объектов, экологии. Это связано с такими факторами, как длительный период функционирования объектов, невозможность их обслуживания и ремонта, в том числе монтажа-демонтажа датчиков, территориальная отдаленность, скрытность и т.д. Показательными объектами вышеуказанных отраслей являются: охранные системы стратегических объектов, орбитальные комплексы, межпланетные станции, плотины гидроэлектростанций, ядерные реакторы, контейнерные автономные метеостанции, а так как все современные информационно-измерительные системы, построенные с применением микропроцессоров, контроллеров и компьютеров, имеющие на низовом уровне (процесс, установка, изделие, агрегат) опять те же ДФВ–преобразователи контролируемых параметров процесса. И если их характеристики будут нестабильны во времени, то ни какими программно-аппаратными средствами невозможно обеспечить информативность измерений и регулируемость процесса. Все это приводит не только к финансовым потерям, но может послужить причиной экологических катастроф (неуправляемость ядерной реакцией, аварии на нефте- и газопроводах, прорыв плотин гидроэлектростанций и т.д.). Повышение стабильности ДФВ является сложнейшей комплексной задачей, включающей в себя: создание новых конструктивно-технологических решений, разработку новых технологий, методов и процедур контроля, испытаний, долговременного анализа отказов и дефектов датчиков в процессе эксплуатации и т.д. При этом приоритетным направлением является создание новых конструкций и технологий, так как совершенствование датчиков, использующих традиционные методы преобразования, конструкции и технологии в большинстве своем исчерпало себя и не оправдало на практике [1, 2].

С проблемой обеспечения стабильности разрабатываемой продукции так или иначе сталкиваются все разработчики и изготовители, но особенно она является актуальной в таких отраслях, как ракетно-космическая техника (РКТ), авиация, атомная энергетика. Это связано, в первую очередь, с необходимостью назначения значительного рабочего ресурса, переходом на новую элементную базу, увеличенными уровнями внешних воздействующих факторов (ВВФ) действующими на приборы, материалы и комплектующие и проч.

Например, при создании орбитальных космических комплексов и межпланетных космических аппаратов главные конструкторы изделий требуют у разработчиков средств измерения (СИ) для РКТ увеличения ресурса СИ на два-три порядка по сравнению с теми, которые были ранее характерны для изделий РКТ (десятки, сотни часов при очень высокой надежности). Соответственно ужесточаются и требования по временной стабильности нового поколения СИ. В частности, для СИ, разрабатывавшихся для ракетно-космического комплекса «Энергия-Буран» основные ВВФ и технические требования к датчикам были следующие [3]:

- температурный диапазон от 253 до +700 °С;
- термоудары со скоростью до 5000 град/с;
- вибрации до 1200 g с частотой от 5 до 5000 Гц;
- ударные нагрузки до 700 g длительностью от 0,5 до 5 мс;
- акустический шум до 170 дБ;
- пожаро- и взрывобезопасность в среде «водород-кислород»;
- помехоустойчивость и электромагнитная совместимость;
- широкие диапазоны измерения;
- многообразие применения (до 100 раз);
- надежность от 0,99 до 0,999 при обеспечении механической надежности до 0,99999.

Кроме того, для авиационной и ракетно-космической техники необходимы ДФВ малых габаритов и веса, так как их общее количество на одном изделии, особенно при стендовой и летно-конструкторской отработке очень велико и может достигать несколько тысяч штук, что связано с колоссальным числом контролируемых параметров и точек контроля. Так, например, общее число точек контроля на автономном спускаемом аппарате типа «Буран» было более 50000 шт.

Еще одним характерным примером резкого повышения требований к долговременной стабильности СИ и особенно датчиков является использование последних в ядерной энергетике для контроля функционирования ядерных реакторов. Дело в том, что зачастую установка ДФВ осуществляется таким образом, что в дальнейшем демонтировать или заменить его практически невозможно, так как это связано с возможными нарушениями целостности конструктивных элементов ядерного реактора.

Использование ДФВ в автономных управляющих системах: инженерных боеприпасах, системах охраны стратегических объектов, системах аварийной защиты ракет, стоящих на боевом дежурстве и прочее, также требует применения стабильных датчиков, в противном случае недостоверность выдаваемой информации может привести к значительным материальным и экономическим потерям, экологическим катастрофам, а также к гибели людей.

Обеспечение стабильности ДФВ – междисциплинарная проблема. Наряду с осознанием необходимости решения проблем, связанных с обеспечением стабильности разрабатываемой продукции, следует понимать, что данная проблема – многогранная, стыковая, так как завязана с различными областями знаний (материаловедение, физика твердого тела, вычислительная техника, системный анализ и проч.). Поэтому для решения вопросов стабилизации параметров ДФВ необходим комплексный, системный подход, включающий следующие аспекты [4-6]:

1. Научный (разработка теоретических вопросов, моделирование, исследование различных физических эффектов и проч.);
2. Технологический (разработка и внедрение новых технологических процессов и операций);
3. Материаловедческий (разработка и исследование новых материалов, в том числе и композитных);
4. Химический (подбор и исследование травителей, газов и т.д.);
5. Экологический (утилизация отходов, нейтрализация агрессивных газов и проч.)

Обеспечение стабильности датчиков физических величин является актуальной проблемой в большинстве отраслей науки и техники. Это объясняется, в первую очередь тем, что, несмотря на высокий уровень развития информационно-измерительных систем и интеллектуализацию процессов измерения и управления, первичным звеном, определяющим большинство технических характеристик систем (точность, быстродействие, надежность и проч.) является датчик. Следует подчеркнуть, что без разработки и освоения производства стабильных ДФВ применение даже новых интеллектуальных информационно-измерительных систем, построенных на основе микропроцессоров и современного программного обеспечения, не может обеспечить необходимого качества измерения, так как искаженную нестабильным ДФВ информацию невозможно скорректировать.

Традиционно высоконадежные ДФВ разрабатывались и изготавливались для нужд оборонных отраслей (авиация, космонавтика, военно-морской флот) на предприятиях военно-промышленного комплекса. Особенностью таких ДФВ является то, что при высокой надежности, достигающей до 0,99 и выше, они имеют, в подавляющем большинстве, малый ресурс работы (единицы, десятки часов), что объясняется жесткими условиями их эксплуатации (криогенные и повышенные температуры, ионизирующие излучения, высокие вибронгрузки, агрессивные среды и т.д.). Такой ресурс ДФВ обеспечивают при решении специальных задач: вывод спутника на орбиту, обеспечение старта ракеты, управление полетом самолета и пр., длительность выполнения которых, как правило, невелика.

В условиях сокращения вооружений и осуществлении конверсионных программ на большинстве предприятий оборонного комплекса разработчикам и производителям ДФВ пришлось срочно переориентироваться на гражданские отрасли, в первую очередь, на энергетику, химическую и нефтеперерабатывающую промышленность, газо- и нефтедобычу. При этом необходимо было коренным образом менять подход, заложенный при разработке изделий для оборонных нужд -

«малый ресурс при высокой надежности», на новый – «большой ресурс при приемлемой надежности». Для новых изделий, поставляемых для гражданских отраслей, требовалось повысить ресурс на несколько порядков. В частности, для датчиков давления, монтируемых на магистральных нефтепроводах, необходимо было повысить ресурс со 100 часов (у существующих датчиков) до 50 000 – 100 000 часов (для вновь создаваемых). Конечно, при таких ресурсах от ДФВ не требуется выдерживать повышенные ВВФ, но для обеспечения такого длительного ресурса необходимо было менять многое в конструкции, технологии, методах испытаний, расчетах. К примеру, даже ускоренные испытания ДФВ дают только десятикратный выигрыш по времени, поэтому экономически нецелесообразно проводить длительные ресурсные испытания. Кроме того, результаты ускоренных испытаний не могут гарантировать адекватного поведения ДФВ в реальных условиях эксплуатации.

Следует отметить, что аналитический обзор состояния стабильности ДФВ, выпускаемых в России и за рубежом проведенный автором по различным источникам, показал следующее:

1. В подавляющем большинстве производители не указывают временной стабильности параметров и только отдельные изготовители и разработчики, хотя и указывают, но только качественно, а не количественно.

2. Используемая терминология, характеризующая стабильность ДФВ, не соответствует ГОСТ и международным стандартам. В частности, используются следующие характеристики:

- долговременная стабильность метрологических характеристик (МХ);
- высокая точность и стабильность МХ в условиях эксплуатации;
- стабильность МХ в течение ресурса;
- стабильность МХ при эксплуатации в широком диапазоне частот, температур, воздействии давлений, вибрации, радиационных излучений;
- обладает долговременной стабильностью параметров.

3. Недостаточность и просто отсутствие информации от изготовителей о стабильности выпускаемых ими ДФВ объясняется, по всей видимости, несколькими основными причинами:

- трудностью корректного подтверждения временной стабильности технических характеристик ДФВ, что связано с большими временными и экономическими затратами;
- недостаточной развитостью математического аппарата создания долговременных прогнозных моделей.

При назначении параметров стабильности возникает необходимость создания математических и физических моделей, способных предоставить потребителю достаточную информацию по состоянию характеристик устройства либо через заданный интервал времени, либо в указанном временном диапазоне. Сложность создания таких моделей состоит в том, что количество учитываемых параметров в них слишком велико, при этом необходимо также учитывать режим работы устройства в тот или иной момент времени в течение всего срока эксплуатации датчиков. Поэтому при создании физико-математических моделей (ФММ) имеет место завышение многих ВВФ, таких как повышенная или пониженная температура, термоудары, периодические возрастания и понижения влажности, влияние агрессивных сред и т.п. Это приводит к тому, что в конечном итоге ДФВ проектируется по критическим значениям ВВФ (критические модели), но на практике условия эксплуатации являются критичными лишь относительно небольшое время по сравнению с общим эксплуатационным ресурсом. Хотя такого рода критические модели и способны облегчить усилия, затраченные на разработку и конструирование, но они не способны точно предсказать состояние системы или ДФВ в какой-либо заданный момент времени. Если же точно описать условия эксплуатации устройства, что, вообще говоря, практически невозможно из-за случайного характера внешних воздействий, то модель будет неустойчивой.

Разработка комплекса ФММ позволит не только существенно сократить длительность натуральных испытаний, но и ускорить весь цикл разработки новых и модернизации ранее разработанных ДФВ. При этом следует учитывать, что при создании таких моделей требуются значительные информационные ресурсы, поэтому синтез ФММ возможен только при использовании современной вычислительной техники и нового программного обеспечения. Но затраты на эти цели с научной и экономической точек зрения вполне оправданы, так как позволят создать для различных отраслей народного хозяйства целую гамму ДФВ с повышенной стабильностью. Таким образом,

проблема обеспечения стабильности ДФВ является нетривиальной задачей и требует решения целого комплекса проблем из различных отраслей науки и техники: материаловедения, информатики, механики, схемотехники, микроэлектроники, физики твердого тела и пр.

Как показала практика, отдельные меры, направленные на улучшение частных характеристик ДФВ, не приводя в целом к улучшению стабильности, чаще всего ухудшают другие характеристики (вес, ремонтпригодность, надежность и проч.). Поэтому при решении проблем обеспечения стабильности ДФВ необходимо использовать комплексный подход, включающий рассмотрение всего ДФВ как системы, разные уровни которой, начиная с низового (атом, домен, кристалл, зерно) и заканчивая верхним (нормирующий преобразователь), охвачены обратными связями - постоянными и временными (рисунок 1). При этом обратные связи могут быть как постоянные (в виде обратных преобразователей), так и временные, появляющиеся в процессе изготовления структур датчика и при проведении целенаправленных процессов стабилизации (термотренировка, искусственное старение и проч.).

Это предложение подтверждается также концепцией качества, изложенной в ИСО 9000 согласно которой необходимо предусматривать мероприятия по обеспечению и поддержанию качества в процессе всего жизненного цикла изделия, начиная от технического задания на разработку и заканчивая его утилизацией. Поэтому стратегия обеспечения временной и параметрической стабильности ДФВ может быть представлена в виде блок-схемы описывающей основные этапы жизненного цикла ДФВ, причем в ней, также как и в ДФВ, присутствуют обратные связи, предназначенные для поддержания необходимого уровня стабильности системы (рисунок 1).

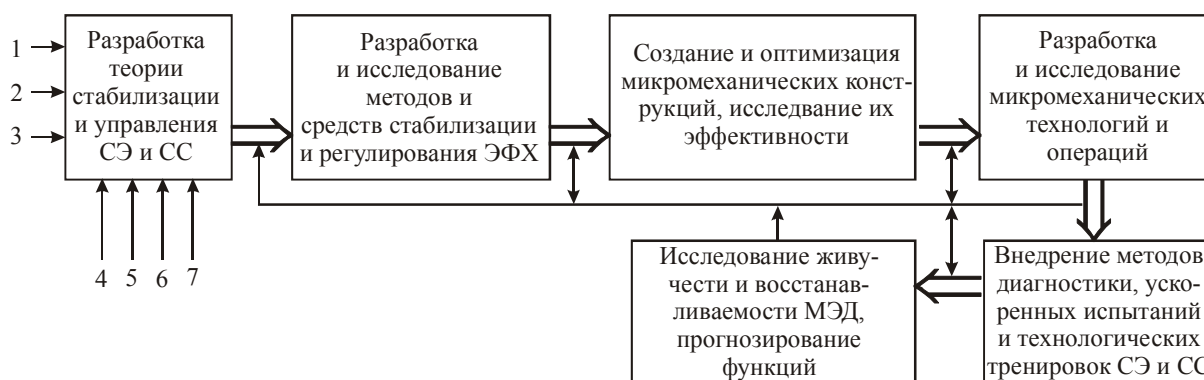


Рисунок 1 – Стратегия обеспечения стабильности микроэлектронных датчиков

Как видно из данной блок-схемы, задачу обеспечения стабильности условно можно разбить на следующие взаимосвязанные блоки:

- I. Разработка вопросов теории стабилизации и управления ДФВ;
- II. Разработка и исследование методов и средств стабилизации и регулирования ЭФХ;
- III. Создание и оптимизация микромеханических конструкций, исследование их эффективности;
- IV. Разработка и исследование микромеханических технологий и операций;
- V. Внедрение методов диагностики, ускоренных испытаний и технологических тренировок;
- VI. Исследование параметрической устойчивости, живучести, восстанавливаемости Д, прогнозирование функционирования;

В качестве основополагающих составляющих начального, теоретического блока, отнесены следующие вопросы [7-9]:

1. Анализ и оценка влияния ВВФ на устойчивость и стабильность ДФВ;
2. Стабилизация, авторегулирование элементами ДФВ;
3. Управляемость ЭФХ чувствительных элементов ДФВ;
4. Разработка математических моделей;
5. Прогнозирование дрейфа параметров ДФВ;
6. Выработка критериев стабильности;
7. Синтез обратных связей.

Следует отметить, что каждый из перечисленных вопросов является сам по себе проблемным, поэтому даже решение какой-либо части из них, может послужить существенным вкладом в деле создания датчиков с повышенной временной стабильностью.

На основе разработанных положений и методов был создан ряд чувствительных элементов и измерительных модулей микрoэлектронных датчиков акустических и быстропеременных давлений (рисунок 2–5) [1-3, 6, 9-11].

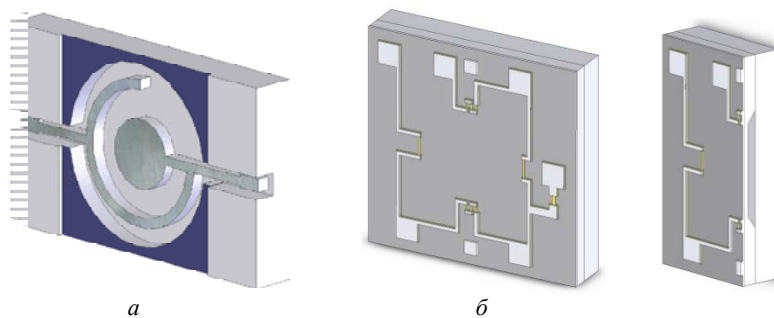


Рисунок 2 – 3D-модели ИМ МЭД давления: *а* – емкостный, *б* – пьезорезистивный

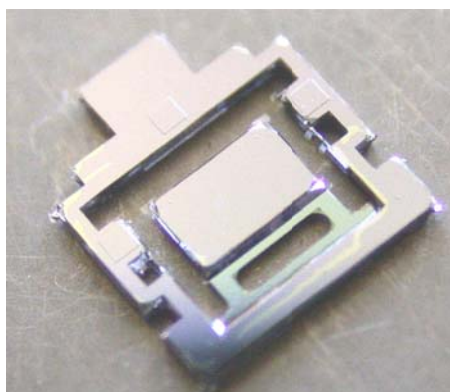


Рисунок 3 – Фотография кремниевого ЧЭ микромеханического акселерометра

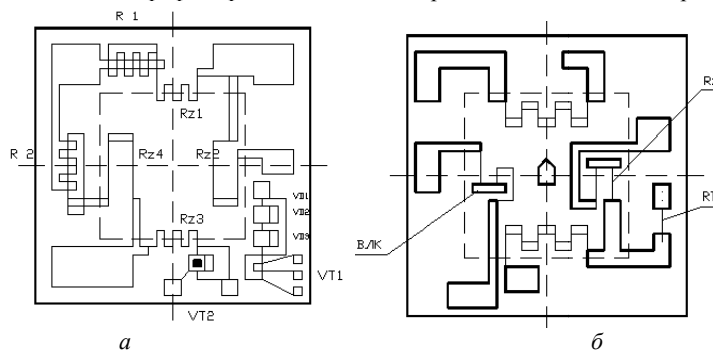


Рисунок 4 – 2D-модели ЧЭ МЭД давления: *а* – с элементами настройки и термокомпенсации; *б* – с ионнолегированным терморезистором и высоколегированными перемычками

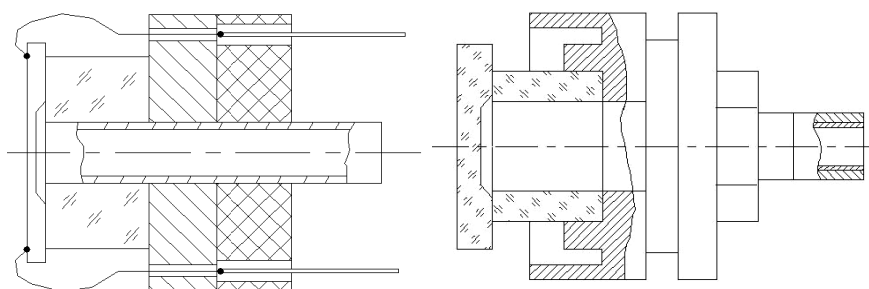


Рисунок 5 – Измерительные модули датчиков относительного давления

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Михайлов П.Г. Микроэлектронные датчики, особенности конструкций и характеристик, Приборы и Системы. Управление, Контроль, Диагностика, 2004, № 6, С.38-42.
- [2] Михайлов П.Г. Микроэлектронный датчик давления и температуры, Приборы и Системы. Управление, Контроль, Диагностика, 2003, № 11, С. 29-31.
- [3] Михайлов П.Г. Микроэлектронный датчик давления, Приборы и Системы. Управление, Контроль, Диагностика, № 11, 2003.
- [4] Михайлов П.Г. Экспериментальное исследование совмещенного датчика давления и температуры, Приборы и Системы. Управление, Контроль, Диагностика, № 12, 2003.
- [5] Михайлов П.Г. Синтез информационно-энергетических моделей датчиков, Приборы и Системы. Управление, Контроль, Диагностика, 2003, № 3, С. 37-40.
- [6] Михайлов П.Г. Мокров Е.А., Байдаров С.Ю. Изготовление неразъемных узлов микроэлектронных датчиков, Контроль. Диагностика, №6, 2011.
- [7] Михайлов П.Г., Цибизов П.Н., Тютюников Д.А. Разработка моделей качества датчиков физических величин на основе квалиметрического подхода, Известия Южного федерального университета, Технические науки, 2011, №5(130). С. 99–104.
- [8] Михайлов П.Г., Соколов А.В. Моделирование чувствительных элементов датчиков механических напряжений в строительных конструкциях, Региональная архитектура и строительство, 2012, №3. С.110–117.
- [9] Михайлов П.Г., Мокров Е.А. Скотников В.В. Чувствительные элементы высокотемпературных датчиков давления. Материалы и технологии изготовления, Известия Южного федерального университета, Технические науки, 2014, №4, С. 204–213.
- [10] Ожикенов К.А., Михайлов П.Г., Касимов А.О., Скотников В.В. Использование обратных преобразователей в микроэлектронных датчиках, Вестник НАН РК, №6, 2014, С. 41-46.
- [11] Ожикенов К.А., Михайлов П.Г., Касимов А.О. Петрин В.А., Маринина Л.А. Общие вопросы моделирования компонентов и структур микроэлектронных датчиков, Вестник НАН РК, №6, 2014, С. 62-71.

REFERENCES

- [1] Mikhailov P.G. *Microelectronic sensors, design features and characteristics, Devices and Systems, Management, control, diagnostics* 2004, №6, pp.38-42. (in Russ.).
- [2] Mikhailov P.G. *Microelectronic pressure and temperature sensor, Devices and Systems. Management, control, diagnostics.* – 2003, №11, pp. 29-31. (in Russ.).
- [3] Mikhailov P.G. *Microelectronic pressure sensor devices and systems, Management, control, diagnostics, №11, 2003.*
- [4] Mikhailov P.G. *Experimental study of combined pressure and temperature sensor, Devices and Systems, Management, control, diagnostics. №12, 2003. (in Russ.).*
- [5] Mikhailov P.G. *Synthesis of information and energy models sensors, Instruments and Systems. Management, control, diagnostics, 2003, №3, pp. 37-40. (in Russ.).*
- [6] Mikhailov P.G., Mokrov E.A., Baydar S.Y. *Production of one-piece assemblies of microelectronic sensors, control, diagnosis, №6, 2011. (in Russ.).*
- [7] Mikhailov P.G., Tsibizov P.N., Tyutyunik D.A. *Development of models as sensors of physical quantities on the basis kvalimetricheskogo approach, Proceedings of the Southern Federal University, Technical sciences, 2011, №5, (130), pp. 99-104. (in Russ.).*
- [8] Mikhailov P.G., Sokolov A.V. *Simulation of the sensor element stresses in structures, Regional architecture and engineering in 2012, №3, pp. 110-117. (in Russ.).*
- [9] Mikhailov P.G., Mokrov E.A., Skotnikov V.V. *Sensitive elements of high-pressure sensors. Materials and manufacturing techniques, Southern Federal University, Technical sciences, 2014, №4, pp. 204-213. (in Russ.).*
- [10] Ozhikenov K.A., Mikhailov P.G., Kasimov A.O., Skotnikov V.V. *The use of inverters in microelectronic sensors, Bulletin of National Academy of Sciences of Kazakhstan, 2014, №6, pp. 41-46. (in Russ.).*
- [11] Ozhikenov K.A., Mikhailov P.G., Kasimov A.O., Petrin V.A., Marinina L.A. *Common questions of modeling components and structures microelectronic sensors, Bulletin of National Academy of Sciences of Kazakhstan, 2014, №6, p. 62-71. (in Russ.).*

**ФИЗИКАЛЫҚ ШАМА ДАТЧИКТЕРІНІҢ ТҰРАҚТЫЛЫҒЫН
ҚАМТАМАСЫЗ ЕТУ МӘСЕЛЕСІ**

К. А. Ожикенов¹, П. Г. Михайлов², П. Рахимжанова³, З. Абдикулова³

¹Қ. И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық университеті, Алматы, Қазақстан,

²Пенза мемлекеттік технологиялық университеті, Пенза, Ресей,

³Х. А. Ясауи ат. халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан, Қазақстан

Тірек сөздер: физикалық-математикалық модель, микроэлектрондық датчик, сезімтал элемент, өлшеуіш модуль.

Аннотация. Аспап жасаудағы қазіргі замандағы өзекті мәселелердің бірі – физикалық шама датчиктерінің тұрақтылығын қамтамасыз ету. Әсіресе ол экономиканың әртүрлі саласындағы автономды өлшеу және басқарушы жүйелердің жасалуы мен дамуына байланысты өзектілігі арта түсті.

Мақала физикалық шама датчиктерінің тұрақтылығын қамтамасыз етудің негізгі мәселелеріне арналған. Мұнда тек қана физикалық шама датчиктерін сынау ғана емес, сонымен қатар жаңа датчиктердің жасалуы және бұрынырақта жасалынған датчиктердің жаңғыртылуын тездетудің жолдары қарастырылады. Акустикалық және тез ауыспалы қысым микроэлектрондық датчиктерінің өлшеу модульдерінің және сезгіш элементтері жасалды.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 198 – 203

A CALCULATION OF THE ELECTRON TEMPERATURE OF COMPLEX PLASMA IN NOBLE GASES MIXTURE IN CCRF DISCHARGE

S. A. Orazbayev, Ye. A. Ussenov, T. S. Ramazanov, M. K. Dosbolayev, A. U. Utegenov

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: sagi.orazbayev@gmail.com

Key words: nanoparticles, dusty plasma, nanomaterials, gas discharges.

Abstract. In this research the electron temperature of the dust and the buffer gas discharge plasma in mixtures of inert gases (helium and argon) in CCRF discharge was studied. The dependence of the temperature of plasma-forming gas (argon, helium and their mixtures) on pressure and power of the discharge was determined using optical spectral diagnostic method based on spectral lines. The probe method was used to measure the axial distribution of the electron temperature in the buffer plasma of RF discharge in helium and mixtures of helium and argon. The results of measurements show an increase in the temperature of electrons in the near-electrode regions compared to the area of a homogeneous plasma characterized by a relatively normal distribution of the electron temperature. It has been found that addition of a small amount of argon to helium causes a decrease in the main electron temperature, which considerably influences the properties of plasma-dust formations such as structure, charge, and the average interparticle distance. The results obtained in this research will be useful for studies of properties of RF plasma in various gases and their mixtures.

УДК 533.9.01

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ЭЛЕКТРОНОВ КОМПЛЕКСНОЙ ПЛАЗМЫ В СМЕСЯХ ИНЕРТНЫХ ГАЗОВ В ВЧЕР РАЗРЯДЕ ОПТИЧЕСКИМИ И ЗОНДОВЫМИ МЕТОДАМИ

С. А. Оразбаев, Е. А. Усенов, Т. С. Рамазанов, М. К. Досболаев, А. У. Утеген

НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: нанобөлшектер, тозаңды плазма, наноматериалдар, газдық разряд.

Аннотация. В работе приведены результаты исследования температуры электронов пылевой и буферной плазмы газового разряда в смесях инертных газов (гелий+аргон) в ВЧЕР разряде. С помощью оптико-спектрального метода диагностики исследованы оптические свойства пылевой плазмы аргона, гелия и

их смесей. На основе спектральных линий плазмообразующих газов определены температура электронов в зависимости от давления газов и мощности разряда. Так же было измерено аксиальное распределение температуры электронов в межэлектродном пространстве. Измерения были проведены с помощью ВЧ компенсационного электрического зонда. Сравнение результатов эксперимента показывает что, при добавлении в малом количестве аргона в гелий, температура электронов буферной плазмы уменьшается. Присутствие пылевых частиц в плазме приводит к увеличению электронной температуры.

Введение. В последнее время в научных исследованиях и для решения многих практических задач применяются бинарные и многокомпонентные смеси газов и паров веществ. Подбором состава смесей можно достигать такие результаты, которые невозможно получить при использовании однородного состава газа. Поэтому необходимо знать зависимость основных характеристик плазмы от условий существования ионизованного газа: род и состав газов, парциальные давления компонентов, плотность тока, энергии ионизации частиц, температура и концентрация заряженных частиц и др. Смеси инертных газов активно применяются и в экспериментах при исследовании свойств комплексной (пылевой) плазмы. Пылевая плазма – это обычная плазма, содержащая в себе частицы вещества субмикронных размеров.

Исследование структурных и динамических свойств плазменно-пылевых образований в смесях инертных газов показало что с добавлением малого количества примесного газа свойства пылевых структур сильно изменяются. При проведении серий экспериментов ВЧЕР разряде было выявлено что малая примесь аргона в плазмообразующем буферном газе приводит к кристаллизации плазменной структуры, по сравнению с идентичными условиями эксперимента, где в качестве плазмообразующего газа буферной плазмы используется чистый гелий. Объяснение такого поведения плазменно-пылевых структур в фоновой плазме смеси газов требует знания основной характеристики разряда как температура электронов и его изменения с добавлением примесей в основной газ при разных условиях эксперимента.

В данной статье исследуются оптические свойства пылевой плазмы, созданной в емкостном высокочастотном разряде (ВЧЕР) аргона, гелия и их смесей на основе оптико-спектрометрического анализа свечения плазмы. Оптические методы позволяют получить обширную информацию о параметрах пылевой плазмы (температура, концентрация частиц плазмы) и достичь более детального понимания физических процессов в системе. Полученные спектры используются для выявления влияния пылевой компоненты на спектральные характеристики буферной плазмы.

Также в данной статье представлены результаты исследования аксиального распределения температуры электронов в комплексной плазме смеси инертных газов с помощью зондового метода. Зондовый метод дает возможность определения локальной температуры электронов в разрядном промежутке и позволяет выявить ее изменение в межэлектродном пространстве.

Экспериментальная установка. Эксперименты проводились в плазме ВЧЕР разряда [1, 2]. Основной частью экспериментальной установки является электродная система, где образуется высокочастотный емкостной газовый разряд. Электроды представляют собой алюминиевые диски с диаметрами 100 мм, которые расположены параллельно друг другу в горизонтальном положении. Верхний электрод заземлен и имеет в центре небольшое отверстие для инъекции пылевых частиц, а также для проведения видеосъемки. Нижний электрод подключен к ВЧ генератору с частотой 13,56 МГц. Расстояние между электродами составляет 30 мм. ВЧ компенсационный одиночный электрический зонд вводится в плазму и соединяется с блоком питания через многоконтактный LEMO разъем в вакуумной камере. В качестве рабочей среды использовались аргон, гелий и их смеси, давление рабочих газов варьировалось в пределах 0,1–1 Тор.

Зонд имеет компенсационный электрод из алюминия и резонансные LC фильтры рассчитанные на 13,56 МГц и 27,12 МГц ВЧ сигнала. Контактующая часть зонда имеет диаметр $D=0.12$ мм и длину $L=3.3$ мм. В качестве пылевых частиц использовались полидисперсные частицы Al_2O_3 и монодисперсные частицы меламин формальдегида размером 10 μm . Область собирающей (оголенной) поверхности цилиндрического зонда освещалась лазерным ножом, полученным с помощью специальной оптической системы линз. Весь процесс записывался с помощью CCD камеры в виде видеофайла и обрабатывался через компьютер. Частота камеры составляет 25 кадров в секунду. Вакуумная камера имеет боковые оптические окна, через которые ведется наблюдение за разрядом. Оптическая система, применяемая для диагностики плазмы, состоит из

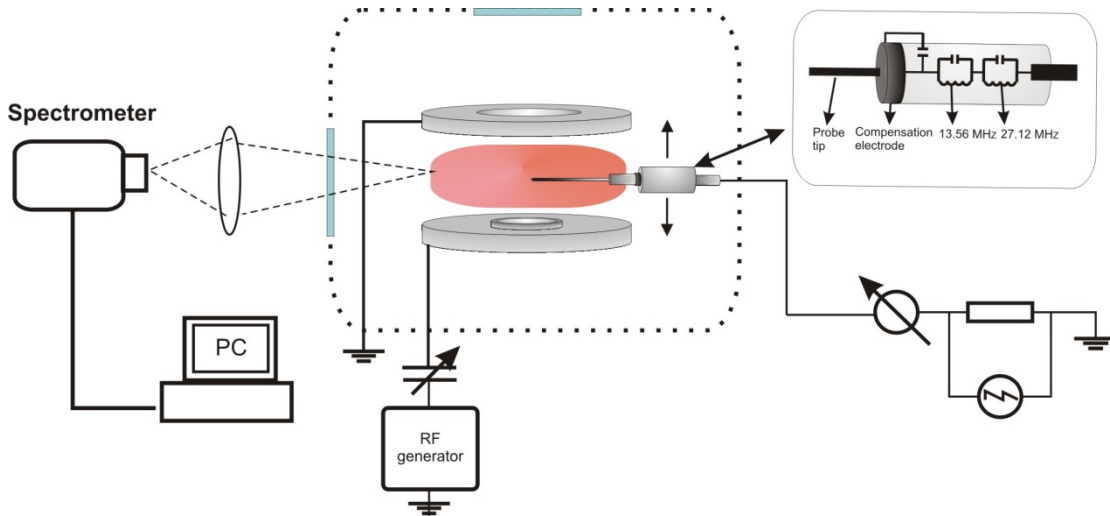


Рисунок 1 – Схема экспериментальной установки и схема измерения ВЧ компенсационного электрического зонда

системы линз и линейного спектрометра Solar Systems. Система линз подбирается таким образом, чтобы обеспечить четкое изображение межэлектродного пространства на входной щели спектрометра. Чувствительность и возможности спектрометра Solar Systems позволяют выполнять измерение оптических спектров в диапазоне 190 - 1100 нм.

Оптическая диагностика комплексной плазмы. Методом оптико-спектроскопической диагностики плазмы был получен спектр аргона и гелия. На основе полученных спектров методом абсолютной интенсивности спектральных линий была рассчитана температура электронов [8]. Этим методом мы определяем температуру электронов с помощью спектральной линии аргона 750.38 нм и гелия 388.86 нм, для спектральной линии 750.38 вероятность перехода равна $4.45 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$, а спонтанный переход равен $2p_1 \rightarrow 1s_2$, а для линии 388.86 нм $3p \rightarrow 3s_1$ соответственно. А также мы рассматриваем, что концентрация электронов по сравнению нейтральными атомами очень мала и обладают низкой температурой. Таким образом, уровень $2p_1(3p)$ будет пуст, и через этот уровень будет осуществляется спонтанное возбуждения, не будем учитывать самопоглощение и единственным источником возбуждения в нейтральных атомах является электроны и нейтральные атомы. Данный случай соответствует модели коронного баланса и уравнение выражается следующим образом:

$$n_e n_0 k(T) = \frac{N}{\tau},$$

k – коэффициент возбуждения, n_0 – давления газа аргона, n_e – концентрация электронов, τ – время простоя на уровне $2p_1(3p)$, N – концентрация на уровне $2p_1(3p)$.

С помощью сравнения спектральных линий интенсивности аргона и гелия с интенсивностью вольфрамовой лампы определяем концентрацию на уровне $2p_1(3p)$. Связь между коэффициентом возбуждения и температурой электронов установлено в работе Gordillo- Vasquez и др., то есть для аргона

$$k(T) \approx 2.78 \cdot 10^{-15} \exp\left(-\frac{13.5}{kTe}\right)$$

$$T_e = -\frac{13.5}{\ln\left(0.7 \frac{N}{n_e}\right)},$$

также для гелия

$$k(T) \approx 3.97 \cdot 10^{-14} \exp\left(-\frac{24.5}{kTe}\right)$$

$$T_e = -\frac{24.5}{\ln\left(3.06 \frac{N}{n_e}\right)}$$

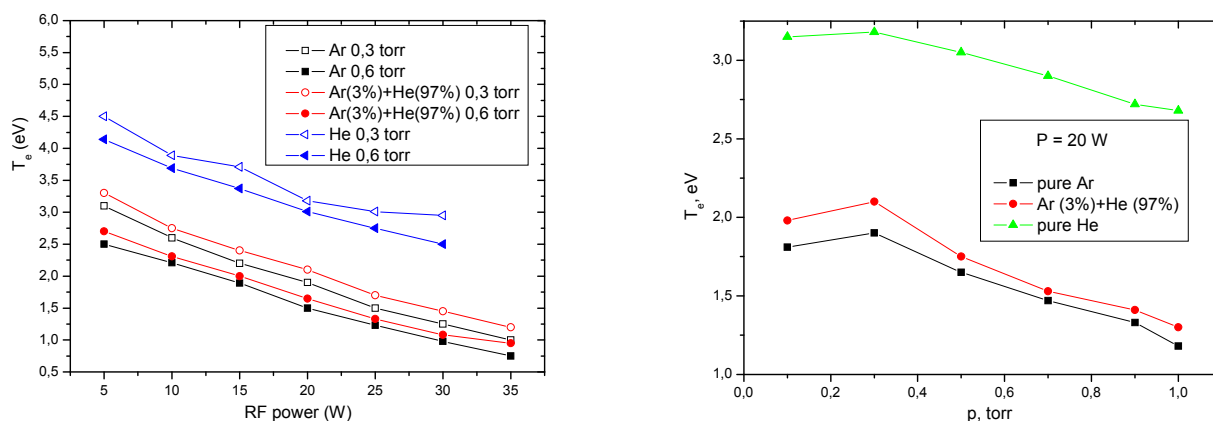


Рисунок 2 – а) зависимость электронной температуры от ВЧ напряжения в различных газах и их смесях; б) зависимость температуры от давления смеси

Определено, что с увеличением мощности разряда температура электронов в плазме уменьшается. Это можно объяснить следующим образом: при увеличении мощности разряда процесс ионизации соответственно повышается и увеличивается концентрация электронов. Это приводит к тому, что частота столкновения электронов увеличивается и в результате уменьшается температура электронов.

Таким образом, вышеописанный метод на основе абсолютной интенсивности спектральных линий позволяют достаточно надежно измерять температуру электронов плазмы, которая для аргона варьируется в пределах 0.5 – 4 эВ, для гелия 2 – 7 эВ, для смеси (гелий + аргон) 0.5 – 5 эВ, при изменении давления в диапазоне 0.1 – 1 Тор. В тоже время полученные данные свидетельствуют о изменении характеристик плазмы в изученном диапазоне (см. рисунок 2б). Так, температура электронов возрастает при росте давления в диапазоне 0,1 – 0,3 Тор, и монотонно убывает в диапазоне 0,3 – 1 Тор.

Данное поведение можно объяснить на основе возрастающей роли нейтральной компоненты буферного газа при увеличении давления, так как изменение концентрации заряженной компоненты является незначительным. При низких давлениях буферного газа, «перекачка» энергии от переменного электрического поля к электронам является эффективной ввиду достаточно редких столкновений с нейтралами. При высоких давлениях газа столкновения с ними становятся достаточно частыми, что приводит к охлаждению электронов.

Исследование распределения температуры электронов с помощью зондового метода. Распределение температуры электронов в аксиальном направлении в буферной плазме чистого He и в смеси He+Ar были определены с помощью Ленгмюровского зонда. Температура электронов была измерена в диапазоне от 6 мм до 26 мм начиная от нижнего ВЧ электрода с шагом 2 мм (рисунок 3а). Увеличение температуры электронов в приэлектродном слое разряда можно объяснить стохастическим нагревом и ускорением электронов в ВЧ поле вблизи электродов. При добавлении аргона (3 %) в гелий (97 %) температура электронов уменьшается во всем разрядном промежутке. Это связано с потенциалом ионизации данных инертных газов. Потенциал ионизации аргона меньше чем у гелия, поэтому атомы аргона ионизируются интенсивнее при одинаковой энергии внешнего поля что приводит к увеличению концентрации заряженных частиц. В таком случае температура электронов уменьшается в следствии частых столкновений с ионами плазмообразующих газов. Так же, уменьшение температуры электронов с добавлением аргона можно объяснить с помощью сечения ионизации атомов данных газов. Сечение ионизации аргона больше, чем сечение ионизации гелия. Добавка малого количества аргона приводит к увеличению вероятности упругих столкновений, и следовательно, к уменьшению температуры электронов.

Также определено распределение температуры электронов плазмы в пылевой плазме чистого гелия и смеси гелия с аргоном. При введении контактирующей части зонда в пылевую плазму на зонд подается начальный отрицательный потенциал и вокруг зонда образуется область свободная от пылевых частиц. Такое же поведение пылевых частиц в призондовой области в тлеющем

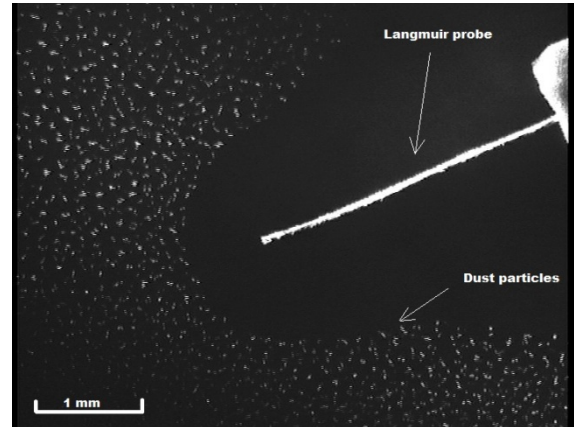
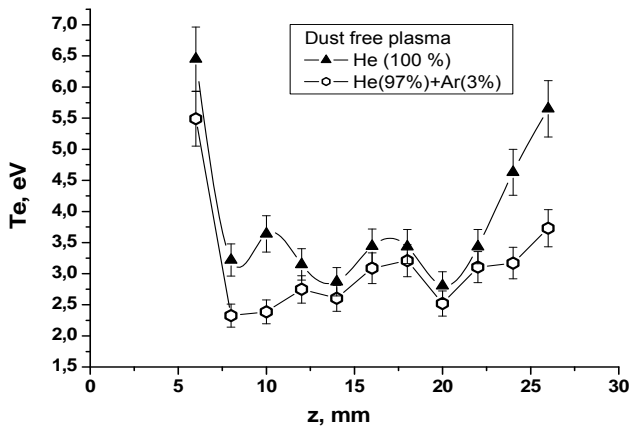


Рисунок 3 – а) аксиальное распределение температуры электронов плазмы в межэлектродном пространстве в чистом He и в смеси He+Ar. Давление в разрядной камере 0,3 торр, мощность 20 Вт;
 б) Фотоизображение собирающей части Ленгмюровского зонда при взаимодействии с пылевыми частицами

разряде и в ВЧ разряде в условиях микрогравитации описаны в работах [10-13]. На рисунке 6 показана собирающая поверхность зонда и область свободная от пылевых частиц. Как показали результаты, в присутствии пылевых частиц в плазме наблюдается увеличение температуры электронов. Увеличение энергии электронов после инъекции пылевых частиц при одинаковых разрядных условиях была описана в работах [14, 15] и выявлено в результате численного моделирования [16].

Результаты измерения распределения температуры электронов буферной и пылевой плазмы гелия и смеси гелия с малым количеством аргона показаны на рисунке 4.

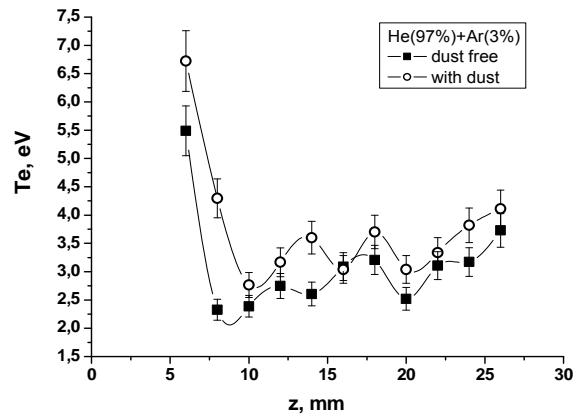
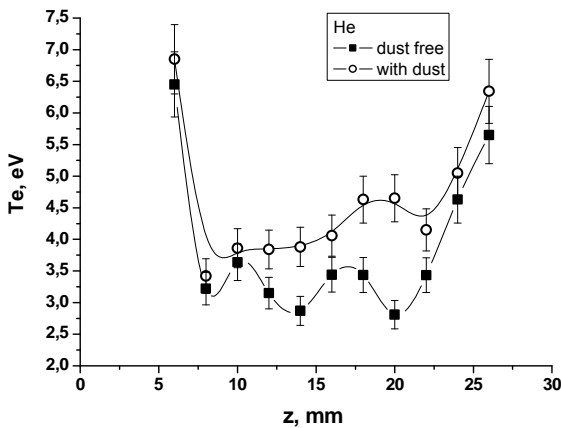


Рисунок 4 – Аксиальное распределение температуры электронов плазмы в межэлектродном пространстве в чистом He и в смеси He+Ar без пылевых частиц и присутствии пылинок. Давление в разрядной камере 0,3 торр, мощность 20 Вт

Заключение. В работе исследована температура электронов пылевой и буферной плазмы газового разряда в смесях инертных газов (гелий+аргон) в ВЧЕР разряде. С помощью оптико-спектрального метода диагностики и на основе спектральных линий плазмообразующих газов определены температура электронов в зависимости от давления газов и мощности разряда в пылевой и буферной плазме аргона, гелия и их смесей. Зондовым методом измерено аксиальное распределение температуры электронов в буферной плазме ВЧ разряда в гелие и в смеси гелия с аргоном. Результаты измерения показывают резкое увеличение температуры электронов в приэлектродных областях по сравнению с областью однородной плазмы где наблюдается относительно равномерное распределение температуры электронов. Обнаружено, что с добавлением малого количества аргона в основной газ гелий, температура электронов уменьшается, что в свою

очередь существенно сказывается на свойствах плазменно-пылевых образований как структура, заряд и среднее межчастичное расстояние.

Работа была выполнена при поддержке грантов Министерства Образования и Науки Республики Казахстан.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Maiorov S.A., Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Jumabekov A.N., Dosbolayev M.K. Physics of plasmas 15, 093701 (2008).
- [2] Ramazanov T.S., Jumabekov A.N., Orazbayev S.A., Dosbolayev M.K., Jumagulov M.N. Phys. Plasmas. – 2012. №19. P. 023706.
- [3] Wattieau G., Boufendi L. Phys. Plasmas 19, 033701 (2012).
- [4] Usenov Ye.A., Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Dosbolayev M.K. EPL, 105 15002 (2014).
- [5] Thomas E. jr., Avinash K., Merlino L. Phys. Plasmas, (2004) 1770.
- [6] Klindworth M., Piel A., Melzer A., Konopka U., Rothermel H., Tarantik K., Morfill G.E. Phys. Rev. Lett., 93 (2004) 195002.
- [7] Dzhumagulova K.N., Ramazanov T.S., Usenov Ye.A., Dosbolayev M.K., Masheeva R.U. Contrib. Plasma Phys. 53, No. 4-5, 419 – 425 (2013).
- [8] Bouchoule A., Boufendi L. Plasma Sources Sci. Technol. 3 292-301(1994).
- [9] Klindworth M., Arp O., Piel A. Review of Scientific Instruments 78, 033502 (2007).
- [10] Akdim M.R., Goedheer W.J. Phys. Rev. E 67, 066407 (2003).

REFERENCES

- [1] Maiorov S.A., Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Jumabekov A.N., Dosbolayev M.K. Physics of plasmas 15, 093701 (2008).
- [2] Ramazanov T.S., Jumabekov A.N., Orazbayev S.A., Dosbolayev M.K., Jumagulov M.N. Phys. Plasmas. – 2012. №19. P. 023706.
- [3] Wattieau G., Boufendi L. Phys. Plasmas 19, 033701 (2012).
- [4] Usenov Ye.A., Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Dosbolayev M.K. EPL, 105 15002 (2014).
- [5] Thomas E. jr., Avinash K., Merlino L. Phys. Plasmas, (2004) 1770.
- [6] Klindworth M., Piel A., Melzer A., Konopka U., Rothermel H., Tarantik K., Morfill G.E. Phys. Rev. Lett., 93 (2004) 195002.
- [7] Dzhumagulova K.N., Ramazanov T.S., Usenov Ye.A., Dosbolayev M.K., Masheeva R.U. Contrib. Plasma Phys. 53, No. 4-5, 419 – 425 (2013).
- [8] Bouchoule A., Boufendi L. Plasma Sources Sci. Technol. 3 292-301(1994).
- [9] Klindworth M., Arp O., Piel A. Review of Scientific Instruments 78, 033502 (2007).
- [10] Akdim M.R., Goedheer W.J. Phys. Rev. E 67, 066407 (2003).

ПЛАЗМА КӨРСЕТКІШІНІҢ ДЕҢГЕЙІНЕ БАЙЛАНЫСТЫ КӨМІРҚЫШҚЫЛ НАНОБӨЛШЕКТЕРІНІҢ СИНТЕЗДЕЛУ ПРОЦЕСІН ЗЕРТТЕУ

С. А. Оразбаев, Е. А. Усенов, Т. С. Рамазанов, М. Қ. Досболаев, А. У. Утегенов

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: наночастицы, пылевая плазма, наноматериалы, газовые разряды.

Аннотация. Жұмыста ЖЖ разрядта инертті газдар (гелий+аргон) қоспасында буферлі және тозаңды плазманың электрондар температурасы анықталған. Оптика-спектрлік әдіс және плазма түзуші газдардың спектрлік сызықтары негізінде аргон, гелий және олардың қоспасы буферлі және тозаңды плазманың электрондар температурасының газ қысымы мен разряд қуатына тәуелділігі алынды. Электрлік зонд әдісімен ЖЖ разрядта гелий мен гелий және аргон қоспасы буферлі плазмасының электрондар температурасының аксиал бағыттағы таралуы есептелген. Зерттеу нәтижелері біртекті плазмалық облыстарға қарағанда электрод маңайындағы облыста электрондар температурасы күрт өсетіндігі анықталған. Негізгі газ гелийге аздап аргон газын қосқанда электрондар температурасы кемітіні анықталған және бұл өз кезегінде плазмалы-тозаңды түзілімдердің құрылымдық қасиеттері, заряды және орташа бөлшектердің ара-қашықтығы сияқты қасиеттеріне әсер етеді.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 204 – 207

UDC 517.957.6

**ANALYTICAL SOLUTION OF THE HEAT EQUATION
WITH DISCONTINUOUS COEFFICIENTS
AND BOUNDARY FLUX CONDITION**

M. M. Sarsengeldin, N. T. Bizhigitova

Suleyman Demirel University, Almaty, Qaskelen, Kazakhstan.

E-mail: merey@mail.ru

Key words: Integral Error Functions, heat polynomials, moving boundaries.

Abstract. This paper is a continuation of study on analytical solution of heat equation with third type boundary conditions where initial conditions were not considered. Solution of the problem was found analytically.

Introduction. A lengthy paper [1] by D. V. Widder devoted to properties of heat polynomials. Classical methods represented in [2] and [3] are inapplicable for degenerate domains. In this paper we consider analytical solution of the heat equation with discontinuous coefficients in domain with moving boundary which degenerate at the initial time. We follow the method represented in [4] and utilize heat polynomials and integral error functions to solve the problem.

Problem statement. It is required to find the solution of the Heat Equation

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \alpha(t), \quad \frac{\partial u_2}{\partial t} = a_2^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2}, \quad \alpha(t) < x < \infty \quad (1)$$

with the boundary and initial conditions:

$$-\lambda_1 \frac{\partial u_1(0,t)}{\partial x} = f(t) \quad (2)$$

$$u_2(x, 0) = \varphi(x), \quad (3)$$

the conditions of conjugations of temperature and heat flux on a free boundary are

$$u_2(\infty, t) = 0 \quad (4)$$

$$x = \alpha(t): \quad u_1(\alpha(t), t) = u_2(\alpha(t), t) = U_m \quad (5)$$

$$\alpha(0) = 0, \quad u_2(\infty, t) = 0 \quad (6)$$

Problem solution. We represent the solution in the following form:

$$u_1(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n} (2a_1 t)^n \left[i^{2n} \operatorname{erfc} \frac{-x}{2a_1 \sqrt{t}} + i^{2n} \operatorname{erfc} \frac{x}{2a_1 \sqrt{t}} \right] + \quad (7)$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n+1} (2a_1 t)^{\frac{2n+1}{2}} \left[i^{2n+1} \operatorname{erfc} \frac{-x}{2a_1 \sqrt{t}} - i^{2n+1} \operatorname{erfc} \frac{x}{2a_1 \sqrt{t}} \right]$$

$$u_2(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n (2a_2 t)^{n/2} \left[i^n \operatorname{erfc} \frac{-x}{2a_2 \sqrt{t}} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} C_n (2a_2 t)^{n/2} \left[i^n \operatorname{erfc} \frac{x}{2a_2 \sqrt{t}} \right] \quad (8)$$

where coefficients $A_{2n}, A_{2n+1}, B_n, C_n$ have to be found. Using Hermite polynomials we represent (7) in the form of Heat polynomials:

$$u_1(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n} \sum_{m=0}^n x^{2n-2m} t^m \beta_{2n,m} + A_{2n+1} \sum_{m=0}^n x^{2n-2m+1} t^m \beta_{2n+1,m} \tag{9}$$

Making substitution $\sqrt{t} = \tau$

$$u_1(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n} \sum_{m=0}^n x^{2n-2m} \tau^{2m} \beta_{2n,m} + A_{2n+1} \sum_{m=0}^n x^{2n-2m+1} \tau^{2m} \beta_{2n+1,m} \tag{10}$$

From (5) for $x = 0$

$$\left. \frac{\partial u_1}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{1}{-\lambda_1} P(t)$$

Using above expression we have

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_{2n+1} t^n \beta_{2n+1,n} = \frac{1}{-\lambda_1} P(t)$$

$$A_{2n+1} = -\frac{1}{\lambda_1 \beta_{2n+1,n}} \cdot \frac{P^{(n)}(0)}{n!} \tag{11}$$

To find A_{2n} we use multinomial coefficients of Newton's Polynomials.

It is known that

$$(x_1 + x_2 + \dots + x_m)^n = \sum_{k_1+k_2+\dots+k_m=n} \binom{n}{k_1, k_2, \dots, k_m} \prod_{1 \leq i \leq m} x_i^{k_i}$$

where $\binom{n}{k_1, k_2, k_3, \dots, k_m} = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_m!}$ is a *multinomial coefficient*

for

$$\beta(t) = \alpha_1 t^{1/2} + \alpha_2 t^1 + \alpha_{n+1} t^{3/2} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{n+1} t^{\frac{n+1}{2}} \tag{12}$$

after making substitution $\tau = \sqrt{t}$ we have

$$(\alpha_1 \tau + \alpha_2 \tau^2 + \dots + \alpha_{m+1} \tau^{m+1})^n = \sum_{k_1+k_2+\dots+k_{m+1}=n} \binom{n}{k_1, k_2, \dots, k_{m+1}} \cdot \alpha_1^{k_1} \alpha_2^{k_2} \dots \alpha_{m+1}^{k_{m+1}} \tau^{k_1+2k_2+\dots+(m+1)k_{m+1}} \tag{13}$$

where

$$\binom{n}{k_1, k_2, \dots, k_{m+1}} \alpha_1^{k_1} \alpha_2^{k_2} \dots \alpha_{m+1}^{k_{m+1}} \tag{14}$$

is a multinomial coefficient in our case

Thus to derive recurrent formula for A_{2n} , we take both sides of (5), $2k -$ times derivatives at $\tau = 0$, we use multinomial coefficients and get following expressions.

$$0 \equiv 0^{(4l)} = \sum_{n=1}^l A_{2n} \sum_{m=0}^{n-1} C_{2n,m} [4l] + \sum_{n=l+1}^{2l-1} A_{2n} \sum_{m=0}^{2l-n-1} C_{2n,m+2(n-l)} [4l] \beta_{2n,m+2(n-l)} + A_{4l} \beta_{4l,2l} +$$

$$+ \sum_{n=1}^l A_{2n-1} \sum_{m=0}^{n-1} C_{2n-1,m} [4l] \beta_{2n-1,m} + \sum_{n=l+1}^{2l} A_{2n-1} \sum_{m=0}^{2l-n} C_{2n-1,m+2(n-l)-1} [4l] \beta_{2n-1,m+2(n-l)-1} \tag{15}$$

where $l=1,2,\dots$ and

$$\begin{aligned}
 0 \equiv 0^{(2(2l-1))} &= \sum_{n=l}^{l-1} A_{2n} \sum_{m=0}^{n-1} C_{2n,m} [2(2l-1)] \beta_{2n,m} + \sum_{n=l}^{2l-2} A_{2n} \sum_{m=1}^{2l-n-1} C_{2n,m+2(n-l)} [2(2l-1)] \beta_{2n,m+2(n-l)} + \\
 &+ A_{4l-2} \beta_{4l-2,2l-1} [2(2l-1)] + \sum_{n=0}^{l-1} A_{2n+1} \sum_{m=0}^n C_{2n+1,m} [2(2l-1)] \beta_{2n+1,m} + \\
 &+ \sum_{n=l}^{2l-2} A_{2n+1} \sum_{m=1}^{2l-n-1} C_{2n+1,m+2(n-l)+1} [2(2l-1)] \beta_{2n+1,m+2(n-l)+1} \\
 A_0 &= 0
 \end{aligned} \tag{16}$$

Thus A_{2n} , coefficients are found explicitly and can be calculated from (15) and (16) where $C_{i,j}[4l]$ or $C_{i,j}[4l-2]$ multinomial coefficients or sums of coefficients at $\beta_{i,j}$.

B_n coefficients can be found from (3).

$$B_n = \frac{1}{2} \cdot \varphi^{(n)}(0) \tag{17}$$

To calculate C_n we apply Leibniz, Faa Di Bruno's formulas and Bell polynomials

Using Leibniz formula we have

$$\frac{\partial^k [2^{n/2} \tau^n \cdot i^n \operatorname{erfc} \beta]}{\partial \tau^k} \Big|_{\tau=0} = \begin{cases} 0, & \text{for } k < n \\ \frac{2^{n/2} k!}{(k-n)!} \cdot [i^n \operatorname{erfc} \beta]^{(k-n)}, & \text{for } k \geq n \end{cases} \tag{18}$$

Using Faa Di Bruno's formula and Bell polynomials for a derivative of a composite function we have

$$\frac{\partial^{k-n} [i^n \operatorname{erfc}(\pm \beta)]}{\partial \tau^{k-n}} \Big|_{\tau=0} = \sum_{m=1}^{k-n} (i^n \operatorname{erfc}(\pm \beta))^{(m)} \Big|_{\beta=0} \cdot B_{k-n,m}(\beta'(\tau), \beta''(\tau), \dots, \beta^{(k-n-m+1)}(\tau)) \Big|_{\tau=0} \tag{19}$$

where

$$B_{k-n,m} = \sum \frac{(k-n)!}{j_1! j_2! \dots j_{k-n-m+1}!} \cdot \beta_1^{j_1} \beta_2^{j_2} \beta_3^{j_3} \dots \beta_{k-n-m+1}^{j_{k-n-m+1}} \tag{20}$$

and j_1, j_2, \dots satisfy following equations

$$\begin{aligned}
 j_1 + j_2 + \dots + j_{k-n-m+1} &= m \\
 j_1 + 2j_2 + \dots + (k-n-m+1)j_{k-n-m+1} &= k-n \\
 [i^n \operatorname{erfc}(\pm \beta)]^{(m)} \Big|_{\beta=0} &= (-1)^m i^{n-m} \operatorname{erfc} 0 = (\mp 1)^m \frac{\Gamma(\frac{n-m+1}{2})}{(n-m)! \sqrt{\pi}}
 \end{aligned} \tag{21}$$

From $x = \beta(\tau)$ we have

$$\sum_{n=0}^k \frac{g^{(n)}(0)}{n!} \cdot \mu + \sum_{n=0}^k C_n \cdot \mu = 0 \tag{22}$$

where

$$\mu = (2)^{\frac{1}{2}} \frac{k!}{(k-n)!} \sum_{m=1}^{k-n} (-1)^m \frac{\Gamma(\frac{n-m+1}{2})}{(n-m)! \sqrt{\pi}} \cdot \sum \frac{(k-n)!}{j_1! j_2! \dots j_{k-n-m+1}!} \cdot \beta_1^{j_1} \beta_2^{j_2} \beta_3^{j_3} \dots \beta_{k-n-m+1}^{j_{k-n-m+1}}$$

Thus analytical solution of problem (1)-(6) is found, coefficients $A_{2n}, A_{2n+1}, B_n, C_n$ of (7) and (8) can be calculated from (11), (15), (16), (17), (22).

Convergence can be proved following the proof analogy of represented in [4]

REFERENCES

- [1] Widder D.V. *Analytic solutions of the heat equation*, Duke Math. J. 29 (1962), 4 97-503.13.
[2] Tikhonov A.N., Samarski A.A. *Equations of Mathematical Physics*. Gostechteorizdat, 1951. (in Russ.).
[3] Friedman A. *Free boundary problems for parabolic equations I. Melting of solids*, J. Math. Mech., 8 (1959), pp. 499–517.
[4] Kharin S.N. *The analytical solution of the two-phase Stefan problem with boundary flux condition*, Mathematical journal, Vol.14, № 1 (51), 2014, pp. 55–76.

**ЖЫЛУӨТКІЗГІШТІК ТЕНДЕУІНІҢ
ЖЫЛЖЫМАЛЫ АЙМАҚТАРДА АНАЛИТИКАЛЫҚ ШЕШІМІ**

М. М. Сарсенгельдин, Н. Т. Бижигитова

Сүлеймен Демирел атындағы университет, Қаскелен, Қазақстан

Тірек сөздер: интегралды Қателіктер Функциясы, жылу полиномдары, жылжымалы аймақтар.

Аннотация. Жылуөткізгіштік тендеуінің интегралды қателіктер функциялары және жылу полиномдары арқылы аналитикалық шешімі табылған.

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ
С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ**

М. М. Сарсенгельдин, Н. Т. Бижигитова

Университет им. Сулеймана Демиреля, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: Интегральная Функция Ошибок, тепловые полиномы, подвижные границы.

Аннотация. Найдено аналитическое решение уравнения теплопроводности с разрывными коэффициентами методом интегральных функций ошибок и тепловых полиномов.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 207 – 211

**ACTION SOME ASPECTS
OF THE FIELD AND WAVE IN THE RFID**

O. B. Suieubaev

Almaty University of Power Engineering and Telecommunications, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: olzhas3384@mail.ru

Keywords: RFID-technology, interference, ferrite, impedance, label, counter.

Abstract. In this work, according to the task has been studied free distribution and reducing the intensity of RFID systems for remote areas: video, dissipation, self-diffraction of light or other sources of radiation is increased sensitivity RFID. In the case of RFID calculator used the EQ and multi-antenna. In the RFID system in remote areas antenna radiation pattern is distorted when you change the location of each other, therefore decreases the power return signal.

In RFID systems of a distant zone of the directional pattern of antennas of tags can also significantly be distorted at their close relative positioning and, respectively, efficiency of transfer of power and signals will decrease.

КЕЙЫР АСПЕКТИЛЕРДИҢ RFID ЖҮЙЕСИНДЕ ӨРИС ПЕН ТОЛҚЫНҒА ӘСЕРІ

О. Б. Сүйеубаев

Алматы энергетика және байланыс университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: RFID технологиясы, интерференция, феррит, импеданс, белгі, есептеуіш.

Аннотация. Жұмыста ұсынылған тақырыпқа сәйкес еркін таралу салдарымен және интенсивтіліктің жай кемуі RFID жүйелерінің алыс аймақтарда: бейнелерге, шашыратуға немесе өзінің дифракциялық сәулеленуіне немесе басқа көздердің сәулеленуі RFID жүйелерінің жоғарғы сезімталдығы болып табылады. RFID жағдайында есептеуіштерде эквайзерлі және антенналы көп арналылық қолданылады. RFID жүйесінде алыс аймақтағы белгі антенналарының диаграммалық бағытталуы олардың өзара орналасуы кезінде бұрмаланады, сәйкесінше қуат жіберілуі және сигнал нәтижесі төмендейді.

Кіріспе. RFID технологиясын қолдану мүмкіндіктері тек қана адам ойымен ғана шектеулі. Алайда, RFID - желі өтімін басқару немесе тұтынушы қолданатын тауарлар саласын басқару үшін көбірек жарайды деген пікір бар, RFID желісінің диапазоны бұл пікірлерден әлдеқайда тыс қолданылады. Қолдану аймағына қарай жүйенің техникалық сипаттамаларының негізгі компоненттеріне шектеу қатары қолданылады.

RFID жүйесінің негізгі техникалық сипаттамаларына: қашықтық, тез әрекеттілік, байланыс сенімділігі және электромагниттік үйлесімділігі жатады. Құрылымының әрбір бөлек сипаттамасы тікелей немесе жанама құрамымен анықталады. Арнаның байланысты тарату қасиеті мынадай параметрлермен анықталады: ылғалдылық, ортаның температураға тәуелділігі және де айналадағы әртүрлі заттардың қатынасымен анықталады.

RFID жүйесінің сипаттамасына ауытқудың ықпалдылығы. Атмосфера біртекті және жұтылмайтын болып келеді, қоршаған және әсер ететін, тарату және қабылдау объектілер жоқ. Бірақ, тәжірибеде қоршаған орта еркін орта моделіне сәйкес келмейді. Біз бұл аспектілерді қысқаша қарап өтеміз. Сонымен қатар қоршаған ортаға әсерін тигізетін интерференция және шуылдарды да қарастырамыз.

RFID жүйелерінде, жақын аймағында функционалданатын өріс кернеулігі $1/r^2$ немесе $1/r^3$ пропорционалды түрде кемиді, ал $1/r$ алыс аймағына қарағанда, сигналға жақын аймақтағы әсер етуші элементтер қатысты түрде жақсы белгілі. Айта кететін жайт, алыс емес қашықтықта өрістің интенсивтілігін, диаграмманың бұрмалануын және жүйенің басқа да жалпы сипаттамаларына өрістің әсерін елемуге болады. Бірақ та, жақын аймақтағы индуктивті және көлемді жүйелер қоршаған материалдар мен заттардың әсерінен әсіресе, өткізгіш материалдарға қатты душар болады.

Индуктивті жүйелер токка сезгіш магнитті өрістермен қатынаста болады. Үлкен өткізгіш заттар магниттік өрісте уақыт бойынша әсерлессе, онда оларда ток индукцияланады. Бұл токтар құйынды ток деп аталады және оларды индукцияландырған магниттік өріске кері әсерін тигізеді, сонымен қатар омдық шығындарға алып келеді. Құйынды токтар магниттік өрісті әлсіретеді, RFID жүйесі кезінде антенналарды өзгертеді және қашықтық әрекетін кішірейтеді. Әсіресе, төзімділігі жоғары жүйелер сезімтал болып табылады. Жоғарғы өткізгіштерді экрандауда құйынды токтарды болдырмау үшін мыс-ұнтақты материалдар немесе ферриттер қолданылады. Трансформатордағы құйынды токтарды және омдық жоғалтуларды төмендету үшін төмен электроөткізгішті ферриттер қолданылады. Сыйымдылықты байланыс жүйелері қоршаған заттарға өте сезімтал болып келеді. Себебі, сыйымдылық жүйелері электр өрісі арқылы ара-қатынас тудырады, олардың мәселесі потенциалдардың әртүрлі бұрмалауымен шартталған. Кез келген жерленген объектілер антеннаның электр өріс желісін тартады және сәйкесінше есептеуіш және белгілердің арақатынас аймағындағы конфигурациясын өзгертеді [1].

Алыс аймақтағы жоғалтулар мен көпсәулелік таралу. RFID жүйесінің қашықтық қатынасы негізінде электромагниттік өрістің кернеулік сәулеленуімен және қоршаған ортаның электро-

динамикалық сигнал таралуы қасиеттерімен шектеледі. Сәулеленетін өріс кернеулігі тікелей әкімшіліктік нормалармен белгіленген (регламенттермен), сондай-ақ әкімшіліктік нормалар арқылы және сигналдың спектрлік енімен шектеулігі байланыс үдерісінің заңдылығымен анықталады. Өрістің кернеулігі антенна түріндегі есептеуіш пен белгі орналасқыштан және өзара бағдарлаудан үлкен тәуелділікте орналасқан. Әкімшілікті реттегіш, өрістің кернеулігін және белгілі бір аймақтағы қуат тығыздығын, тіпті бұл параметрлерді кең көлемдегі техникалық әдістермен қамтамасыздандырса да шектейді.

Кеңістіктің кейбір нүктесіндегі өріс кернеулігі немесе қуат тығыздығы белгілі болғандағы келесі мәселе, қуатты қабылдау болып табылады. Максимальді индукциалды кернеулікке немесе қол жетімді қуатқа жету үшін, сәулеленетін өріс қатынасына сай белгі антеннасын оптимальді түрде бейімдету қажет. Тәжірибеде бұл өте қиын тапсырма болуы мүмкін. Өріс кернеулігі немесе қуат тығыздығы – антенналық белгісі ретінде оның геометриясымен, бейімдеушілік есебімен анықталады. Белгіленген күйдегі геометрия және белгі функционалды антеннаның электронды сұлба параметріне тәуелді болады. Әсіресе, антеннаның импедансы тізбекке және жүктемеге сәйкес маңызды болады.

Байланыстың кері желісінде, белгіден есептеуішке дейінгі белгі жадында сақталатын ақпаратты сигнал модуляциясы өндіріледі. Бұл жағдайда модуляцияланған сигналдың деңгейі әлдеқайда есептеуіш сигнал деңгейінен кем болады. Алайда, есептеуіш сигналдың қиын өңделуі арқасында, бұл жүйенің алысқа қатынасын шектемейді [2].

Антеннаның алыс аймағындағы электромагниттік толқындардың сәулеленуі қоршаған ортаға таралады. Өріс кернеулігі $1/r$ пропорционалды түрде кемиді, бұл, үлкен қашықтықты қатынасты шарттайды. Еркін таралу салдарымен және интенсивтіліктің жай кемуі RFID жүйелерінің алыс аймақтарда: бейнелерге, шашыратуға, өзінің дифракциялық сәулеленуіне немесе басқа көздердің сәулеленуі RFID жүйелерінің жоғарғы сезімталдығы болып табылады. Алыс аймақта жоғалтуларды үлкен масштабты немесе кіші масштабты әртектілікпен сипаттауға болады. Үлкен масштабты әртектілік үлкен арақашықтағы өріс кернеулігінің өзгеруімен анықталады. Кіші масштабты әртектілік көпсәулелену түрлерімен көрсетіледі, бастаудан қабылдағышқа таралатын толқындар интерференцияланып, қабылдағыш нүктедегі өріс кернеулігінде үлкен өзгертулерді тудырады. Кіші масштабты әртектілік үлкен емес арақашықтарда тез флукутациямен сипатталады. Кіші масштабты және де үлкен масштабты әртектілікпен шартталған жоғалтулар сәйкес модельдермен сипатталады.

Үлкен масштабты жоғалту модельдері, сигналдағы қуаттың өшуі жіберуші арасындағы арақашықтықпен сипатталады. Олар еркін жазықтық үшін кері квадраттық қалыпты заңның теңдеуімен және атмосфера мен материалдар қатынасымен шартталған өшуін сипаттайды. Егер өшу мынаған тең болса:

$$PL(R) = (\lambda / 4\pi R) \quad (1)$$

мұндағы n еркін ортада 2-ге тең болса, онда теңдеу мына түрде болады:

$$Pr = p Pt Gt Gr PL(R) \quad (2)$$

Әдетте бөлме ішіндегі кеңістікте таратылатын бағаны жоғалту логарифмдік модельмен беріледі:

$$PL(R) [\text{дБ}] = PL(R\sigma) + 10 n \log (R/R_0) + X\sigma \quad (3)$$

мұндағы n бөлме қасиетіне тәуелді, $X\sigma$ – қалыпты таралған стандартты айнымалы ауытқу σ , децибелмен анықтаған. R_0 шамасы өлшеу өткізілетін тіркелген қашықтық болады және ол әдетте бөлме ішіндегі өріс таралу шартында 1-ге тең. Кестеде n және σ мәндерін өрістің таралуындағы әртүрлі шарттарда және әртүрлі жиіліктерде көрсетілген. σ -ның кіші мәніне модель дәлірек сәйкес келеді.

Көпсәулелі таралу көрінісін кіші масштабты федингті модельдер сипаттайды. Көпсәулелі таралу – шағын арақашықтықтарда амплитуданың және фазаның қатты флукутациялануын, кездейсоқ жиілікті модуляцияны және уақытша дисперсияны тудырады. Кеңістікте, металдық заттар және объектілерді бейнелейтіндер, көпсәулелі таралу және сигнал интерференциясына ие болуы мүмкін. Көп сәулеленуді сипаттау үшін әртүрлі статикалық модельдер қолданылады, ал, орташа

N параметрлері және бөлме ішіндегі кеңістікте таралатын логарифмдік модель жоғалтуы σ

| Ғимарат | Жиілік (МГц) | n | σ |
|--------------------------------|--------------|-----------|-----------|
| Талдап сату дүкені | 914 | 2,2 | 8,7 |
| Бакалейлі дүкен | 914 | 1,8 | 5,2 |
| Тығыз офис | 1500 | 3,0 | 7,0 |
| Тығыз емес офис | 900 | 2,4 | 9,6 |
| Тығыз емес офис | 1900 | 2,6 | 14,1 |
| Тоқымалы, химикалық өндірістер | 1300 | 2,0 | 3,0 |
| Тоқымалы, химикалық өндірістер | 4000 | 2,1 | 7,0 – 9,7 |
| Кітап дүкені, нан дүкені | 1300 | 1,8 | 6,0 |
| Металл өңдейтін өндіріс | 1300 | 1,6 – 3,3 | 5,8 – 6,8 |
| Тұрмыс ғимаратының қабырғасы | 900 | 3,0 | 7,0 |

квадраттық ауытқудың (ОКА) шамасы кешігіп таралудың ортақ мәні болып табылады. Шағын металдық фрагменттер санымен және тығыз жоспарлауы бар ғимараттардың орташа квадраттық ауытқуы кешігу аймағында 30 нс-дан 60 нс-қа дейін болады. Үлкен ғимараттар, үлкен металдық фрагмент сандарының және ашық шеткі жапсаржайлардың таралу кешігулері 400 нс-қа ие болуы мүмкін. Көп сәулеленудің таралу эффектісін минимальді ететін технологиялар, эквалайзерлі, көп арналы және арнаны кодтау болып табылады. RFID жағдайында есептеуіштерде эквалайзерлі және антенналы көп арналық қолданылады. Мұндай белгілерде өлшемдердің шектелуі, қиыншылықтар және бағасының салдарынан болатын мұндай әдістер қолданылмайды [1].

Көрші антенналардың әсері. Көптеген белгілер бір-біріне жақын орналасқандықтан, олардың антенналар арасындағы байланысы сигналды қабылдауы мен жіберуіне кері әсерін тигізуі мүмкін.

Белгілердің жақын аймақта орналасуы көрші антенналардың бұзылуына әсер етуі мүмкін. Әсіресе, жоғарғы төзімділікті белгілер сезімтал болады. Осы жақын өрістегі мәселені шешу әдісі - белгілер антенналарын бір-біріне жақын орналастыруда, оларды жоғары жиілікке қою қажет.

RFID жүйесінде алыс аймақтағы белгі антенналарының диаграммалық бағытталуы олардың өзара орналасуы кезінде бұрмаланады, сәйкесінше қуат жіберілуі және сигнал нәтижесі төмендейді.

Температура және ылғалдылық. Қоршаған орта температурасының өзгеруі тізбектегі параметрлерге сәйкесінше өзгерістер тудырады және нәтижелі емес қуат жіберуіне алып келуі мүмкін. Жоғарғы төзімділік жүйесі резонансты жиіліктің қозғалуынан қатерлі бұзулуына алып келуі мүмкін. Сондықтан төменгі температуралы коэффициент компоненттері қолданылуы қажет. Ылғалдылық сипаттаманың құлдырауына алып келуі мүмкін. Жалпы бұл эффектілер жоғары жиіліктерде зиянды болып келеді.

Сонымен, қорыта айтар болсақ электромагниттік өріс пен RFID толқын жүйелерінің энергетикалық және ақпараттық байланысқа жету жолдарын, антенна көмегімен электромагниттік өрістер мен толқындардың пайда болуын, сондай-ақ аталған антенна көмегімен сәулеленетін жақын және алыс аймақтағы өріс қасиеттерін, әрбір аймақтағы энергетикалық және ақпараттық байланыс мәндерін түсіндік. Түйіндей келе біз, қоршаған ортаның кейбір аспектілерінің өріс пен толқынға әсерін қарастырдық.

ӘДЕБИЕТ

- [1] Шарфельд Т. Системы RFID низкой стоимости. – М., 2006. – 197 с.
 [2] <http://www.masters.donntu.edu.ua/2009/kita/naumenko/library/article3.htm>
 [3] Баскаков С.И. Электродинамика и распространение радиоволн: Учеб. пособие для вузов по специальности «Радиотехника». – М.: Высш. школа, 1992. – 416 с.

REFERENCES

- [1] Sharfeld T. *RFID systems low cost*. М., 2006. P. 197.
 [2] <http://www.masters.donntu.edu.ua/2009/kita/naumenko/library/article3.htm>
 [3] Baskakov S.I. *Electrodynamics and Propagation: Textbook*. Manual for schools in the specialty «Radio Engineering». М.: Graduate school, 1992. P. 416.

ДЕЙСТВИЕ НЕКОТОРЫХ АСПЕКТОВ НА ПОЛЕ И ВОЛНЫ В СИСТЕМЕ RFID**О. Б. Суйеубаев**

Алматинский университет энергетики и связи, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: RFID-технологий, интерференция, феррит, импеданс, метка, считыватель.**Аннотация.** В работе дана информация о том, что следствием свободного распространения и слабого спада интенсивности является повышенная чувствительность систем RFID в дальней зоне к отражениям, рассеянию или дифракции собственного излучения или излучения других источников. В случае RFID в считывателях используется эквалайзирование и антенная многоканальность.

В системах RFID дальней зоны диаграммы направленности антенн меток также могут существенно искажаться при их близком взаимном расположении и, соответственно, эффективность передачи мощности и сигналов будет снижаться.

*Поступила 25.02.2015 г.***NEWS**

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 211 – 215

**THE BASIC STRUCTURE OF TEACHING
IN HIGHER EDUCATION INSTITUTIONS WITH INFORMATION
AND EDUCATIONAL ENVIRONMENT****Z. T. Suranchieva, A. K. Otelbaeva**

Kazakh State Women's Teacher Training University, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: zina_ss@mail.ru

Key words: information and communication technology, information, digital educational resources, multimedia, distance learning, information educational environment.**Abstract.** This article describes the basic structure of education using new methods of information technology in higher education. The main issues of using information technology in the educational process are included. The need to organize training courses to develop skills in the use information and communication technologies in the learning process is an urgent problem today. The methods of teaching are used in conjunction with the new information technologies. Also the features and structure of the educational environment of distance learning are described.

УДК 372.851.02

**ЖОҒАРҒЫ ОҚУ ОРНЫНДА АҚПАРАТТЫҚ
БІЛІМ БЕРУ ОРТАСЫНДА БІЛІМ АЛУДЫҢ НЕГІЗГІ ҚҰРЫЛЫМЫ****З. Т. Суранчиева, А. К. Отелбаева**

Қазақ мемлекеттік қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: ақпараттық-коммуникациялық технологиялар, ақпараттандыру, сандық білім беру қорлары, мультимедия, қашықтан оқыту, ақпараттық білім беру ортасы.**Аннотация.** Мақалада жоғарғы оқу орнында ақпараттық технологияның жаңа әдістерін пайдаланып білім арудың негізгі құрылымы қарастырылған. Білім берудегі ақпараттық технологияны қолданудың негізгі

мәселелері қамтылған. Педагогтардың ақпараттық және коммуникациялық технологияларды оқыту үрдісінде колдана білу мүмкіндігін дамыту мақсатында оқу курстарын ұйымдастырудың қажеттілігі бүгінгі білім беру жүйесінің өзекті мәселесінің біріне айналып отыр. Жаңа ақпараттық технологияны қолдануда пайдаланылатын оқытудың тәсілдері көрсетілген. Сонымен бірге қашықтықтан білім берудің ерекшеліктері, ақпараттық білім беру ортасының құрылымы сипатталған.

Қазіргі заманғы ғылым мен техниканың даму кезеңі оқу-ағарту саласында ақпараттық технологияның жаңа әдістерін кең көлемде қолдануды қажет етеді. Осыған байланысты қазіргі білім беру мазмұны жаңарып, жаңа көзқарас пайда болып, білім беру жүйесінде ақпараттық коммуникациялық технология өмірге келді. Ақпараттандырудың негізгі саласының бірі білім саласын ақпараттандыру болып саналады. Қоғамымызды құрайтын тұрғындардың алдыңғы қатардағыларының ой-еңбегінің жемісі болып табылатын ақпараттық ресурстарды күнбе-күн пайдалану ісі өсіп келе жатқан жас ұрпақты ізденісі мол шығармашылық бағытта тәрбиелеу керек екендігін анықтап отыр.

Қазіргі білім беру ортасында студенттер мен оқытушылардың компьютермен қамтамасыз етілуі білім берудегі ақпараттық технология негізінде дами келе негізгі үш мәселені қамтиды:

- оқу үрдісіндегі Интернет желісін қолдану әр түрлі орындарда жүзеге асырылады;
- білім берудегі және шығармашылық үрдістегі әрбір қолданушылар бір-бірімен әр уақытта байланысып, бірыңғай білім берудегі ақпараттық кеңістікте білімдері дамиды;
- педагогтар мен білім алушылар біріге отырып ақпараттық білім беру ресурсын басқаруды қолданып әр түрлі мәліметтер қорларын құрып, дамыта алады.

Осыларды негізге ала отырып компьютерлік-желілік байланыс қамтамасыз етіліп, үздіксіз білім беру жүзеге асырылып жатыр. Яғни сырттай білім алатындар үйінде отырып желілік байланыс негізінде қашықтықтан білім алуына болады. Сонымен қатар осындай ақпараттық кеңістікте білім беруде бұрынғы дәстүрлі оқытудағы әдістерді қолданбай, компьютерде қолдануға болатын жаңа әдіс-тәсілдерді енгізу қажет. Ғалымдар мен мамандардың пікірінше, педагогтың ақпараттық мәдениетін дамытудың негізгі факторы ақпараттық және компьютерлік технологияларды қолдануға байланысты біліктілікті көтеру жүйесі болып саналады. Педагогтардың ақпараттық және коммуникациялық технологияларды оқыту үрдісінде колдана білу мүмкіндігін дамыту мақсатында оқу курстарын ұйымдастырудың қажеттілігі бүгінгі білім беру жүйесінің кезекті мәселесінің біріне айналып отыр. Білім беруді ақпараттандыру мемлекеттік саясатынан, материалды-техникалық қамтамасыз етуден және педагогикалық мамандарды даярлаудан бөлек, мемлекеттік білім беру стандартына сәйкес сандық білім беру қорларының жасалуына себеп болды [1].

Қазіргі заманғы ақпараттық технологияларды пайдалану өз білімін көтеру тиімділігін де арттырады. Бұл бірінші кезекте сандық түрде жазылған ақпараттарды пайдалану кезінде қажетті мәліметтерді оңай табуға мүмкіндік береді. Қазіргі кезде көптеген әлемге танымал энциклопедиялар, сөздіктер электронды түрге айналдырылған.

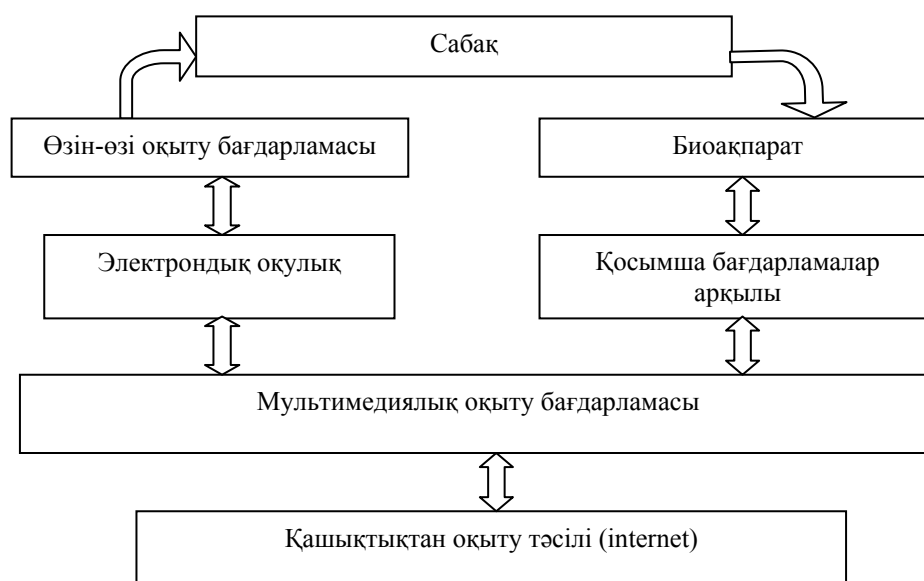
Жаңа ақпараттық технологияны пайдалануда оқытудың әртүрлі тәсілдерін пайдалану барысында білім сапасын арттыруға болады. Пайдаланатын әдістерді төмендегідей сызба түрінде көрсетуге болады.

Сабақта жоғарыда көрсетіліп отырған барлық әдіс бойынша қай оқыту тәсілін пайдалансаңыз да өзіңіз білесіз. Мұндағы оқытушының қызметі: студенттердің компьютермен жұмыс істеу қабілетін ескеріп, пән аралық қорытынды сабақ өту барысында компьютермен байланыстыру керек.

Өзін-өзі оқыту бағдарламасы. Бұл әдісте оқытушының қызметі студенттерді қадағалап тұру және жаңа сабақты қысқаша түрде түсіндіру. Содан кейін студенттер өздері компьютердегі алдынала дайындалып қойылған бағдарламаны ашып, жұмыс жасай береді.

Биоақпарат әдісі. Оқытушының міндеті - әдебиеттер беру және студенттерді тыңдап, оның қате кеткен жерлерін айту. Бұл әдістің ерекшелігі әр студенттің ізденімпаздығын, яғни шығармашылық жұмыс жасауын арттыру болып табылады.

Электрондық оқулық. Студенттер үшін электрондық оқулық мектеп қабырғасында жүрген жылдарында өздігінен білімін толықтырып отыруға және мақсатты түрде бітіру емтихандарына дайындалуға мүмкіндік беретін ақпарат көзі. Электрондық оқулықтар бойынша студент тапсырманы қызыға орындайды, сонымен қатар өз қатесін табады. Студенттің оқу түріне сай және әркімнің шамасына, мүмкіндігіне қарай тапсырма беруге қолайлы.



1-сурет – Жаңа ақпараттық технологияны қолданудағы оқытудың әртүрлі тәсілдері

Қосымша бағдарламалар арқылы. Яғни, қолданбалы бағдарламаларды қолдана отырып, Microsoft PowerPoint пен ActivInspire программаларында презентация, Microsoft Excel арқылы диаграмма құру арқылы көптеген қызықты сабақтар өткізуге болады.

Мультимедиялық оқыту бағдарламасы. Студентке компьютер экраны арқылы жаңа сабақты түсіндіріп, оқу үрдісін өзі атқарады.

Қашықтықтан оқыту тәсілі. Қашықтықтан білім беру белгілі бірқашықтықта отырып, компьютерлік телекоммуникация және де басқа байланысу орталары көмегімен оқып үйрену мақсатындағы ақпараттармен өзара алмасу тәсіліне негізделген.

Қазіргі заманғы ақпараттық технологияларды пайдалану өз білімін көтеру тиімділігін де арттырады. Бұл бірінші кезекте сандық түрде жазылған ақпараттарды пайдалану кезінде қажетті мәліметтерді оңай табуға мүмкіндік береді. Қазіргі кезде көптеген әлемге танымал энциклопедиялар, сөздіктер электронды түрге айналдырылған.

Білім берудегі ақпараттық технологиялар ақпараттық есептеуіш техникаларды қолдану барысында туындайды. Білім берудегі ақпараттық технологиялар білім беру ортасында жұмыс істейтін келесі компоненттерді анықтайды:

- техникалық (қатынау құралында және компьютерлік техникада қолданылатын түрі);
- программалық-техникалық (нақтыланған техникалық оқытуға қажетті программалық құралдар);
- ұйымдастырушылық-әдістемелік (оқу үрдісіндегі ұйымдардағы оқытушылар мен оқушыларға арналған нұсқаулар).

Білім беру технологиясы негізінде жоғарғы оқу орнында ғылыми және инженерлік білім және әдістер мен құралдар пәндік аймақта ақпаратты сақтап, өңдеп, жинап тасымалдауға арналып қолданылады. Оқу бағдарламаларына сәйкес ақпараттық технологиялардың қолданылуы тікелей тәуелденіп қалыптасады. Жоғарғы оқу орнындағы ақпараттандыру мәселелерінің басты міндеті ретінде жаңа ақпараттық технологияны мамандарды ақпараттық мәдениет көрсеткішіне дейін сапалы түрде дайындау мақсатында жаһандандыруды арттыру болып табылады. Индустриалды қоғамның қажеттілігіне сәйкес мамандарды дайындау қажет [2].

Қашықтықтан білім берудің ерекшеліктері төмендегідей:

1. Икемділік – студент өз еркімен сабақтың уақытын, орнын жоспарлайды.
2. Модульдік – оқуға арналған материалдар модуль түрінде болады, яғни студенттің қажеттілігі мен сұрауларына сәйкес орындалады.
3. Қолжетімділік – студенттің географиялық және уақытқа тәуелсіз бірыңғай білім алуы жүзеге асырылады.

4. Тиімділік – білім мекемесінде экономикалық жағынан шығындардың, яғни уақыттың экономикалық ресурсы, материалдық жағынан (баспаға шығару, материалдарды көбейту) аз кетуіне қажеттілігін тигізеді.

5. Мобильділік – оқытушы мен студент арасындағы кері байланыс қашықтықтан оқытудың үлкен жетістіктер үрдісі болады.

6. Қамтамасыз ету – оқыту ақпараттарына бір уақытта қатынау (электронды кітапханалар, мәліметтер банкі, білім қорларына және т.б.).

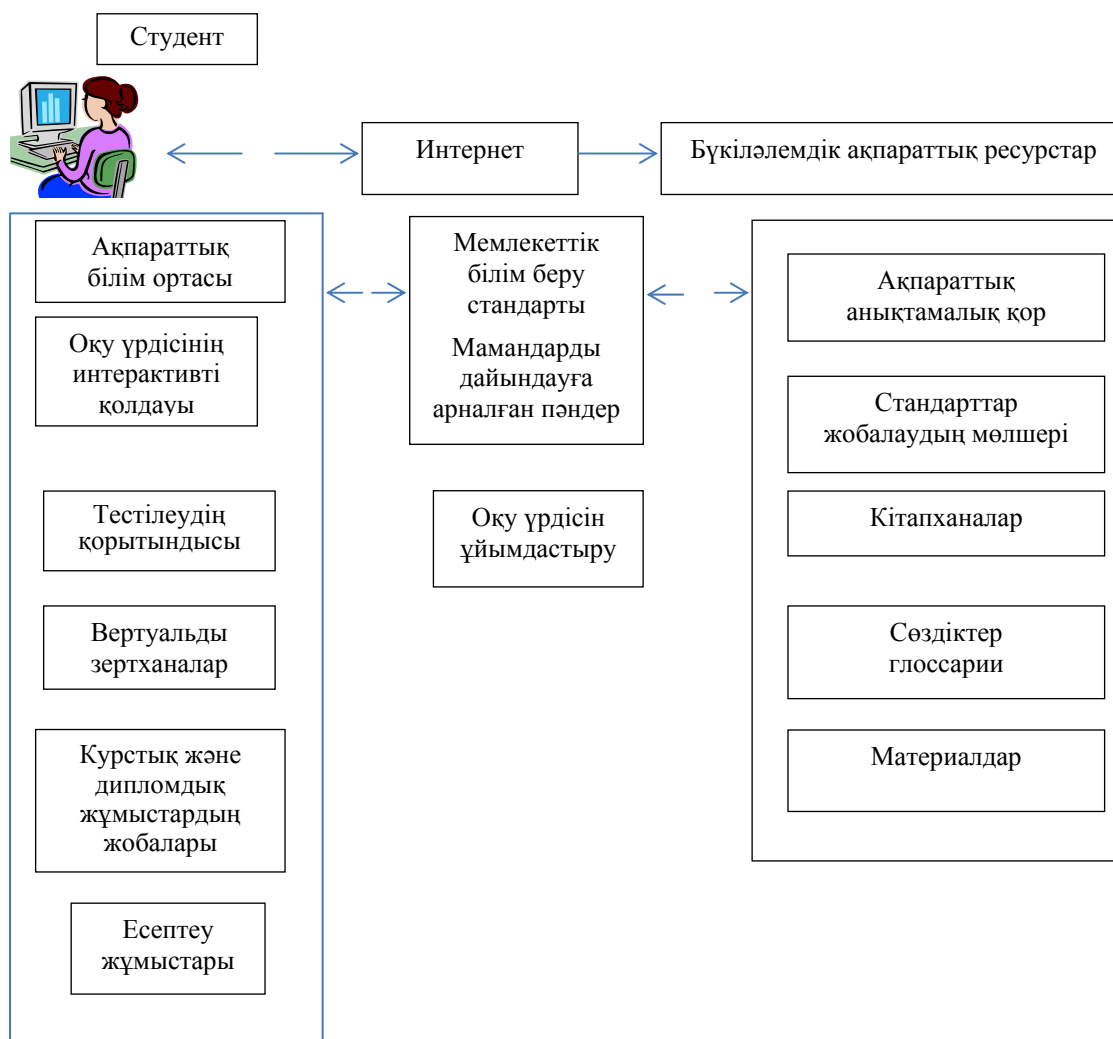
7. Технологияландыру – білім беру үрдісіндегі ақпараттық және телекоммуникациялық технологиялардың жаңа жетістіктерін қолдану.

8. Қоғамдық тепе-теңдік – студенттің тұрған орнына, денсаулығына, материалдық қамтамасыздануына тәуелсіз бола отырып, білім алу теңдей жүзеге асырылады.

Ақпараттық технологиялар оқу үрдісінің модельдерінің өзгеруіне яғни, репродуктивті оқытуда оқытушыдан студентке креативті модельге өтуге мүмкіндік береді.

Ақпараттық білім беру ортасындағы жетістіктері мен кемшіліктерінің талдануы және қазіргі кездегі жағдайы мен телекоммуникациялық құралдар келесі принциптерді көздей отырып, қазіргі уақытта ақпараттық білім беру ортасында жобаланып құрылуы қажет:

- Көпкомпонентті-ақпараттық білім беру ортасы оқу-әдістемелік материалдарды, бағдарламалық жабдықтарды, тренингтік жүйелерді, білімді бақылау жүйесін, техникалық құралдар, мәліметтер қоры және ақпараттық-анықтамалық жүйелер, ақпараттың әр түрін сақтау, бір-бірімен байланысын қамти отырып көпкомпоненттіліктің ортасын құрайды.



2-сурет – Ақпараттық білім ортасының құрылымы

- Интегралды-ақпараттық компоненттер ақпараттық білім ортасында мамандардың дайындалуымен анықталған әлемдік ресурстағы ғылым және техника аумағындағы мәліметтер білімін пәнаралық байланыстарды ескеріп, білімді ақпараттық-анықтамалық қосымша оқу материалдарын өзіне қосып алуы қажет.

- Таратылу – ақпараттық білім беру ортасындағы ақпараттық компоненттер ақпаратты сақтау бойынша, қазіргі кездегі техникалық құралдардың шектелуімен таралады.

- Бейімделу – ақпараттық білім беру ортасы білім беру жүйесінен ауытқымай, оның құрылуын және принциптерін өзгертпей, ақпараттық білім беру ортасында ақпараттың көпшілік қажеттігіне қарай орындалуы қажет. Осыларды негізге ала отырып ақпараттық білім беру ортасының құрылымы 2-суреттегідей сипатталады.

Тұжырымдалған принциптер ақпараттық білім беру ортасында дәстүрлі білім беру жүйесінде білім беруге қажетті болып, басқа жағынан өзіндік жүйе ретінде жаңа ақпараттық технологияларды қолданып студенттердің белсенді шығармашылық әрекетіне бағытталады.

Ақпараттық-коммуникациялық технологияларды игеру қазіргі заманда әрбір жеке тұлға үшін оқу және жазу қабілеті әрбір адам үшін қажетті шартқа айналды. Алынған білім мен дағдылар бұдан әрі қоғамның даму жолдарын анықтайды.

Сонымен ақпараттық білім беру ортасында студенттерге білім беруде ақпараттандыру үрдісінің негізгі бағыттарымен таныстырып, болашақ педагог мамандардың ақпараттық мәдениетін қалыптастыру керек. Осыларды ескере отырып ақпараттық білім беру ортасында үздіксіз білім беруді жетілдіру негізінде қашықтықтан ақпараттық технологияның көмегімен білім алуды оқытушы және студент болып кеңінен қолға алу қажет. Осыларды орындай келе біздің елде ақпараттық білім беру кеңістігінде бәсекеге қабілетті мамандар дайын болады.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Авдеева С. Цифровые ресурсы в учебном процессе: [о проекте «Информатизация системы образования» и о создании Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов] // Народное образование. – 2008. – № 1. – С. 176-182.

[2] Армэнголь М. Влияние глобализации на деятельность иберо-американского виртуального университета // Высшее образование в Европе. – 2002. – Т. XXVII, № 3.

REFERENCES

[1] Avdeeva S. *Digital resources in the learning process* [about the project "Informatization of Education System" and the establishment of a single collection of digital educational resources] *Public education*. 2008, № 1, 176-182. (in Russ.).

[2] Armengol' M. *The impact of globalization on the activities of the Ibero-American Virtual University*. *Vysshee obrazovanie v Evrope*. 2002, Vol. XXVII, № 3 (in Russ.).

ОСНОВНАЯ СТРУКТУРА ОБУЧЕНИЯ В ВЫСШЕМ УЧЕБНОМ ЗАВЕДЕНИИ С ИНФОРМАЦИОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДОЙ

З. Т. Суранчиева, А. К. Отелбаева

Казахский государственный женский педагогический университет, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: информационно-коммуникативные технологии, информатизация, цифровые образовательные ресурсы, мультимедия, дистанционное обучение, информационная образовательная среда.

Аннотация. В статье рассмотрена основная структура образования с применением новых методов информационной технологий в высшем учебном заведении. Включены основные вопросы использования информационных технологий в учебном процессе. Необходимость организации учебных курсов в целях развития навыков применения педагогами информационных и коммуникационных технологий в учебном процессе является актуальной проблемой на сегодняшний день. Рассмотрены методы обучения используемые совместно с новыми информационными технологиями. Также описаны особенности и структура информационно-образовательной среды дистанционного обучения.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 216 – 222

**POSSIBILITIES OF THE USE BIPOLYARIZATOR MADE
FROM ICELANDIC SPAR**

A. U. Umbetov

Arkalyk state pedagogical institute after I. Altynsarin, Arkalyk, Kazakhstan.

E-mail: umbetov.a@mail.ru

Key words: hertzian waves, crystal, quantum electronics, interference, laser, polarization, interferometer.

Abstract. The theory of cooperation of hertzian waves with substances in fundamental research presents both theoretical and practical interest. An analysis and synthesis of the optical systems from monaxonic crystals show the important value of their application in the optical-electronic devices of transmission, distribution and treatment of information. One of interesting on the functional possibilities of the crystal optical systems is bipolarizator (BP). In the real work the method of calculation of motion of hertzian waves is shown in bipolarizator and feature of origin of interference pictures on the exit of bipolarizator . Using bipolarizator in a laser radiation, by means of interference of the hertzian waves formed to them on an exit it is possible with greater exactness to define locations small longitudinal displacement and corner of turns of objects. Thus on a base bipolarizator it is possible to create a number of laser polarization interferometric devices using in various directions coherent optics.

УДК 533.09.01

**ИСЛАНД ШПАТЫНАН ЖАСАЛЫНҒАН
БИПОЛЯРИЗАТОРДЫҢ ҚОЛДАНЫЛУ МҮМКІНДІКТЕРІ**

A. У. Умбетов

Ы. Алтынсарин атындағы арқалық мемлекеттік педагогикалық институты, Арқалық, Қазақстан

Тірек сөздер: электромагнитті толқындар, бір осьті кристалдар, квантты электроника, интерференция, лазер, поляризация, интерферометр.

Аннотация. Электромагнитті толқындардың заттармен әсерлесу теориясы іргелі зерттеулердегі теориялық және тәжірибелік жағынан маңызды мәселелердің бірі. Әртүрлі бағыттар бойынша ерекшеленетін оптикалық жүйелердегі электромагнитті толқындардың таралуы және маңызды құбылыстар береді. Бір осьті кристалдарды әртүрлі үлгіде қарастыра отырып, квантты электроникаға қажетті элементтер аламыз. Солардың бірі биполяризатор (БП). Мақалада биполяризатордың құрлысы және одан электромагнитті толқындардың таралуы, өткен сәулелердің ерекшеліктері және интерференция құбылысының алыну тәртібі қарастырылады. Осындай жүйелерді лазер сәулесінде қолдана отырып, денелердің кеңістіктегі орнын, аз ығысу шамасы мен бұрылу бұрышын өте үлкен дәлдікпен анықтай аламыз. Сонымен бірге кристалды оптикалық жүйелердің негізінде әртүрлі мақсатта қолданылатын лазерлік поляризациялық интерферометрлер құрастыруға мүмкіндіктер туады.

Квантты электроника мен когерентті оптиканың дамуына байланысты әртүрлі кристалды оптикалық жүйелердің ғылыми техникалығы және өндірістік құрылымдарда қолданылуы кең түрде артты. Кристалды оптикалық қондырғылардың көмегімен лазер сәулелерін басқару, амплитудасын, жиілігін, фазасын және поляризациясын басқару сәтті шешіледі. Сонымен бірге жарық сәулесін үздікті және үздіксіз сканірлеу, сапасын модуляциялау және оптикалық резонатордың модтарын бөліп алу, оптикалық сәулелердің ұзақтылығы мен түрін басқару сәтті шешіледі [1, 2].

Кристалды оптикалық жүйелер, сонымен қатар кеңістіктік кодировкалау және декодировкалау үшін, басқармалы кеңістіктік сүзгіштерді құру үшін қажет [3]. Кристалды оптикалық жүйелер негізінде көптеген поляризациялық интерферометрлік қондырғылар жасалынған [4]. Олардың көмегімен үлкен дәлдікпен оптикалық денелерді өңдеу, сапасын анықтауға [5], лазер сәулелерінің геометриялық параметрлерін, лазер сәулесінің өрісінің кеңістіктік корреляциялық функциясын және когеренттік дәрежесін анықтай аламыз [6].

Электромагнитті толқындардың анизотропты кристалдардағы таралуының теориясы, орталардың бөліну шекарасындағы шағылу және сыну заңдары жеткілікті дәрежеде жақсы зерттелінген [7]. Алайда бірнеше анизотропты кристалдардан тұратын жүйелердегі лазерлердің жолын қатаң түрде есептеу үлкен, инженерлік есептеулерге жарамсыз өрнектерге алып келеді. Және кристалды оптикалық жүйелердің жалпы қасиеттерін зерттеуге мүмкіндік бермейді.

Оқулықтарда белгілі қосарланып сындырғыш призманың сәулелердің жолын есептеу [8, 9] призманың кіріс қабырғасының жарықтың нормаль түсіуімен шектеледі және әр бір жеке призмаға бөлек есептелінеді. Қосарланып сындыратын айнымалы екілену бұрышты призмалардағы (КСАЕБП) жолдарын есептеу әдістемесі белгілі [10]. Және Дове түріндегі призмалардағы есептеу әдістемесі де белгілі [11].

Берілген жұмыста биполяризацияларды теориялық және тәжірибе жүзінде толығырақ зерттеу мақсат етіп қойылды. Жүйенің құрамдарындағы кристалдалдардың оптикалық осьтері әр түрлі бағытталады.

Жұмыста келесі міндеттер орындалды.

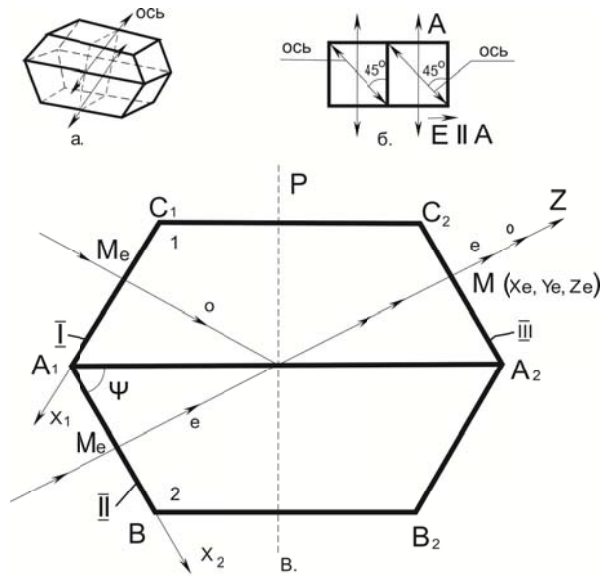
1. Биполяризациядан электромагнитті толқындардың өтіуінің жалпы есептеу әдістемесін жасау. Бұл әдіс айтылған жүйелердің қасиеттерін талдауға ыңғайлы және инженерлік есептеулерге тиімді.

2. Биполяризацияда поляризациялық сәулелерді жіктеу режимінде олардың арасындағы интерференция құбылысын зерттеу.

3. Бифокалды линзалар мен биполяризациядың жаңа лазерлік өлшегіш құралдарды құру үшін қолданылу мүмкіндіктерін зерттеу.

Биполяризатор. Инновациялық технологиялардың ғылым мен өндірістегі алатын орнының ерекшелігіне сәйкес іргелі зерттеулерді дамыту маңызды. Солардың ішінде электромагнитті толқындардың құрылымдары әртүрлі оптикалық жүйелерден өту теориясының практикалық маңызы зор. Кристалды оптикалық жүйелер негізінде әртүрлі бағыттар мен мақсаттар үшін қолданылатын лазерлі поляризациялық интерферометрлер алуға болады. Сондай оптикалық жүйелердің бірі – биполяризатор (БП).

Биполяризатор (БП) (1, а.б-сурет) көрсетілгендей құрылым түрінде болады. Исланд штатынан жасалған призма көлденең қимасы теңбүйірлі трапеция түрінде (Дове призмасы) үлкен негізі бойынша канадтық бальзаммен желімделінеді. CaCO_3 жасалынған Дове призмасы жұмыста қарастырылған. Бұл жұмыста қарастырылған құрылымның айырмашылығы оптикалық остердің бағыттарына байланысты. Дове призмасындағы төменгі және жоғарғы бөліктерінде оптикалық остерінің бағыттталынуы келесідей. Остер вертикалді жазықтықта орналасқан. Өзара паралель және желімделіну жазықтығымен $\frac{\pi}{4}$ бұрыш құрайды (1б-сурет). Остердің бағыттарының осылай таңдап алынуы БП лазер сәулелерімен жұмыс істегенде ыңғайлы болады. Лазер сәулелерінің электр өрісінің кернеулі \vec{E} вертикал бағыттталған. БП формасын параметрлерімен белгілейік. Жалпы негізінің ұзындығы $A_1A_2=2a$ бүйір қабырғасының ұзындығы $A_1B_1=l$, $L(A_2A_1B_1)=\varphi$ (54 в-сурет). φ бұрышы шеңберлі поляризацияланған сәуле қабырғаға аз бұрышпен түскен кезде БП-да (о) кәдімгі (е) кәдімгі емес сәулелерге бөлінетіндей етіп таңдап алынады. е-сәуле желімнің қабаты арқылы өтеді (желім келесі шартты қанағаттандырады $n_e < n_{k.b} < n_o$), ал о- сәуле желімделген бөлікте A_1A_2 толық ішкі шағылуға ұшырайды және A_2C_2 қабырға арқылы шығады. Дәл осылай шеңберлі поляризацияланған сәуле A_1B_1 қабырғасына нормаль түсе отырып, о- сәулеге бөлінеді. Ол желімденген бөліктен AA толық ішкі шағылуға ұшырайды, ал е- сәуле желім қабаты арқылы өтіп, БП-дан AC қабырғасы арқылы шығады. $\varphi=65^\circ$ бұрыш қойылған талаптарды қанағаттандырады [12].



1-сурет – а. Биполяризатордың (БП) аксиометриялық түрі, б – Р қойымадағы БП түрі, в – БП-ғы о- және е-толқындардың таралуы

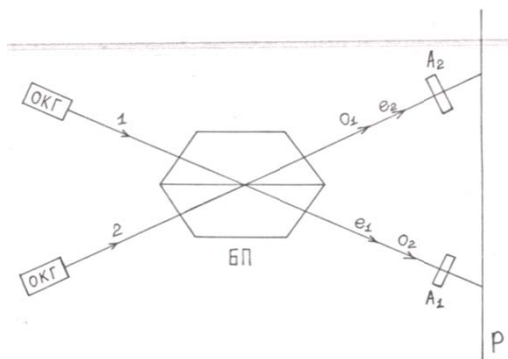
БП шағысында о-және е сәулелер анализатормен біріктіріледі. Анализатор БП қабырғасына перпендикуляр қойылған, осыдан интерференциялық сурет пайда болады. Интерференциялық сурет A_1C_1 және A_1B_1 қабырғаладағы сәулелердің пайда болу шартымен анықталады.

БП интерференциялық режимдық жұмысы келесідей; 1 лазер сәулесі (2-сурет) БП кіріс қабырғасына кіре отырып, екі ортогоналды поляризацияланған сәулелерге бөлінеді: o_1 – кәдімгі және e_1 – кәдімгі емес. БП-ғы екі Дове призмасындағы бас остер өзара паралель және БП негізімен бұйырлы қабырғасына перпендикуляр жазықтықта жатады және Дове призмасының негізімен 45° бұрыш құрайды. Бұл жағдай лазер сәулелерімен жұмыс істегенде ыңғайлы болады. Себебі лазер сәулесі вертикаль жазықтықта поляризацияланған және БП-ға түсетін жарық сәулесінің электрлік тербеліс векторы БП қабырғасына паралель. Сонымен о- және е-сәулелердің интенсивтіліктерін бірдей болуына қажетті шарттар туады. Осы шарттың негізінде контрастілігі максималды интерференциялық сурет аламыз. о-кәдімгі сәуле БП-дан Дове призмалары желімделген негіздерінен толық ішкі шағылуға ұшырап шығады. Желімдеу канадтық бальзаммен жүргізілген. Себебі канадтық бальзамның сыну көрсеткіші аралық мәнге ие болады

$$n_e < n_{к.б} < n_o.$$

е – кәдімгі емес сәуле БП ауытқымай шығады.

λ лазер сәулесі (2-сурет) БП теріс қабырғасына келіп түскен соң ол да ортаганалды поляризацияланған екі сәулеге жіктеледі: o_2 және e_2 . Сонымен БП шығысында төрт поляризацияланған сәулелер болады: o_1 , e_1 , o_2 , e_2 .



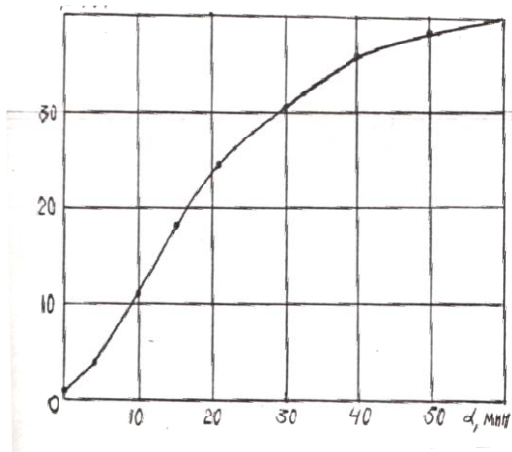
2-сурет – БП-поляризатордың жұмыс режимі

e_1, e_2, e_1, e_2 сәулелер арасында және екі өлшегіш жолдар бойында A_1 анализатордың көмегімен фотобірігу жүргізіледі. Интерференциялық сурет БП бүйір қабырғасына параллель, қалыңдықтары бірдей жолақтар түрінде болады.

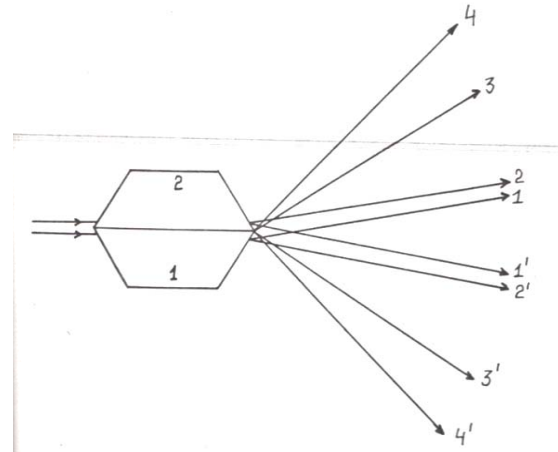
БП-ды сәл бұрғанның өзінде схеманың екі жолы бойынша да интерференциялық жолақтардың өз ара ығысуы жүреді. Тәжірибе негізінде БП-ның кіріс қабырғаларына жарықтың түсу бұрышына интерференциялық растрлердің кеңістіктік жиілігінің тәуелділігі зерттелінеді. Тәжірибенің нәтижелері 3-суретте келтірілген. Тәжірибенің көрсетуі бойынша өлшенетін бұрыштар аралығы $\alpha = \pm 70^\circ$ шамада болатындығы анықталды. 3-суретте БП-дың “лазер сәулесін жіктегіш” режиміндегі жұмыс схемасы көрсетілген. Көлденең қыймасының диаметрі ~ 5 мм коллимерленген лазер сәулесі Дове призмасының желімделген негізі арқылы өтеді. Осыдан БП-нің шығысында сегіз поляризацияланған, төртеуден ортогональді жазықтықтардағы сәулелер пайда болады. 1, 2, 4 және 4'-кәдімгі сәулелер болады, ал 1', 2', 3 және 3'-кәдімгі емес толқындар болады. 1 және 2, сонымен бірге 1 және 2 сәулелер өз ара параллель бағытта тарайды (3-суретте көрсетілгендей).

БП соңғы режимі оның негізгі сипаттамаларына жатпайды. Бірақ кейбір жағдайларда лазер сәулесін сегіз каналдар бойынша мультипликациялау үшін қолданылуы мүмкін. БП-ның негізгі жұмыс режимі ол екі каналді режим. Әрбір канал бойынша интерференция аламыз, одан соң екі каналді өз ара қосып, фототіркеудің нәтижесінде қорытынды сигналді аламыз. Бұл жағдай қондырғының сезімталдығын өте үлкен шамаға дейін арттырады.

БП осындай күйде лазер сәулесін жіктейтін қондырғылар есебінде триангулярлы түрдегі лазер гираскопында қолдануға мүмкіндік береді.



3-сурет – БП-ғы интерференциялық жолақтарының кеңістіктік жиілігінің α бұрылу бұрышына тәуелділігі



4-сурет – БП-биполяризатордың “лазер сәулесін жіктегіш” режиміндегі жұмысы (1,2,4,4')-сәулелер, (1', 2', 3',3)-е-сәулелер

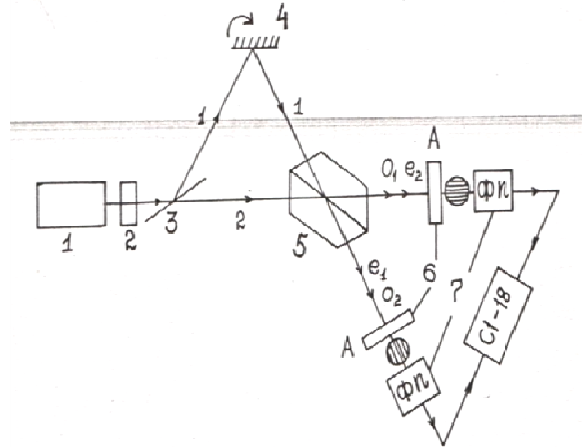
БП жасалынған теориясының негізінде онының қолданылуымен жасалынған поляризациялық интерферометр ұсынылады. $\Delta x = \frac{\lambda}{2\alpha}$ өрнектен шығатыны БП шығысындағы интерференциялық суреттің кеңістіктік жиілігін оның кіріс қабырғасына түсетін лазер сәулесінің түсу бұрышына тәуелді болады. Бұл жағдай БП денелердің аз бұрышқа жілжуын өлшеуге және бақылау үшін қолдануға мүмкіндік береді.

Белгілі қондырғыларда айтылған максаттарді шешу үшін қосарланып сындырғыш пластинкалардың бір мезгілде немесе жеке бірнеше түрлері қолданылады. Бұл белгілі қондырғыларда объектілердің аз бұрыштық ығысуын өлшеу дәлдігі жоғары емес (бірнеше ондық бұрыштың секунд).

БП құрлысы объектілердің өте аз бұрыштық ығысуларын үлкен дәлдікпен өлшеуге мүмкіндік беретін схемаларды құруға мүмкіндік береді (оннан бір бұрыштық секунд).

Осындай мүмкін болатын схеманың бірі төменде көрсетілген.

Ұсынылған қондырғының функционалды схемасы 5-суретте көрсетілген. Қондырғы келесідей жұмыс істейді. Жарық ағыны поляризацияланған жарық көзінен 1,2 коллиматордың көмегімен кеңейтіліп, параллельді ағынға түрлендіргеннен кейін (ол микрообъективтен және онымен фокусы сәйкес орналасқан ұзын фокусты объективтен тұрады), 3 жарық бөлгіштен интенсивтіктері бірдей екі сәулеге бөлінеді. Бірінші сәуле 4 жазық айнаға бағытталуы, ол объектіде орналасқан және одан шағылып, 5 БП-ға түседі, ал екінші сәуле 2 жарық бөлгіштен өтіп, ол да БП-ға келіп түседі. Екі сәуле де БП кіріс қабырғаларына нормаль түседі.



5-сурет – Объектілердің аз бұрыштық ығысуларын өлшеуге арналан поляризациялық интерферометр

БП-ның кіріс қабырғасына түсетін әрбір ағын поляризациясы ортогоналды екі сәулеге бөлінеді: (о)-кәдімгі және (е)-кәдімгі емес (1-сурет). БП-ның жасалуы ерекшеліктеріне байланысты оның Дове призмаларындағы бас осьтері өзара параллель және БП-ның бүйірлі қабырғалары мен негізі жатқан жазықтыққа перпендикуляр және Дове призмасының негізімен 45° бұрыш құрайды. Бұл жағдай айтылып өткен жағдайға сәйкес лазер сәулелерімен жұмыста ыңғайлылық туғызады. Себебі лазер сәулесінің поляризациясы вертикальды жазықтықта болады, яғни БП-ға түсетін жарық ағынының электр векторының тебелісі БП қабырғасына параллель түседі.

Сонымен интенсивтіліктері бірдей о- және е- сәулелерін алу шарттары құрылады. Бұл шарт орындалған жағдайда алынған интерференциялық суреттің контрасттылығы максимал болады. (o_1 және o_2) кәдімгі сәулелер БП-дан Дове призмаларының желімделген негізінен толық ішкі шағылғаннан соң шығады. Желімдеу канад бальзаманың жұқа қабатымен жүргізіледі, себебі канад бальзамының сыну көрсеткіші келесідей аралық мәнге ие

$$n_e < n_{k.o} < n_o$$

(e_1, e_2) кәдімгі емес сәулелер БП – дан өткенде бағыттарын өзгертпейді. БП-дың шығысында o_1, e_2 және e_1, o_2 сәулелер арасында екі жол бойынша фотобірігу жүргізілуі қажет. Ол үшін интерферометрдің екі жолына 5 анализаторды қоямыз. Анализатор БП-ның қабырғасына перпендикуляр бағытталған. 6 фотоқабылдағыш екі жолдағы (каналдағы) сигналдарды тіркейді. 4 жазық айна кез келген аз бұрышқа бұраған кезде поляризациялық интерферометрдің екі жолындағы интерференциялық жолақтардың өзара ығысуы жүреді. 7 фотоқабылдағышпен қабылданатын сигналдар айырымы 4 жазық айнаның бұрыштық ығысуының өлшемі болып табылады. 4 жазық айна объектіге бекітілген.

Ұсынылған қондырғының сезімталдығын $\Delta x = \frac{\lambda}{2\alpha}$ өрнектің көмегімен сыйпаттауға болады. Интерферометр макетын алдын ала зерттеудің көрсеткеніндей өлшенетін бұрыштар аралығында $\alpha = \pm 70$ өлшеу дәлдігі бұрыштық секундты құрайды. Қондырғының дірілдерге орнықтылығын арттырған жағдайда интерференциялық суреттің ығысуын өлшеу $\frac{1}{10}$ жолақ дәлдігімен орындалуы мүмкін. Бұл объектінің бұрыштық ығысуын оннан бір бұрыштық секундқа ығысуына эквивалентті.

Ұсынылған қондырғының белгілі қондырғылармен салыстырғанда келесідей артықшылығы бар:

- 1) объектілердің өте аз бұрыштық ығысуының өлшеу дәлдігін арттырады.
- 2) интерферометрдің құрылымын жеңілдетеді.

БП-биполяризатор кристалды оптикалық жүйеде электромагнитті толқындардың таралуын есептеу әдісі жасалынды. БП қасиеттерін талдауға ыңғайлы өрнектер алынды.

БП-ның оның шығысындағы поляризациялық сәулелердің интерференциясы режиміндегі жұмысы қарастырылды. БП беретін интерференциялық жолақтардың кеңестіктік жиілігінің оның кіріс қабырғасына лазер сәулелерінің түсу бұрышына тәуелділігі алынды.

БП-нің поляризациялық интерферометрлерде объектілердің аз бұрыштық ығысуын өлшеу үшін қолданылу мүмкіндігі көрсетілді.

Қорытынды. Биполяризатор құрылымы ерекше поляризациялық призма. Одан өткен электромагниттердің өту жолын есептеу әдісі – аз параметр әдісі теориялық жағынан және инженерлік есептеулерге ыңғайлы нәтижелер береді. Биполяризатордың шығысындағы поляризациялық сәулелердің интерференциясының жолақтар айырымын есептеу өрнегі оны әртүрлі мақсаттарға қолдануға мүмкіндік береді. Соның бірі биполяризаторды қандай да бір зерттелінетін денемен біріктіре отырып, интерференциялық жолақтардың ығысу шамасын анықтау негізінде үлкен дәлдікпен денелердің өте аз шамаға ығысуын және бұрылу бұрышын анықтай аламыз.

ӘДЕБИЕТ

- [1] Осипов Ю.В. Пространственный мультипликатор сигналов // Изв. вузов. Радиофизика. – 1992. – Т. XV, № 12.
- [2] Батраков А.С., и др. Лазерные измерительные системы. – М.: Радио и связь, 1991.
- [3] Girard A. Nouveaux dispositifs de spectroscopie a grande luminosite. – Optica Acta. – 1990. – Vol. 7.
- [4] Franson M. Optical Interferometry – Academic Press, 1986. – P. VII.
- [5] Коломийцов Ю.В. Интерферометры. – Л.: Машиностроение, 1996.
- [6] Сороко Л.М. Основы когерентной оптики и голографии. – М.: Наука, 2004.
- [7] Федоров Ф.И., Филиппов В.В. Отражение и преломление света прозрачными кристаллами. – Минск: Наука, 1996.
- [8] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.: Наука, 2001.
- [9] Ландсберг. Ф.С. Оптика. – М.: Наука, 1996.
- [10] Запаский. Поляризационные приборы. – М., 2011.
- [11] Подкин И.А., Шитанов К.В. Сборник реферативных работ по курсу «Прикладная оптика». – Ижевск, 2008.
- [12] Барсуков К.А. и др. О двухпреломляющих призмах переменных угла двоения // Оптика и спектроскопия. – 1998. – Т. 48, вып. 3.

REFERENCES

- [1] Osipov Y. Spatial multiplier signals. Math. High schools Radio, 1992. T. V, № 12.
- [2] Batrakov AS, et al. Laser measuring systems. M.: Radio and communication. 1991.
- [3] Girard A. Nouveaux dispositifs de spectroscopie a grande luminosite. Optica Acta, 1990, Vol. 7.
- [4] Franson M. Optical Interferometry, Academic Press. 1986. P. VII.
- [5] Kolomiytsov Y. Interferometer. L.: Mechanical Engineering, 1996.
- [6] Soroko L.M. Basics of coherent optics and holography. M.: Science, 2004.
- [7] Fedorov F.I., Filippov V.V. Reflection and refraction of light transparent Crystals, Minsk: Science, 1996.
- [8] Born M., Wolf E. Principles of Optics. M.: Nauka, 2001.
- [9] Landsberg F.S. Optics. M.: Science, 1996.
- [10] Zapasskii. Polarizing devices. M., 2011.
- [11] Podkin I.A., Shitanov K.V. Collection of abstract works for the course "Applied Optics" Izhevsk, 2008.
- [12] Barsukov K.A. and others. On the variable angle prisms dvuhprelomlyayuschih ghosting. Optics and Spectroscopy. 1998. T. 48, vol. 3.

ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ БИПОЛЯРИЗАТОРА ИЗГОТОВЛЕННОГО ИЗ ИСЛАНДСКОГО ШПАТА

А. У. Умбетов

Аркалыкский государственный педагогический институт им. И. Алтынсарина, Аркалык, Казахстан

Ключевые слова: электромагнитные волны, кристалл, квантовая электроника, биполяризатор, интерференция, лазер, поляризация, интерферометр. электромагнитные волны, кристалл, квантовая электроника, интерференция, лазер, поляризация, интерферометр.

Аннотация. Теория взаимодействия электромагнитных волн с веществами в фундаментальном исследовании представляет как теоретический, так и практический интерес. Анализ и синтез оптических систем из одноосных кристаллов показывает важное значение их применения в оптико-электронных устройствах передачи, распределения и обработки информации. Одной из интересных по своим функциональным возможностям кристаллооптических систем является биполяризатор (БП). В настоящей работе показан оригинальный метод расчета хода электромагнитных волн в биполяризаторе и особенности возникновения интерференционных картин на выходе биполяризатора. Используя биполяризатор в лазерном излучении, с помощью интерференции электромагнитных волн, сформированных им на выходе можно с большей точностью определить местоположения малых продольных смещений и угла поворотов объектов. Таким образом на базе биполяризатора можно создать целый ряд лазерных поляризационных интерферометрических устройств, использующих в разных направлениях когерентной оптики.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 222 – 227

POWER AND PHASE CHARACTERISTICS OF DIFFRACTION FLAT PRINTING RADIATORS

A. P. Evdokimov¹, G. M. Iskakova², S. A. Kydirova²

¹Institut radiophysics and electronics of A. Ya. Usikov NAN of Ukraine, Kharkov, Ukraine,

²Evrasiyskiy national university of L. N. Gumilev, Astana, Kazakhstan

Abstract. Results of the analysis power (efficiency of radiation) and phase (delay coefficient) elementary radiators of new type for diffraction antennas of millimetric range are presented in the message. The results for the other frequencies as a new, unusual and are fundamental cognitive character. Scheme implementation of the method of experimental research transformation of surface waves into volume is electrically interconnected electrodynamic system of inhomogeneous plane waves and the lens (grating or dielectric medium) Fig. 1a. As an electrodynamic system of surface waves can be used: dielectric waveguides of different cross-sections, spiral waveguides line Goubaux, ribbed bars and others. Part of the power propagating along the waveguide, is centered in the outer in relation thereto region. It is localized near the waveguide slow waves, the surface of the field causes diffraction on the elements of the periodic structure. Because of this slow-wave energy is converted into energy fast spatial harmonics emitted into the surrounding space. Experimental study of surface waves diffraction on periodic structures and dielectric bodies were carried out in the wavelength range chetyrehmillimetrovom.

УДК 621.372.09

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ И ФАЗОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИФРАКЦИОННЫХ ПЛОСКИХ ПЕЧАТНЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

А. П. Евдокимов¹, Г. М. Исакова², С. А. Кыдирова²

¹Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины, Харьков, Украина,

²Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева, Астана, Казахстан

Аннотация. В сообщении представлены результаты анализа энергетических (эффективность излучения) и фазовых (коэффициент замедления) элементарных излучателей нового типа для дифракционных антенн миллиметрового диапазона.

Электродинамическая схема дифракционного плоского излучателя приведена на рисунке 1. В качестве периодических преобразователей поверхностных волн в волны объемные используются печатные дифракционные решетки 1. Для их изготовления применен двухсторонний фольгированный листовый фторопласт толщиной $h = 1,6$ мм. Ленточная решетка выполнена на одной стороне этого листа, имеет ширину 12 мм и длину 140 мм. Для экспериментальных исследований изготовлено четыре образца дифракционных решеток с периодом $l = 6,5$ мм каждая. Решетки отличаются только величиной размера щели d , т.е. коэффициентом заполнения. Выбраны величины $d = 1,5$ мм, $d = 2,5$ мм, $d = 3,5$ мм и $d = 4,5$ мм. Диапазон исследуемых частот $f = 27$ ГГц ÷ 36 ГГц.

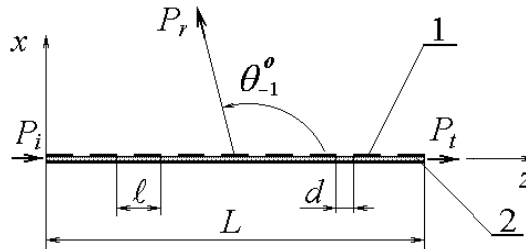


Рисунок 1 – Электродинамическая схема дифракционного плоского печатного излучателя:
1 – ленточная решетка; 2 – диэлектрический волновод

Излучатель возбуждается медленной поверхностной волной волноведущего диэлектрического слоя 2. Коэффициент замедления возбуждающей волны $U = \lambda/\lambda_g$, где λ_g – это ее длина, а $\lambda = 2\pi/k$ – длина рабочей волны в свободном пространстве. Преобладающими компонентами электрического поля являются E_x и E_z . В результате дифракции медленной волны на решетке 1 формируется объемная волна с горизонтальной поляризацией и цилиндрическим фазовым фронтом в вертикальной плоскости yOx .

Экспериментальные энергетические характеристики плоских печатных излучателей (зависимости отбора мощности P_i/P_t , P_i – подведенная мощность, P_t – прошедшая мощность) приведены на рисунке 2. Все полученные зависимости отличаются высокой эффективностью

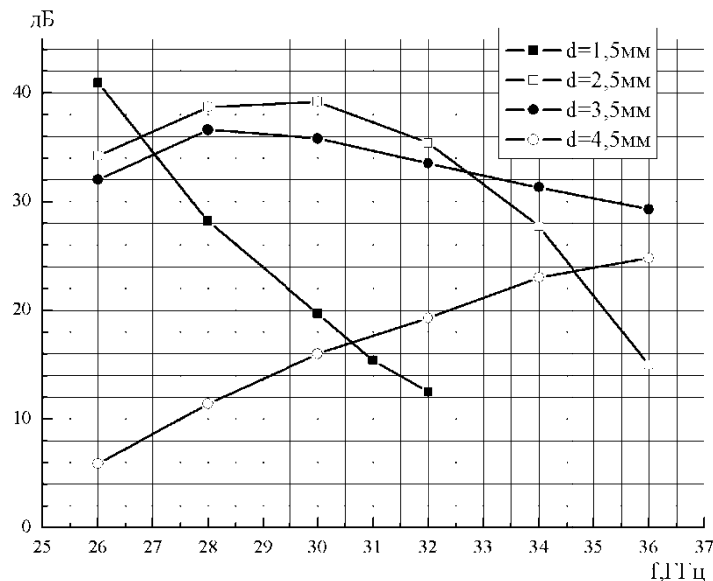


Рисунок 2 – Экспериментальные энергетические характеристики (зависимости $P_i/P_t(f)$) плоских печатных излучателей

преобразования медленной волны волноведущего слоя 2 в объемную волну, уходящую от излучателя в направлении, определяемом углом $\theta_{-1} = \arccos(U - \lambda/l)$ [1]. Для частоты $f = 26$ ГГц наблюдается последовательное с расширением щели от $d = 1,5$ мм до $d = 4,5$ мм снижение рассеянной мощности. Этот фактор может служить основанием для создания плоского печатного излучателя с заданным амплитудным распределением на раскрыве. Приведенные результаты для других частот также новы, необычны и носят фундаментальный познавательный характер.

Для проверки достоверности полученных результатов были выполнены (по алгоритмам работы [2]) расчеты для решеток бесконечной ширины со щелями $d = 1,5$ мм и $d = 4,5$ мм. Сравнение экспериментальных и расчетных энергетических характеристик для этих решеток приведено на рисунке 3. Приведенные экспериментальные и расчетные зависимости хорошо коррелируют, и следовательно, достоверны.

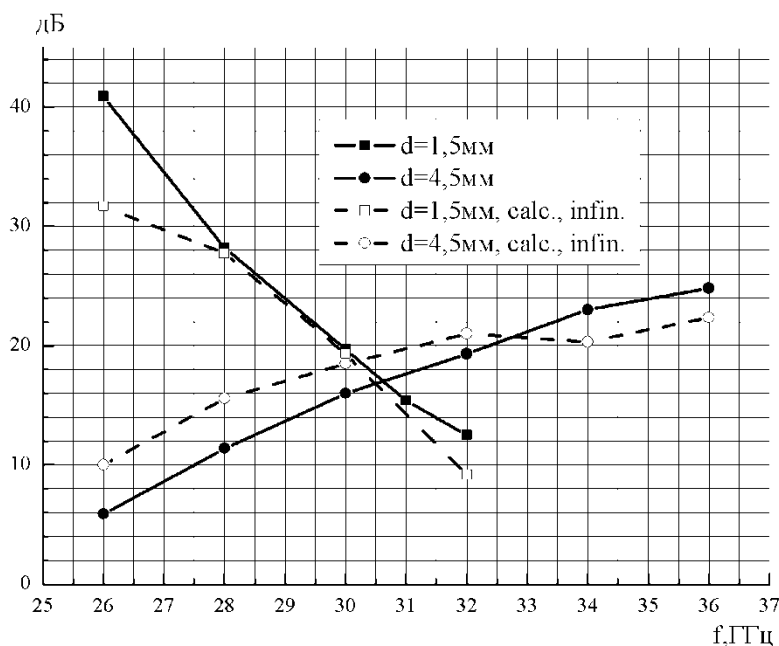


Рисунок 3 – Экспериментальные и расчетные энергетические характеристики (зависимости $P_i/P_i(f)$) плоских печатных излучателей со щелями $d = 1,5$ мм и $d = 4,5$ мм

Поведение экспериментальных значений углов излучения θ_{-1} минус первых пространственных гармоник [2] плоских печатных излучателей со щелями $d = 1,5$ мм, $d = 2,5$ мм, $d = 3,5$ мм и $d = 4,5$ мм (рисунок 4) предсказуемо, так как с ростом частоты увеличивается замедление волны в волноведущем слое 2 решетки.

Изучению характера поведения коэффициентов замедления волны $U(f)$ в волноведущем слое решеток с различными щелями посвящены результаты, приведенные на рисунках 5–7.

На рисунке 5 приведены экспериментальные и расчетные значения дисперсионной зависимости $U(f)$ волноведущего слоя в печатной решетке с шириной щели $d = 1,5$ мм. Расчеты выполнены для решетки шириной 12 мм и решетки бесконечной ширины. Аналогичные зависимости – экспериментальные и расчетные – для печатной решетки с шириной щели $d = 4,5$ мм приведены на рисунке 6. В обоих случаях получены результаты, близкие к расчетным, для решеток с шириной 12 мм, равной ширине реальных образцов печатных решеток.

Сравнительные экспериментальные характеристики дисперсионных зависимостей ГДВ, ПДВ и волноведущих слоев в печатных решетках со щелями $d = 1,5$ мм, $d = 2,5$ мм, $d = 3,5$ мм и $d = 4,5$ мм приведены на рисунке 7.

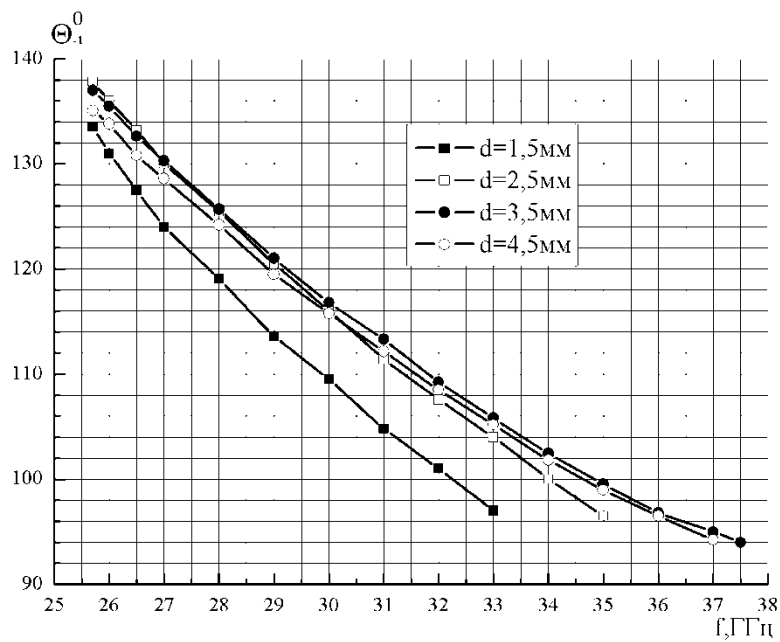


Рисунок 4 – Экспериментальные значения углов излучения θ_{-1} минус первых пространственных гармоник плоских печатных излучателей со щелями $d = 1,5$ мм, $d = 2,5$ мм, $d = 3,5$ мм и $d = 4,5$ мм

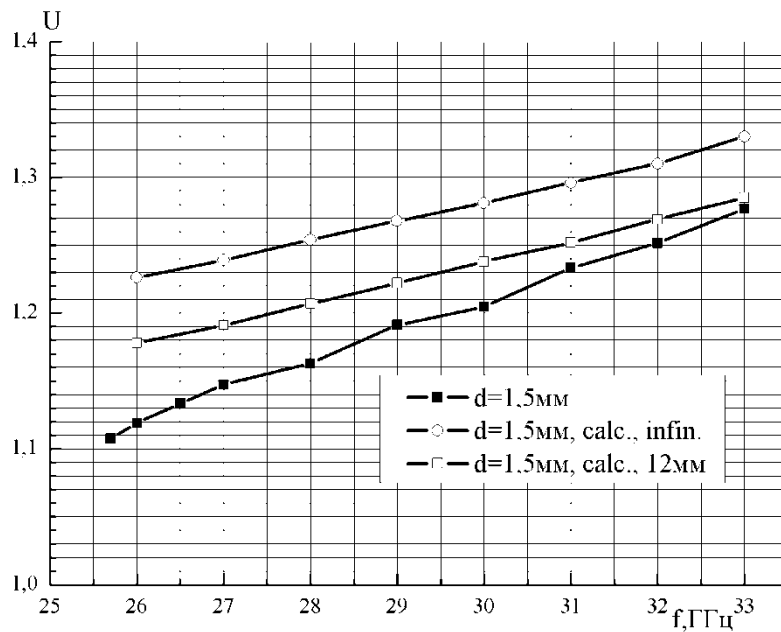


Рисунок 5 – Экспериментальные и расчетные значения дисперсионной зависимости $U(f)$ волноведущего слоя в печатной решетке с шириной щели $d = 1,5$ мм

Ранее, в [3] для прицельного расстояния $\Delta = 2$ мм была получена резонансного вида кривая зависимости эффективности (до 18,65дБ) отбора в системе «гребневый диэлектрический волновод (ГДВ) – печатная решетка с шириной щели $d = 1,5$ мм». Этот резонанс наблюдался на частоте $f = 30$ ГГц и связан он с равенством в этом месте замедлений двух открытых линий передачи. Предполагалось, что первая линия – ГДВ, а вторая линия передачи образована слоем диэлектрика, находящимся внутри печатной решетки. Резкий отбор энергии решеткой от ГДВ возможен при

перекачке энергии из одной линии передачи в другую при равенстве их постоянных распространения. Это явление характерно для связанных открытых линий передачи. Дисперсионные зависимости для ГДВ и печатной решетки с $d = 1,5$ мм (рисунок 7) подтверждают это. Мы видим, что на частоте $f = 31$ ГГц их дисперсионные характеристики пересекаются. Отличие по частоте в 1 ГГц вызвано тем, что в использовавшейся ранее схеме ГДВ находится в электродинамической связи с решеткой, влияющей на замедление его волны в сторону уменьшения.

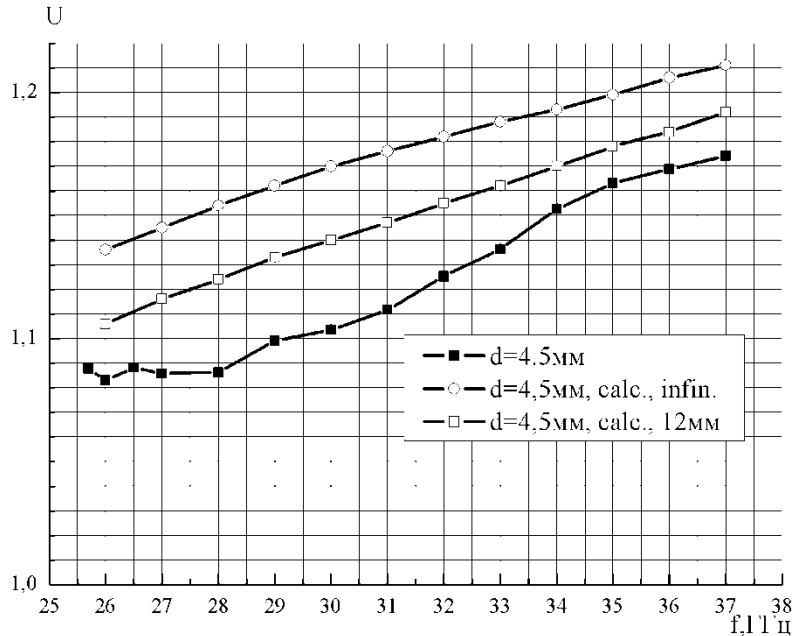


Рисунок 6 – Экспериментальные и расчетные значения дисперсионной зависимости $U(f)$ волноведущего слоя в печатной решетке с шириной щели $d = 4,5$ мм

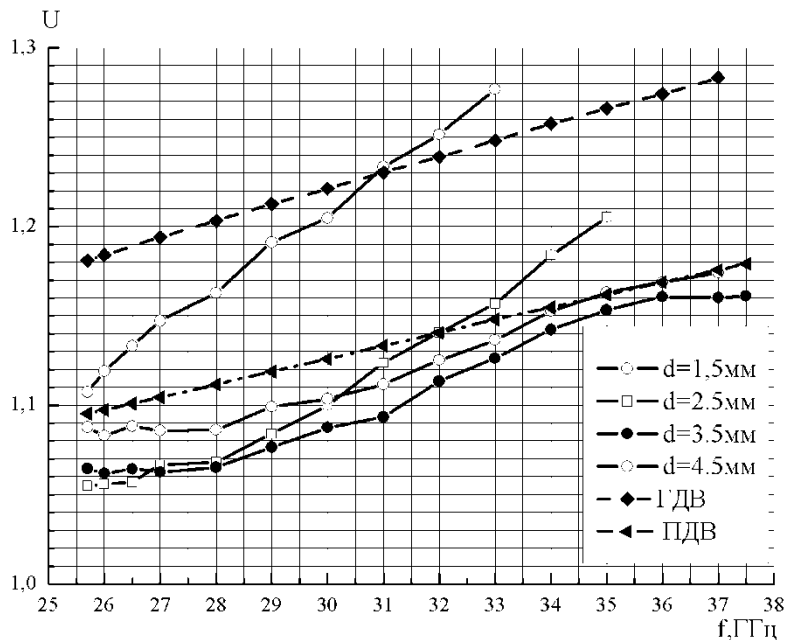


Рисунок 7 – Сравнительные экспериментальные характеристики дисперсионных зависимостей $U(f)$ ГДВ, ПДВ и волноведущих слоев в печатных решетках со щелями $d = 1,5$ мм, $d = 2,5$ мм, $d = 3,5$ мм и $d = 4,5$ мм

На рисунке 7 наблюдается также пересечение дисперсионных кривых для ПДВ и печатной решетки с $d = 2,5$ мм. Если построить электродинамическую схему излучателя, состоящую из ПДВ (источник медленной волны) и печатной решетки со щелью $d = 2,5$ мм (дифракционный рассеиватель), то следует ожидать, что на частоте, близкой к $f = 32$ ГГц, также будет наблюдаться резкий отбор энергии решеткой.

Итак, приведенные в сообщении результаты позволяют сделать вывод о возможности построения дифракционных антенн, излучающие элементы которых могут быть выполнены с использованием достаточно простых технологий и с использованием недорогих и доступных материалов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Евдокимов А.П. Антенны дифракционного излучения // Физические Основы Приборостроения. – 2013. – Т. 2, № 1. – С. 108-125.
- [2] Шестопалов В.П., Литвиненко Л.Н., Масалов С.А., Сологуб В.Г. Дифракция волн на решетках. – Харьков: Изд-во Харьковского университета, 1973. – 288 с.
- [3] Евдокимов А.П., Крыжановский В.В. Антенна радиолокатора 8-миллиметрового диапазона обзора летного поля // Электромагнитные Волны и Электронные Системы. – 2008. – Т. 13, № 6. – С. 46-52.

REFERENCES

- [1] Evdokimov A.P., *Antennas of diffraction radiation, Physical Fundamentals of Instrument making*, 2013. T. 2, № 1. С. 108-125. (in Russ)
- [2] Shestopalov V.P., Litvinenko L.N., Masalov S. A., Sologub V., *Diffraction of waves on lattices*, Kharkov, 1973. 288 с.
- [3] Evdokimov A.P., Kryzhanovsky V.V., *Radar of 8-millimetric range of the review of an airfield, Electromagnetic Waves and Electronic Systems*, 2008. T. 13, № 6. С. 46,52.

ДИФРАКЦИОННЫЕ ТУТАС БАСПАЛЫ СӘУЛЕ ТАРАТУШЫЛАРДЫҢ ЭНЕРГЕТИКАЛЫҚ ЖӘНЕ ФАЗАЛЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫ

А. П. Евдокимов¹, Г. М. Искакова², С. А. Кыдирова²

¹А. Я. Усиков атындағы радиофизика және электроника институты Украин , Харьков, Украина
²Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева, Астана, Казахстан

Аннотация. Хабарламада миллиметрлік диапазон үшін жана түрдегі миллиметрлік диапазондағы дифракциялық антенна үшін энергетикалық және фазалық қарапайым жаңа типтегі сәуле таратушылар.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 227 – 231

INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES IN TEACHING CHILDREN WITH DISABILITIES

G. I. Salgaraeva, A. S. Makhanova

Kazakh State Women's Teacher Training University, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: gulnaz_sal@mail.ru

Keywords: information, communication, technology, educational games, methods, distance learning, education, children, disabilities.

Abstract. In modern pedagogical concept learning is not considered only as the transfer of knowledge from teacher to student. Defining trends of modern education is the shift to student-centered education that can be provided through information and communication technologies (ICT). Similar techniques are used extensively for communication and interoperability of the teacher and the student in modern open and distance education. The modern teacher must not only have knowledge of ICT, but also to be an expert on their application in their professional activity.

МҮМКІНДІГІ ШЕКТЕУЛІ БАЛАЛАРДЫ ОҚЫТУДА ҚОЛДАНЫЛАТЫН АҚПАРАТТЫҚ-КОММУНИКАЦИЯЛЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАР

Г. И. Салғараева, А. С. Маханова

Қазақ мемлекеттік қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: ақпараттық-коммуникациялық технологиялар, дамытушы ойындар, интербелсенді әдіс, қашықтан оқыту, мүмкіндігі шектеулі балаларды оқыту.

Аннотация. Қазіргі заманауи педагогикалық концепцияларда оқыту оқушыға мұғалімнен берілетін білімді жеткізу үдерісі ретінде қарастырылмайды. Заманауи оқытудың анықтаушы тенденциясы ақпараттық-коммуникациялық технологиялар (АКТ) көмегімен қамтамасыз етілетін тұлғалық-бағытталған білім беру жүйесіне ауысу болып табылады. Мұндай технологиялар ақпаратты тасымалдауда, ашық және қашықтан оқытудың заманауи жүйелерінде оқытушы мен білім алушының қарым-қатынасын қамтамасыз етуде кеңінен қолданылады. Қазіргі мұғалім АКТ облысындағы білімді меңгеріп қана қоймай, оларды өзінің кәсіби қызметтерінде қолданудың маманы болу керек.

Білім берудің кез-келген жүйесінің ақпараттық ортасындағы АКТ негізгі құралдары мүмкіндігі онда орнатылған программалық қамтамамен анықталатын дербес компьютер болып табылады.

Әдістемелік жағынан қолдану облысындағы АКТ құралдарының классификациясы келесі құралдардан тұрады: *оқытушы* - білімді хабарлайды, меңгерудің қажетті деңгейін қамтамасыз ете отырып оқу немесе тәжірибелік іс-әрекеттердегі білік, дағдыларды қалыптастырады; *жаттықтырушы* - білік, дағдыларды өндеп, қайталауға және өтілген материалды бекітеді; *ақпараттық-ізденушілік және анықтамалық* - деректерді хабарлайды, ақпаратты жүйелеу бойынша білік, дағдыларды қалыптастырады; *демонстрациялық* - оқытылатын нысандарды, көріністерді, зерттеу мен меңгеру мақсатында үдерістерді модельдеуге мүмкіндік береді; *имитациялық* - нақтылықтың анықталған аспектісін құрылымдық және қызметтік сипаттамаларды үйрену үшін ұсынады; *зертханалық* - нақты құрылымда жойылған тәжірибелерді өткізуге мүмкіндік береді; *модельдеуші* - нысандарды, көріністерді, оларды зерттеу мен меңгеру мақсатында үдерістерді; *есептеушілік* - түрлі есептер мен басқа да операцияларды автоматтандырады; *оқу-ойындық* - білім алушылардың іс-әрекеті ойын түрінде жүсеге асатын оқу жағдаяттарын құруға арналған.

АКТ көмегімен шешілетін дидактикалық міндеттерге:

- Оқытуды ұйымдастыруды жетілдіру, оқытуды жекешелендіруді арттыру;
- Оқушылардың өз бетінше дайындалу өнімділігін көтеру;
- Мұғалімнің өз жұмысын жекелендіру;
- Педагогикалық тәжірибе жетістіктеріне қол жетімділік пен таралымын жылдамдату;
- Оқуға қызығушылығын арттыру;
- Оқу үдерісін белсендіру, оқушыларды зерттеушілік іс-әрекетке тарту мүмкіндігі;
- Оқу үдерісінің иірімділігін қамтамасыз ету жатады [2].

Мүмкіндігі шектеулі балалардың танымдық әрекетін дамыту түрлі факторларға оның ішінде оқу материалы қабылдауда қаншалықты көрнекі мен қолайлы екендігіне тәуелді.

Оқу мен сабақ кезінде электронды оқу материалдарын қолдану балаларды пәндік өмірмен таныстырып қана қоймай, олардың ақпараттық құзырлығы мен танымдық аймағын түзетуді дамытуға әсер етеді.

АКТ қолдану облысындағы жұмыс үдерісі кезінде:

- Ақпаратты технологияны қолдану арқасында мүмкіндігі шектеулі балалардың танымдық үдеріс деңгейінің артқандығын;

- Ақпараттық технологиялар мен түзету-дамыту жұмыстарының әдістемесі облысында тұлғалық деңгейлерінің артқандығын;
- білім алушылардың көпшілігінің мотивациялық құрауыштарының қалыптасқандығын байқауға болады.

Интербелсенді тақтамен жұмыс жасау кез-келген материалды шығармашылық тұрғыда қолдануға мүмкіндік береді, бірақ дербес оқыту жағдайында ол орынсыз. Арнайы қажеттілікті талап ететін бала қоршаған ортаға бейімделуі, нысандардың қасиеттері мен қатынастарын белгілеуі, анықтауы үшін, қандай да бір әрекетті түсінуі үшін дұрыс дамыған балаға қарағанда көптеген қайталауларды талап етеді. Дидактикалық компьютерлік ойындар тапсырмаға деген жағымды әсерлерін сақтай отырып түрлі материалдарды қажетінше қайталауға мүмкіндік береді.

Дидактикалық ойындардың оқыту үдерісінде алатын ерекше орнын сол ойынның өзі оқыту үдерісін әсерлі, әрекетті ететіндігімен анықталып, балаға өзіндік тәжірибе алуға мүмкіндік береді. Түзету-дамыту жұмыстарында оқу-ойындық құралдар мен жаттықтыруларды қолдану нәтижесі компьютерлік технологиялардың дәстүрлі түзету әдістемесінде педагогикалық әдістерді қолдандудың жаңа мүмкіндіктерін ашатындығын көрсетеді:

1. Түрлі қиындықтағы материалдарды таңдап алу мүмкіндігі. Нақты бір балаға оның қазіргі мүмкіндіктері мен оқыту міндеттеріне сәйкес келетін тапсырманы ұсынуға болады.

2. Дәстүрлі оқыту барысында анықталуы қиын бала дамуындағы мәселелерді «көрінетін» етіп қоюға болады.

3. Балада өзінің жеке дағдыларын ойлау үдерісін қалыптастыруға болады.

4. Жаттығудың сәтті орындалуына компьютерде орындалатын тапсырмалар жайлылық шарттарын ұсынады.

5. Білім алушылармен тұлғалық қарым-қатынасты меңгерудің негізгі құралы ретінде қолданылатын компьютерлік программалардағы ойдан алынған батырлармен байланыс моделін меңгеру мүмкіндігі туады.

6. Білім алушы тартымды графикаға бағыттала отырып көрген қателерін түзетуге тырысады, өзін-өзі бақылау әдістерін үйренеді.

7. Компьютерлік программаны қолдана отырып орындалатын тапсырмалар кезінде қандай да бір ережелер мен формулаларды көп ретті қайталау қажеттілігімен байланысты білім алушыдағы қарама-қарсы теріс әрекеттер (негативизм) жойылады. Оларды өз күштеріне деген сенімділік пен оқуды жалғастыру құлшыныстары оянады, өзіне қтын болған жұмыстарды орындауға жігерлері артады.

8. Балалар аз шаршап, жұмыс істеу қабілеттерін көп сақтайды.

9. Монитор экранына қарап, бала өз жұмысының нәтижесін көреді.

Осылайша компьютерлік программаларды қолдану ойын есебінен ғана жігерді арттырып қоймай, балаға үлкендер жағынан, компьютер тарапынан мақтау, мақұлдау алуына септігін тигізеді.

Word мәтіндік процессоры мен Access мәліметтер қоры, Power Point презентацияларымен танымал Microsoft Office пакеті, Active Inspire бағдарламалары мұғалімге сабақ өткізу мен дайындық барысында үлкен көмек береді. Word мәтіндік процессоры таратпа қағаздары мен дидактикалық тапсырмалар жасауда қолданылады. Power Point презентациялары мұғалімге уақытты үнемдей отырып, қысқа уақыт ішінде сабаққа көрнекілік дайындауға мүмкіндік береді. Презентация арқылы жасалынған сабақтар ақпаратпен жұмыс істеу барысында өте тиімді.

Бүгінде қашықтан оқыту бойынша сұрақтар көптеп қойылады, қашықтан оқытуға қызығады, тіпті кейбіреулер күмәнмен қарайды, алайда мектеп мұғалімдерінің арасында бұл оқыту формасы кең таралмаған.

БҰҰБҒМҰ (UNESCO) болжамы бойынша XXI ғасырда ортамектеп оқушылары мектепте 30-40% уақыттарын, қашықтан оқуға 40% уақыттарын, ал қалған уақыттарын өз бітінінше бұлға алуға жұмсайды делінеді. Осыдан қарап-ақ университет, орта мектепте білім беру шеңберінде қашықтан оқытуға деген қызығушылықтың артқанын байқауға болады. Қашықтан оқыту деп біз оқушының оқу-әдістемелік материалдар мен оқытушының кеңесіне аптасына жеті күн, кез-келген уақытта қолжетімді етіп ұйымдастырылған оқыту формасын айтамыз [3].

Осы ретте қашықтан оқытудың мүмкіндігі шектеулі балаларға беретін мүмкіндіктеріне тоқталып өтсек дейміз. Компьютерлік технологияларды оқу үдерісіне енгізу түзету мен оңалтумен

айналысынан мамандар жұмысын жеңілдетеді, балаларға жылдам және байқаусыз өздерін қоршаған ортаға кіріп кетуіне көмектеседі, сонымен қатар ақпаратқа заманауи жолдармен қол жеткізуге мүмкіндік береді. Компьютерлік технологияны қолдану балаларға жаңа іс-әрекет түрінде – компьютермен өз бетінше жұмыс істеу әрекетінде дамуға жол ашады. Оқудың жекеленген жолын қамтамасыз ету мүмкіндігі, білімді меңгеру әдістері мен әрбір балаға жол табу, бір сөзбен айтқанда жекеленген жүйелік көмекті қамтамасыз ету – түзету педагогикасында компьютерлік технологияларды қолдану артықшылығын береді. Компьютермен оның ішінде, қашықтан білім беру ресурстарымен жұмыс балалардың зияткерлік әрекетін, кеңістікті ойлау, жады, логика, зейінін дамытады, өз бетімен жұмыс істеуге, шешім қабылдауға үйретеді, алдына қойған мақсатты өзі шешуіне, саусақтарының, қолдарының моторикасын дамытуға көмектеседі [4].

Қашықтан оқыту элементтерін қолдана отырып, оқытушы білім беруде өзінің жеке ролін белсендіруді қамтамасыз етеді (бағытты, оқытудың формалары мен күйін таңдауда); оқытушыға адамзаттың мәдени-тарихи және ғылыми жетістіктері жайындағы білімдерге қол жеткізуді кеңейтеді.

Оқытудың қашықтан оқыту формасы тұлғалық қарым-қатынас үдерісін жеңілдетеді, онымен болатын психологиялық сипаттағы мәселелерді шешеді. Үй жағдайында білім алатын бала педагог-мамандармен, құрдастарымен, территориялық орналасуына тәуелсіз байланыс, қарым-қатынас жасау, тілдесу мүмкіндіктеріне ие болады.

Мүмкіндігі шектеулі балалармен жеке жұмыс атқару тәжірибесі оқытудың бұл жаңа түрін үлкен қызығушылықпен қабылдайтындығын көрсетеді.

Қашықтан оқыту режимінде жұмыс жасайтын мұғалімдер мүмкіндігі шектеулі балалармен жұмыс жасайтын өз әріптестері жүргізетін оқытудың дәстүрлі шарттарын орындайды, бірақ олардың балалармен арасында қатынастың болмауы оқытудың арнайы формасына алып келеді. Мысалы, оқушы жанында мұғалімнің жоқтығынан өзін сенімсіз сезінеді немесе өзінің көп жағдайда басқа оқушылардың алып отырған бағасына келіспейді. Балалардағы мұндай сезімнің бар болуы кейбір курстардың құрылымы әлі де болса толық ашылмағандығын білдіреді [1].

Бұл мәселелерді шешу үшін оқушылармен бірге 3 жұмыс кезеңінен өту керек. Біріншісі – бұл дайындық кезеңі (күндізгі) – қашықтан оқыту жұмысында. Одан кейін балалар мұғалімнің қадағалауымен немесе Skype арқылы өз бетінше жұмыс жасап көру керек (күндізгі – сырттай кезең). Енді барып, бала өзін сенімді сезінгенде ғана қашықтан оқыту кезеңіне өтуге болады.

Қашықтан оқыту курстарының көрнекі әрі ыңғайлы түріне MOODLE программалық платформасында құрылған курстарды жатқызуға болады. Ол түрлі онлайн оқу курстарын құруға, өткізуге мүмкіндік береді, мұнда оқытушы мен оқушы, оқушы мен оқушы арасындағы белсенді қарым-қатынасты қолдауға көп көңіл бөлінеді. Мұнда келесілерді көрсетуге болады:

- Мәтіндер, web-беттер, дыбыстық және бейне файлдар;
- Автоматты тексерілетін тесттер, интербелсенді оқу материалы;
- Ішкі білім беру ресурстарын қосу.

Жоғарыда келтірілген мүмкіндіктерді қашықтан оқыту порталында сабақ құру кезінде қолдануға болады. Ол сабақтың қажетті теориялық матриалын қойып, оны қызықты етуге мүмкіндік береді. Портал негізінде жаңа білім беру технологияларын, әрбір баланың дербес ерекшеліктерін ескере отырып сабақтар құруға болады. Мысалы, денсаулық сақтау технологияларын жүзеге асыра отырып, сабаққа музыкалық үзіліс, көзге арналған жаттығулар, шынықтыру минуттарын қосуға болады. Оқушы өз деңгейіндегі тапсырмаларды немесе қиын тапсырмаларға қайта қарастырып орындауға, тапсырмаларын түзетуге, өз жұмысының нәтижесін бірден көруге мүмкіндік алады.

Оқушылардың компьютерлік технологияларды меңгеруі оларға қашықтық конкурстарына, жобаларға (олимпиадалар мен конференцияларға) қатысуына мүмкіндік береді.

Компьютерлік технологиялар мүмкіндігі шектеулі балаларды оқытуда оларға қоғамның қажетті бір бөлігі мен тұлға ретінде дамуына көмектесе отырып оқытудың маңызды бөлігіне айналады.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гозман Л.Я., Шестопал Е.Б. Дистанционное обучение на пороге XXI века. – М.: Мысль, 2008. – С. 167-169.
- [2] Ковалев Д.С. Место и роль компьютерных технологии в системе образования детей с ОВЗ // Коррекционная педагогика. – 2013. – № 3. – С. 76-78.

REFERENCES

- [1] Gozman L.Ya., Shestopal E.B. *Distance learning on the threshold of the XXI century*. 2008, M.: Mysl', p.167-169. (in Russ.).
- [2] Kovalev D.S. *The place and role of computer technology in the education of children with HIA*. Correctional pedagogics. 2013. №3. P. 76-78. (in Russ.).

**ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАТИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ ДЕТЕЙ
С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ****Г. И. Салгараева, А. С. Маханова**

Казахский государственный женский педагогический университет, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: информационно-коммуникативные технологии, развивающие игры, интерактивные методы, дистанционное обучение, обучение детей с ограниченными возможностями здоровья.

Аннотация. В современных педагогических концепциях обучение перестает рассматриваться только как процесс передачи знаний от учителя ученику. Определяющей тенденцией современного обучения является переход к личностно-ориентированной системе образования, что можно обеспечить с помощью информационных и коммуникационных технологий (ИКТ). Подобные технологии активно применяются для передачи информации и обеспечения взаимодействия преподавателя и обучаемого в современных системах открытого и дистанционного образования. Современный преподаватель должен не только обладать знаниями в области ИКТ, но и быть специалистом по их применению в своей профессиональной деятельности.

Поступила 25.02.2015 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 231 –

**THE GENERALIZED DECISIONS AND SINGULAR BOUNDARY
INTEGRAL EQUATIONS OF THE BOUNDARY VALUE PROBLEM
OF ELASTODYNAMICS AT SUPERSONIC TRANSPORT LOADS****L. A. Alexeyeva**

Institute of Mathematics and mathematical modeling IMIM of the MES RK, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: alexeeva@math.kz

Keywords: isotropic elastic medium, supersonic transport load, boundary value problem, generalized functions method.

Abstract. The transport boundary value problem for the isotropic elastic medium limited by a cylindrical surface of any cross section is considered in case of action of supersonic transport loads. On the basis of generalized functions method its analytical decision is constructed. The corresponding BVP in space of the generalized functions is set, its generalized decision is build in convolution form, its regularization is performed, the dynamic analog of Somigliana formula and the singular boundary equations are constructed which resolve the BVP.

For the transport boundary value problems of elasticity theory for subsonic transport loads, the speed of which is less than the speed of propagation of elastic waves in a medium, MGIU is developed earlier by the author in [1]. It is associated with the first boundary value problem of elasticity theory in a cylindrical area that is elliptical. At supersonic speeds, traffic load than the speed of propagation of longitudinal and transverse waves in an elastic medium, the corresponding boundary value problem becomes a strictly hyperbolic, among shock waves appear, which requires the development of the theory of pseudo-differential operators for its decision. The most convenient apparatus for constructing the solutions of such problems is the generalized functions method (GFM), which summarizes

the method of V.S. Vladimirov of Cauchy problem solution for differential equations on the boundary and initial-boundary problems. The most detailed it set out by the author on the example of the classical wave equation in spaces of different dimensions in the paper [2].

УДК 539.3

ОБОБЩЕННЫЕ РЕШЕНИЯ И СИНГУЛЯРНЫЕ ГРАНИЧНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ПРИ СВЕРХЗВУКОВЫХ ТРАНСПОРТНЫХ НАГРУЗКАХ

Л. А. Алексева

Институт математики и математического моделирования ИМИМ МОН РК, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: изотропная упругая среда, сверхзвуковая транспортная нагрузка, краевая задача, метод обобщенных функций.

Аннотация. Транспортные нагрузки – наиболее распространенный вид динамических нагрузок в средах, порождающих волновые процессы в них. Исследование процессов распространения и дифракции волн на основе методов математического моделирования приводит к решению различных краевых задач математической физики, для которых используются разнообразные методы. Здесь на основе теории обобщенных функций разработан метод граничных интегральных уравнений (ГИУ) решения транспортной краевой задачи теории упругости, которая является модельной для изучения динамики массива в окрестности подземных сооружений типа транспортных тоннелей при произвольном профиле сечения.

Для транспортных краевых задач теории упругости при дозвуковых транспортных нагрузках, скорость движения которых меньше скорости распространения упругих волн в среде, МГИУ разработан автором ранее в [1]. Он связан с решением первой краевой задачи теории упругости в цилиндрической области, которая является эллиптической. При сверхзвуковых скоростях транспортной нагрузки, превышающей скорость распространения продольных и поперечных волн в упругой среде, соответствующая краевая задача становится строго гиперболической, в среде появляются ударные волны, что требует разработки теории псевдодифференциальных операторов для ее решения. Наиболее удобным аппаратом для построения решений таких задач является метод обобщенных функций (МОФ), который обобщает метод В. С. Владимирова решения задач Коши для дифференциальных уравнений на краевые и начально-краевые задачи. Наиболее детально он изложен автором на примере классического волнового уравнения в пространствах различной размерности в статье [2]

Здесь рассмотрена транспортная краевая задача для изотропной упругой среды, ограниченной цилиндрической поверхностью произвольного поперечного сечения, в случае действия сверхзвуковых транспортных нагрузок. На основе МОФ, строится ее решение. Поставлена соответствующая краевая задача в пространстве обобщенных функций, получено ее обобщенное решение, проведена его регуляризация, построен динамический аналог формулы Сомильяны и сингулярные граничные уравнения, разрешающие краевую задачу.

1. Постановка транспортной краевой задачи. Пусть упругая изотропная среда (λ, μ, ρ) занимает область $D^- \subset R^3$, ограниченную гладкой цилиндрической поверхностью Ляпунова D , образующие которой параллельны оси Z . Множество $S^- \subset R^2$ --перпендикулярное сечение D^- , S - его граница: $D^- = S^- \times Z$, $D = S \times Z$, $\mathbf{n} = (n_1, n_2, 0)$ - единичный вектор внешней нормали к D , $D_+ = S \times Z_+$, $Z_+ = \{z \in R^1 : z \geq 0\}$.

Пусть на границе D заданы транспортные нагрузки $P(x, x_3 + ct)$, движущиеся с постоянной скоростью c :

$$P = \sigma_{ij} \cdot n_i \cdot e_j = \theta(z) e_j p_j(x, z), \quad x \in S, \quad j = 1, 2, 3 \quad (1)$$

Здесь e_j - орты декартовой системы координат, $x = (x_1, x_2)$, $z = x_3 + ct$, $\theta(z)$ - функция Хевисайда. Предполагается, что $P(x, z)$ интегрируемы на D_+ : $p_j(x, z) \in L_1(D_+)$.

Уравнения Ламе, описывающие динамику упругой среды [3], в подвижной системе координат $x' = (x'_1, x'_2, x'_3) = (x_1, x_2, x_3 + ct)$, связанной с транспортной нагрузкой, имеют вид:

$$\Lambda_j^i \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) u_i = \left((M_1^{-2} - M_2^{-2}) \frac{\partial^2}{\partial x'_i \partial x'_j} + \left(M_2^{-2} \Delta - \frac{\partial^2}{\partial x_3'^2} \right) \delta_j^i \right) u_i = 0 \quad (2)$$

где $M_j = c/c_j$ - числа Маха, $c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$, $c_2 = \sqrt{\mu/\rho}$ - скорости распространения продольных (сжатия-расширения) и поперечных (сдвиговых волн) в упругой среде. Здесь

$$M_j > 1 \quad (j = 1, 2), \quad (3)$$

что делает уравнения (2) гиперболическими [4, 5].

Граничные условия: при $z=0$

$$u_{i,z}(x, 0) = 0, \quad \sigma_{i3}(x, 0) = 0, \quad x \in S^-, \quad (4)$$

При $\|(x, z)\| \rightarrow \infty$

$$u_j \rightarrow 0, \quad \exists \varepsilon > 0: \|\partial_j u\| < O(\|(x, z)\|^{1+\varepsilon}), \quad j = 1, 2, z. \quad (5)$$

При сверхзвуковых скоростях возникают ударные волны. На их фронтах F удовлетворяются условия на скачки [6]:

$$\begin{aligned} [u_j]_F = 0 &\Rightarrow h_z [u_{i,j}]_F = h_j [u_{i,z_3}]_F, \\ h_j [\sigma_{ij}]_F &= \rho c^2 h_z [u_{i,z}]_F \end{aligned} \quad (6)$$

где $h = (h_1, h_2, h_3)$ - волновой вектор - единичная нормаль к F в R^3 , направленная в сторону распространения волны. Требуется построить решение этой краевой задачи.

2. Постановка задач в пространстве обобщенных функций и ее обобщенное решение.

Для решения задачи используем метод обобщенных функций. Для этого перейдем к постановке краевой задачи в пространстве обобщенных функций $D'_3(R^3) = \{\hat{f} = (\hat{f}_1, \dots, \hat{f}_3), \hat{f}_k \in D'(R^3), k = 1, 2, 3\}$, где $D'(R^3)$ - пространство обобщенных функций [7] и введем регулярную обобщенную функцию, определенную на R^3 :

$$\hat{u}(x, z) = u(x, z)H_D^-(x) = u(x, z)H_S^-(x)\theta(z). \quad (7)$$

Здесь $H_S^-(x)$ - характеристическая функция множества S^- , равная $1/2$ на S , $H_D^-(x)$ - характеристическая функция полуцилиндра $D^- = \{(x, z) : z > 0, x \in S^-\}$, $S^- \in R^2$ -- открытое множество, ограниченное кривой S , $D = \{(x, z) : z > 0, x \in S\}$:

$$H_D^-(x) = H_S^-(x)H(z) = \begin{cases} 1, & (x, z) \in D^- \\ 1/2, & (x, z) \in D \\ 0, & (x, z) \notin D^- + D \end{cases} \quad (8)$$

Используя свойства дифференцирования регулярных обобщенных функций со скачком на S , получим, с учетом граничных условий, уравнение для \hat{u} :

$$\begin{aligned} L_i^j \left(\frac{\partial}{\partial x'} \right) \hat{u}_j(x') &= (\rho c^2 n_z u_{i,z} - p_i) \delta_D(x, z) + (n_z u_i \delta_D(x, z))_{,z} - \\ &- (\lambda u_k n_k \delta_{ij} + \mu (n_j u_i + n_i u_j)) \delta_D(x, z)_{,j} + \left(\sigma_{iz}(x, 0) - \rho c \frac{\partial u_i}{\partial z} \Big|_{z=0} \right) \delta(z) H_S^-(x) \end{aligned} \quad (9)$$

$\hat{G} = c^{-1} G H_D^-(x, z)$, $\delta_D(x, z) = \delta_S(x) H(z)$ - простой слой на D_+ . Поскольку $n_3 \equiv 0$ на D_+ ,

используя свойства свертки с тензором Грина, и граничные условия (4), получим представление решения КЗ в пространстве обобщенных функций:

$$\hat{u}_i = \hat{U}_i^k * p_k \delta_D + \lambda u_k n_k \delta_D * \hat{U}_{i,l}^l + \mu (n_l u_j + n_j u_l) \delta_D * \hat{U}_{i,l}^j. \quad (10)$$

Если ввести тензор фундаментальных напряжений

$$\hat{T}_i^j(x, z, n) = \lambda \hat{U}_{i,l}^l n_j + \mu (\partial_n \hat{U}_i^j + n_k \hat{U}_{k,i}^j), \quad (11)$$

связанный с порождаемым тензором \hat{U}_j^i тензором напряжений

$$\Sigma_{jk}^i(x, z) = \lambda \hat{U}_{l,i}^l \delta_{jk} + \mu (\hat{U}_{j,k}^i + \hat{U}_{k,j}^i). \quad (12)$$

соотношением

$$\hat{T}_i^j(x, z, n) = \Sigma_{jk}^i(x, z) n_k \quad (13)$$

то в формуле (10) правую часть можно представить в виде поверхностного интеграла по границе области. С учетом введенных обозначений на границе она примет вид:

$$\hat{u}_i(x, z) = \theta(z) \int_0^\infty d\tau \int_s (U_i^j(x, y, z, \tau) p_j(y, \tau) + T_i^j(x, y, z, \tau, n(y)) u_j(y, \tau)) dS(y) \quad (14)$$

где введены тензоры - сдвиги:

$$U_j^i(x, y, z, \tau) = \hat{U}_j^i(x - y, z - \tau), \quad T_j^i(x, y, z, \tau, n) = \hat{T}_j^i(x - y, z - \tau, n). \quad (15)$$

Формула аналогична формуле Сомильяны статической теории упругости [3], которая позволяет по известным граничным значениям перемещений и напряжений определять перемещения в среде. Однако использовать эту формулу для определения решения краевой задачи в случае сверхзвуковых нагрузок невозможно, т.к. второе слагаемое содержит сильные неинтегрируемые особенности на фронтах ударных волн тензора T_j^i , поэтому интегралы являются расходящимися. Для построения регулярного интегрального представления формулы опишем вначале свойства фундаментальных тензоров U_j^i, T_j^i .

3. Тензор Грина транспортного уравнения Ламе и его первообразная по \mathbf{z} . $\mathbf{U} = \{\hat{U}_k^i\}_{3 \times 3}$ -

матрицу фундаментальных решений транспортного уравнения Ламе:

$$A_i^j \left\{ \frac{\partial}{\partial x'} \right\} \hat{U}_j^k + \delta(x') \delta_i^k = 0, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (16)$$

удовлетворяющую условиям затухания на бесконечности.

$$\hat{U}_i^k \rightarrow 0, \quad \hat{U}_{i,j}^k \rightarrow 0 \quad \text{при } x' \rightarrow \infty. \quad (17)$$

назовем *тензором Грина* (можно показать, что \mathbf{U} является тензором). Он описывает перемещения упругой среды при действии сосредоточенной в точке силы с компонентами $G_i = \rho c^2 \delta(x) \delta(z) \delta_i^{[k]}$, действующей в направлении координатной оси X_k , бегущей со скоростью c вдоль оси X_3 . Для произвольной регулярной массовой силы с компонентами $G_k = \rho c^2 g_k$ соответствующее решение имеет вид свертки

$$\hat{u}_i = \hat{U}_i^k * \hat{g}_k = \int_{R^3} \hat{U}_i^k(x - y, z - \tau) g_k(y, \tau) dy_1 dy_2 d\tau, \quad i, k = 1, 2, 3, \quad (18)$$

если она существует.

Представление \hat{U}_i^k для разных скоростей c с использованием преобразования Фурье обобщенных функций получено и изучено ранее автором в [4,5]. В сверхзвуковом случае (при $c > c_1$) матрица Грина имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 2\pi\hat{U}_1^1 &= \frac{M_2^2\theta_2}{V_2^-} + \frac{z^2x_1^2}{\|x\|^4} \left(\frac{\theta_1}{V_1^-} - \frac{\theta_2}{V_2^-} \right) - \frac{x_2^2}{\|x\|^4} (\theta_1V_1^- - \theta_2V_2^-), \\
 2\pi\hat{U}_2^2 &= \frac{M_2^2\theta_2}{V_2^-} + \frac{z^2x_2^2}{\|x\|^4} \left(\frac{\theta_1}{V_1^-} - \frac{\theta_2}{V_2^-} \right) - \frac{x_1^2}{\|x\|^4} (\theta_1V_1^- - \theta_2V_2^-), \\
 2\pi\hat{U}_3^3 &= \left(\frac{\theta_1}{V_1^-} + \frac{m_2^2\theta_2}{V_2^-} \right), \quad 2\pi\hat{U}_1^3 = \frac{x_1z}{\|x\|^2} \left(\frac{\theta_1}{V_1^-} - \frac{\theta_2}{V_2^-} \right), \\
 2\pi\hat{U}_2^3 &= -\frac{x_2z}{\|x\|^2} \left(\frac{\theta_1}{V_1^-} - \frac{\theta_2}{V_2^-} \right), \quad \hat{U}_2^1 = \hat{U}_1^2, \quad \hat{U}_3^2 = \hat{U}_2^3, \quad \hat{U}_3^1 = \hat{U}_1^3, \\
 2\pi\hat{U}_1^2 &= \frac{x_1x_2}{\|x\|^4} \left(z^2 \left(\frac{\theta_1}{V_1^-} - \frac{\theta_2}{V_2^-} \right) + (\theta_1V_1^- - \theta_2V_2^-) \right).
 \end{aligned} \tag{19}$$

Здесь введены обозначения: $\theta_j = \theta(z - m_j \|x\|)$, $V_j^- = \sqrt{z^2 - m_j^2 \|x\|^2}$, $m_j = \sqrt{M_j^2 - 1}$, $j = 1, 2$, $H(z)$ - функция Хевисайда, равная $\frac{1}{2}$ при $z=0$. Удобно выделить объемную и сдвиговую составляющие тензора \hat{U}_i^j :

$$\hat{U}_i^j = \hat{U}_{i1}^j + \hat{U}_{i2}^j,$$

которые описывают объемные и сдвиговые деформации в отдельности. Их легко выписать, используя (19), группируя слагаемые с одинаковым индексов в θ_j . Легко видеть, что компоненты тензоров \hat{U}_{il}^j вне звуковых конусов $K_l^+ = \{(x, z) : z > m_l \|x\|\}$ ($l=1,2$) равны нулю. Вне зоны K_1^+ среда покоится. В зоне между звуковыми конусами деформация только объемная, в зоне K_2^+ к объемной добавляется также и сдвиговая деформация. На поверхностях конусов: $K_j = \{(x, z) : z = m_j \|x\|\}$ - волновых фронтах фундаментальных решений \hat{U}_j^i сингулярны, имеют особенности типа $(z^2 - m_j^2 \|x\|^2)^{-1/2}$.

Кроме того, имеют место следующие свойства симметрии:

$$\hat{U}_j^i(x, z) = \hat{U}_i^j(x, z) = \hat{U}_j^i(-x, z), \tag{20}$$

что удобно использовать при решении краевых задач. Далее для регуляризации интегралов нам понадобится тензор \hat{W}_j^i - первообразный по z для \hat{U}_j^i ($\hat{U}_j^i = \partial_z \hat{W}_j^i$):

$$\hat{W}_j^i = \sum_{k=1}^2 \hat{W}_{jk}^i = \hat{U}_j^i * \delta(x_1)\delta(x_2)H(z) = \hat{U}_j^i * \theta(z). \tag{21}$$

Он имеет вид:

$$\begin{aligned}
 2\pi\hat{W}_i^j &= \frac{1}{\|x\|} (\theta_1V_1^- - \theta_2V_2^-) \left(\frac{z}{r} (r_{,i} r_{,j} - 0,5\epsilon_{[i]3}\delta_{ij}) - \delta_{i3}r_{,j} - \delta_{j3}r_{,i} \right) + \\
 &+ \theta_1 \ln \frac{z+V_1^-}{m_1\|x\|} \left(0,5m_1^2\epsilon_{[i]3}\delta_{ij} + \delta_{i3}\delta_{j3} \right) - \theta_2 \ln \frac{z+V_2^-}{m_2\|x\|} \left((0,5m_2^2\epsilon_{[i]3} - M_2^2)\delta_{ij} + \delta_{i3}\delta_{j3} \right),
 \end{aligned}$$

где $r_{,j} = x_j / \|x\|$, $j = 1, 2$; $r_{,3} = 0$; $\epsilon_{ij} = (1 - \delta_{ij})$. Обозначение $\epsilon_{[ij]}$ означает фиксирование индекса i (по i в произведении не сворачиваем). В нем также удобно выделить объемную и сдвиговую части:

$$\hat{W}_i^j(x, z) = \sum_{k=1}^2 \hat{W}_{ik}^j = \sum_{k=1}^2 \theta(z - m_k \|x\|) \int_{m_k \|x\|}^z \hat{U}_{ik}^j(x, \tau) d\tau. \quad (22)$$

Очевидно, \hat{W}_i^j имеет тот же носитель, что и \hat{U}_i^j , но поскольку на K_j^+ :

$$m_j \|x\| = z \Rightarrow V_j^-(x, z) = 0 \Rightarrow \ln \frac{z + V_j}{m_j \|x\|} = 0,$$

Следовательно, он непрерывен на фронтах K_j . При $\|x\| \rightarrow 0, z \neq 0$,

$$\|x\|^{-2} (\theta_1 V_1^- - \theta_2 V_2^-) \rightarrow \frac{m_2^2 - m_1^2}{2z},$$

поэтому \hat{W}_i^j не имеет сильных особенностей на оси z , однако имеет слабую логарифмическую особенность по $\|x\|$. Выделим эти особенности, разбив \hat{W}_i^j на слагаемые:

$$\hat{W}_i^j(x, z) = \hat{W}_i^{js} + \hat{W}_i^{jd} = \sum_{k=1}^2 \theta_k \hat{W}_{ik}^{js}(x) + \hat{W}_{ik}^{jd}(x, z), \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} 2\pi \hat{W}_{i1}^{js}(x) &= -(\delta_{i3} \delta_{j3} + 0,5m_1^2 \delta_{ij} \vartheta_{[i]3}) \ln(m_1 \|x\|), \\ 2\pi \hat{W}_{i2}^{js}(x) &= -(\delta_{i3} \delta_{j3} + \delta_{ij} (0,5m_2^2 \vartheta_{[i]3} - M_2^2)) \ln(m_2 \|x\|). \end{aligned}$$

Тензоры \hat{W}_{il}^{js} диагонального вида, не зависят от z внутри звуковых конусов K_l^+ ($l=1,2$) и имеют логарифмическую особенность по $\|x\|$ на оси z . В отличие от порождающего тензора \hat{W}_i^j , тензоры \hat{W}_{ik}^{js} , \hat{W}_{ik}^{jd} имеют ограниченные скачки на фронтах K_l .

Легко видеть, что справедливы следующие свойства симметрии относительно оси Z тензоров-сдвигов

$$U_i^j(x, y, z - \tau) = \hat{U}_i^j(x - y, z - \tau), \quad W_i^j(x, y, z - \tau) = \hat{W}_i^j(x - y, z - \tau):$$

$$U_i^j(x, y, z - \tau) = U_i^j(y, x, z - \tau), \quad W_i^j(x, y, z - \tau) = W_i^j(y, x, z - \tau),$$

кроме компонент с индексами $(1.i,j)=(1,1,3), (1,2,3), (1,3,1)$, для которых

$$U_i^3(x, y, z - \tau) = U_i^3(y, x, z - \tau), \quad W_i^3(x, y, z - \tau) = W_i^3(y, x, z - \tau), \quad i = 1, 2. \quad (24)$$

Тензор \hat{W}_i^j также имеет простой физический смысл. Он описывает перемещение упругой среды при действии сосредоточенной на полуоси X_3 силы с компонентами $G_i = \rho c^2 \delta_i^{[k]} \delta(x) \theta(z)$, действующей в направлении координатной оси X_k , и бегущей вдоль X_3 со скоростью c .

4. Фундаментальный тензор напряжений $\hat{\Gamma}_i^j$ и его первообразная по z . Рассмотрим тензоры напряжений, порождаемые тензором Грина:

$$\hat{\Sigma}_{ij}^k(x, z) = \lambda \hat{U}_{m \cdot m}^k \delta_{ij} + \mu (\hat{U}_{i \cdot j}^k + \hat{U}_{j \cdot i}^k), \quad (25)$$

$$\hat{\Gamma}_i^k(x, z, n) = \hat{\Sigma}_{ij}^k(x, z) n_j, \quad \hat{T}_i^j(x, z, n) = \hat{\Gamma}_j^i(x, z, n).$$

Тензор $\Gamma = \hat{\Gamma}_i^k(x, z, n)$ описывает напряжения на площадке с нормалью n в точке (x, z) . Верна следующая теорема.

Теорема 4.1. Тензор \hat{T}_i^j является обобщенным решением транспортного уравнения Ламе с массовой силой вида:

$$A_i^j(\partial_{x'})\hat{T}_j^k + K_k^i(\partial_{x'}, n)\delta(x') = 0$$

где $K_i^l(\partial_{x'}, n) = \lambda n_i \partial_l + \mu m_j (\delta_i^l \partial_j + \delta_j^l \partial_i)$.

Доказательство. Из (25) следует

$$\hat{T}_i^j = \hat{\Gamma}_i^j = K_i^l(\partial_{x'}, n)\hat{U}_l^j(x, z), \tag{26}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} A_i^j(\partial_{x'})\hat{T}_j^k &= A_i^j(\partial_{x'})\hat{\Gamma}_k^j = A_i^j(\partial_{x'})K_k^l(\partial_{x'}, n)\hat{U}_l^j = \\ &= K_k^l(\partial_{x'}, n)A_i^j(\partial_{x'})\hat{U}_l^j(x, z) = -K_k^l(\partial_{x'}, n)\delta_i^l \delta(x') = -K_k^i(\partial_{x'}, n)\delta(x'). \end{aligned}$$

Теорема доказана.

Так как введенный тензор удовлетворяет уравнениям движения, он описывает перемещения упругой среды при действии бегущей сосредоточенной массовой силы мультипольного типа. Однако, в отличие от дозвукового случая [1], не он играет главную роль при решении краевых задач, а его первообразная по z , в которой также удобно выделить объемную и сдвиговую составляющие:

$$\hat{H}_j^i = \sum_{k=1}^2 \hat{H}_{ik}^j = \hat{T}_j^i * \delta(x_1, x_2)H(z) = \hat{T}_j^i * H(z), \tag{27}$$

$$\frac{1}{\mu} \hat{H}_i^j(x, z, n) = \left(2M_1^2 - M_2^2 \right) n_j f_{11,i} - M_2^2 \left(\delta_{ij} \frac{\partial f_{12}}{\partial n} + n_i f_{12,j} \right) - 2 \frac{\partial}{\partial n} (f_{31,ij} - f_{32,ij})$$

$$2\pi f_{1k,i}(\|x\|, z) = \frac{\theta_k}{V_k} \left(\delta_{i3} - \frac{z}{\|x\|} r_{,i} \right),$$

$$2\pi f_{3k,ij}(\|x\|, z) = \left(\delta_{i3}\delta_{j3} + 0,5m_k^2 \delta_{ij} \vartheta_{[i]3} \right) \theta_k \ln \frac{z + V_k^-}{m_k \|x\|} -$$

$$- \frac{V_k^- \theta_k}{\|x\|} \left(\delta_{i3} r_{,j} + \delta_{j3} r_{,i} + \frac{z}{\|x\|} (r_{,i} r_{,j} - 0,5 \delta_{ij} \vartheta_{[i]3}) \right)$$

Этот тензор можно получить аналогично \mathbf{T} , используя закон Гука, только вместо тензора Грина в него следует поставить его первообразную \mathbf{W} /

Аналогично \mathbf{W} , выделим в \hat{H}_i^j стационарные и динамические слагаемые:

$$\hat{H}_i^j(x, z, n) = \hat{H}_i^{js} + \hat{H}_i^{jd} = \sum_{k=1}^2 H(z - m_k \|x\|) \hat{H}_{ik}^{js}(x) + \hat{H}_{ik}^{jd}(x, z), \tag{28}$$

Так как тензоры \hat{W}_{il}^{js} и \hat{H}_{ik}^{js} не зависят от z внутри звуковых конусов K_l^+ ($l=1,2$), назовем их условно *стационарными*. Соответственно тензоры \hat{W}_i^{jd} , \hat{H}_{ik}^{jd} -- *динамическими*, они существенно зависят от z , однако являются регулярными.

Тензор \hat{H}_i^j имеет слабые особенности на фронтах типа $(z^2 - m_j^2 \|x\|^2)^{-1/2}$. В отличие от \hat{H}_i^{jd}

тензор \hat{H}_i^{js} имеет более сильную особенность типа $\|x\|^{-1}$ на оси z .

Для него справедливы свойства симметрии относительно оси Z тензоров-сдвигов:

$$H_i^j(x, y, z - \tau, m) = -H_i^j(y, x, z - \tau, m) = -H_i^j(x, y, z - \tau, -m), \tag{29}$$

кроме $(i,j)=(1,3), (2,3), (3,1)$:

$$H_i^3(x, y, z - \tau) = H_i^3(y, x, z - \tau), \quad H_i^3(x, y, z - \tau) = H_i^3(y, x, z - \tau), \quad i = 1, 2. \tag{30}$$

Ясно, что при $z < \tau$ все введенные тензоры-сдвиги равны нулю. Указанные свойства симметрии верны и для стационарного и динамического слагаемых тензоров.

Лемма 3.1. Тензор \hat{H}_i^j удовлетворяет формуле

$$\int_{S_z(x)} H_k^i(y, x, z, n(y)) dS(y, \tau) + \left\{ \int_{S_z^-(x)} \left(\Sigma_{i3}^k(x, y, z) - \rho c^2 U_i^k(x, y, z) \right) dV(y) \right\}_{',z} = \rho c^2 \delta_k^i H_D^-(x).$$

где $S_z(x) = \{y \in S : m_1 \|x - y\| < z\}$, $S_z^-(x) = \{y \in S^- : m_1 \|x - y\| < z\}$, $dV(y) = dy_1 dy_2$. Для $x \notin D$ интегралы регулярные, для $x \in D$ - интегралы по $S_z(x)$ сингулярные с особенностью при $y=x$, берутся в смысле главного значения.

Доказательство: Свернем уравнение для \hat{U} :

$$\left(\rho c^2 \right)^{-1} \hat{\Sigma}_{ij,j}^k - \hat{U}_i^k{}_{,zz} = \delta_i^k \delta(x) \delta(z)$$

с $\delta(x)\theta(z)$ и получим уравнение для \hat{W} :

$$\left(\rho c^2 \right)^{-1} \hat{\Sigma}_{ij,j}^k - \hat{W}_i^k{}_{,zz} = \delta_i^k \delta(x) \theta(z).$$

Далее свернем это уравнение с $H_S^-(x)\delta(z)$ и воспользуемся свойством дифференцирования свертки. В результате получим

$$\left(\rho c^2 \right)^{-1} \hat{\Sigma}_{ij}^k * n_j \delta_S(x) + \left(\rho c^2 \right)^{-1} \hat{\Sigma}_{i3,z}^k * H_S^-(x) - \hat{U}_i^k{}_{,z} * H_S^-(x) = \delta_i^k H_S^-(x) \theta(z)$$

Это равенство для $x' \notin D$ в силу ограниченности S можно записать в представленном в лемме интегральном виде, где все интегралы существуют. Указанные области интегрирования под знаком интеграла – это носители подынтегральных функций, которые зависят от z .

Пусть $(x, z) \in D$. Обозначим полуокрестности точки x соответственно знаку:

$\Gamma_\varepsilon^\pm(x) = \{y \in S^\pm : r < \varepsilon, r = \|x - y\|\}$. Аналогично получим

$$\int_{S_\varepsilon + \Gamma_\varepsilon^+(x)} H_k^i(y, x, z, m(y, \tau)) dS(y, \tau) + \left\{ \int_{S^- + \Gamma_\varepsilon^+(x)} \left(\Sigma_{i3}^k(x, y, z) - \rho c^2 U_i^k(x, y, z) \right) dV(y) \right\}_{',z} = \rho c^2 \delta_k^i,$$

$$\int_{S_\varepsilon + \Gamma_\varepsilon^-(x)} H_k^i(y, x, z, m(y, \tau)) dS(y, \tau) + \left\{ \int_{S^- + \Gamma_\varepsilon^-(x)} \left(\Sigma_{i3}^k(x, y, z) - \rho c^2 U_i^k(x, y, z) \right) dV(y) \right\}_{',z} = 0.$$

Здесь $m(y, \tau)$ - единичная внешняя нормаль к поверхности интегрирования, которая совпадает с n на S_ε и направлена вдоль радиуса ε -окружности на $\Gamma_\varepsilon^\pm(x)$.

Сложим эти два равенства и перейдем к пределу по $\varepsilon \rightarrow 0$.

Внутренние интегралы по S_ε стремятся к интегралам в смысле главного значения, которые существуют в силу свойств симметрии (29), (30) и асимптотических свойств $H_i^j(y, x, \tau - z, m(y, \tau))$ при $r \rightarrow 0$ для $z > 0$. Предел суммы внутренних интегралов по Γ_ε^+ и Γ_ε^- стремится к нулю в силу равенства $m(y, \tau)$ в противоположных относительно x точках Γ_ε^+ и Γ_ε^- . Интегралы по $S_\varepsilon^-(x), S_\varepsilon^+(x)$ стремятся к нулю в силу слабой особенности подынтегральных функций. Если поделить предельное равенство на 2, то с учетом определения H_D^- на D , получим доказываемое.

Если для заданных (x, z) выполняется $z \geq \max_{y \in S} (m_1 \|x - y\|)$, то области интегрирования становятся постоянными: $S_z^-(x) = S^-$, $S_z(x) = S$.

Лемма 3.2. Если $z \geq m_1 \varepsilon$, $\varepsilon > 0$, то

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{r=\varepsilon} H_i^k \left(y, x, z, \frac{y-x}{r} \right) dS(y, \tau) = \rho c^2 \delta_i^k \tag{31}$$

Доказательство: Поскольку для таких z область интегрирования от z не зависит, а подынтегральные выражения непрерывны вместе со всеми производными внутри \mathcal{E} -окружности, дифференцирование по z в формуле леммы, записанном для указанного множества, можно внести под знак интеграла, в результате получим:

$$\int_{r=\varepsilon} H_i^k \left(y, x, z, \frac{y-x}{r} \right) dS(y, \tau) + \int_{r<\varepsilon} \left(\Sigma_{i3}^k(y, x, z) - \rho c^2 U_i^k(x, y, z) \right)_{,z} dV(y) = \rho c^2 \delta_i^k$$

Отсюда следует (31), т.к предел по $\varepsilon \rightarrow 0$ второго слагаемого равен нулю.

Формула леммы 3.1. является обобщением известной формулы Гаусса для уравнения Лапласа. Она играет важную роль при построении разрешающих сингулярных граничных интегральных уравнений краевых задач в сверхзвуковом случае.

4. Аналог формулы Сомильяны и сингулярные граничные интегральные уравнения при сверхзвуковых скоростях. Для того, чтобы представить обобщенное решение (10) в интегральном виде, преобразуем его, используя первообразную тензора Грина \hat{W}_i^l :

$$\begin{aligned} \hat{u}_i &= \hat{U}_i^j * p_j \delta_D + \left(C_{ij}^{kl} u_k n_l \delta_D * \hat{U}_i^l \right)_{,j} + \hat{U}_i^j * G_j H_D^- = \\ &= \hat{U}_i^j * p_j \delta_D + \left(C_{ij}^{kl} u_k n_l \delta_D * \partial_z \hat{W}_i^l \right)_{,j} + \hat{U}_i^j * G_j H_D^- = \\ &= \hat{U}_i^j * p_j \delta_D + \partial_z (u_k n_l \delta_D) * C_{ij}^{kl} \partial_j \hat{W}_i^l + \hat{U}_i^j * G_j H_D^- = \\ &= \hat{U}_i^j * p_j \delta_D + \left(u_{k,z} n_l \delta_D + u_k(x, 0) n_l(x) H_S^-(x) \delta(z) \right) * C_{ij}^{kl} \partial_j \hat{W}_i^l + \hat{U}_i^j * G_j H_D^- = \\ &= \hat{U}_i^j * p_j \delta_D + u_{k,z} n_l \delta_D * C_{ij}^{kl} \partial_j \hat{W}_i^l + u_k(x, 0) n_l(x) H_S^-(x) \delta(z) * C_{ij}^{kl} \partial_j \hat{W}_i^l + \hat{U}_i^j * G_j H_D^- \end{aligned} \tag{32}$$

Здесь для сокращения записи введен тензор упругих констант, который для изотропной упругой среды имеет вид:

$$C_{ij}^{kl} = \lambda \delta_i^k \delta_j^l + \mu (\delta_i^l \delta_j^k + \delta_j^k \delta_i^l)$$

Формулу (33) теперь можно записать в интегральном виде для $(x, z) \notin D_+$.

Теорема 4.2. При $c > c_1$ решение краевой задачи удовлетворяет соотношениям:
при $(x, z) \notin D$

$$\begin{aligned} \rho u_i(x, z) H_D^-(x) &= \sum_{k=1}^2 \int_S \theta(z - m_k r) dS(y) \int_0^{z-m_k r} \left(U_{ik}^j(x, y, z - \tau) p_j(y, \tau) - \right. \\ &\quad \left. - H_{ik}^j(x, y, z - \tau, n(y)) \partial_\tau u_j(y, \tau) \right) d\tau, \end{aligned} \tag{33}$$

при $(x, z) \in D_+$

$$\begin{aligned} 0,5 \rho u_i(x, z) &= \sum_{k=1}^2 \int_S \theta(z - m_k r) dS(y) \int_0^{z-m_k r} \left(U_{ik}^j(x, y, z - \tau) p_j(y, \tau) d\tau - \right. \\ &\quad \left. - V.P. \int_S \theta(z - m_k r) dS(y) \int_0^{z-m_k r} H_{ik}^j(x, y, z - \tau, n(y)) \partial_\tau u_j(y, \tau) d\tau, \right. \end{aligned} \tag{34}$$

где последний интеграл сингулярный, берется в смысле главного значения по контуру S или его части.

Доказательство: Интегральная запись обобщенного решения (10) имеет вид (33). Все интегралы существуют, так как подынтегральные функции интегрируемы, в том числе и на фронтах фундаментальных решений, т.к. ядра подынтегральных выражений имеют слабые особенности на фронтах вида $(z^2 - m_j^2 \|x\|^2)^{-1/2}$. Покажем, что формула сохраняет вид и для $x' \in D$, с учетом оп-ределения $H_{\bar{D}}(x, z)$.

Действительно, пусть $(x, z) \in D^-$ и $(x, z) \rightarrow (x^*, z^*)$, $(x^*, z^*) \in D$. Тогда

$$0 = \sum_{k=1}^2 \left\{ \int_{S_\varepsilon + \Gamma_\varepsilon^-} \theta(z - m_k r) ds(y) \int_0^{z - m_k r} \left(U_{ik}^j(x^*, y, z^* - \tau) p_j(y, \tau) - H_{ik}^j(x^*, y, z^* - \tau, n(y)) u_{j,z}(y, \tau) \right) d\tau \right\} \quad (35)$$

Рассмотрим в ней интеграл

$$I_\varepsilon(x^*, z^*) = \sum_{k=1}^2 \int_{\Gamma_\varepsilon^-} \theta(z^* - m_k r) ds(y) \int_0^{z^* - m_k r} \left(H_{ik}^j(x^*, y, z^* - \tau, n(y)) u_{j,z}(y, \tau) d\tau, \right.$$

Пусть $\varepsilon < z^*/m_1$. Поскольку $n = m = (x - y)/r$, $r = \varepsilon$ на Γ_ε^- , его можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} I_\varepsilon(x^*, z^*) &= \\ &= \sum_{k=1}^2 \int_{\Gamma_\varepsilon^-} \theta(z^* - m_k \varepsilon) dS(y) \int_0^{z^* - m_k \varepsilon} \left(H_{ik}^j(x^*, y, z^* - \tau, m(y)) d_\tau u_j(y, \tau) = \right. \\ &= \sum_{k=1}^2 \int_{\Gamma_\varepsilon^-} H_{ik}^j(x^*, y, m_k \varepsilon, m(y)) u_j(y, z^* - m_k \varepsilon) dS(y) = \\ &= \sum_{k=1}^2 \int_{\Gamma_\varepsilon^-} H_{ik}^j(x^*, y, m_k \varepsilon, m(y)) \left(u_j(y, z^* - m_k \varepsilon) - u_j(x^*, z^*) \right) dS(y) + \\ &\quad + u_j(x^*, z^*) \sum_{k=1}^2 \int_{\Gamma_\varepsilon^-} H_{ik}^j(x^*, y, m_k \varepsilon, m(y)) dS(y). \end{aligned}$$

Перейдем в последнем равенстве к пределу по $\varepsilon \rightarrow 0$. Первое слагаемое имеет слабую особенность по r даже устранимую, так как при $\varepsilon \rightarrow 0, r \rightarrow 0$, а $u_j(y, z^* - m_k r) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} u_j(x^*, z^*)$.

Поскольку $\Gamma_\varepsilon^- \rightarrow 0$, это слагаемое также стремится к 0. Интеграл во втором слагаемом стремится к интегралу по полуокружности. Следовательно, в силу леммы 3.2,

$$I_\varepsilon(x^*, z^*) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0, 5 u_j(x^*, z^*)$$

Перенося это слагаемое в левую часть уравнения, получим, с учетом определения $H_{\bar{S}}^-(x)$, получим вторую формулу теоремы. Теорема доказана.

Для $(x, z) \in D$ формула (34) является системой граничных интегральных уравнений для решения краевой задачи. После определения по ним неизвестных граничных значений скорости перемещений, по первой формуле теоремы определяем решение внутри среды. А так как ядра подынтегральных выражений имеют слабые особенности на фронтах, интегралы в формуле (33) допускает перемену порядка интегрирования:

при $z > 0$

$$\rho u_i(x, z) = \sum_{k=1}^2 \int_0^z d\tau \int_{S_\tau^k(x)} \left(U_{ik}^j(x, y, z - \tau) p_j(y, \tau) - H_{ik}^j(x, y, z - \tau, n(y)) \partial_z u_j(y, \tau) \right) dS(y) \quad (35)$$

что можно использовать при численной реализации алгоритма решения задачи.

Для вычисления сингулярных интегралов удобно преобразовать формулу (34), разложив ядра соответственно порождаемой ими деформации.

Т е о р е м а 4.2. *Решение краевой задачи на границе области удовлетворяет сингулярным граничным интегральным уравнениям вида:*

$$0,5 \rho u_i(x, z) = \theta(z) \sum_{k=1}^2 \int_0^z d\tau \int_{S_\tau^k(x)} \left(U_{ik}^j(x, y, z - \tau) p_j(y, \tau) - H_{ik}^{jd}(x, y, z - \tau, n(y)) \times \right. \\ \left. \times \partial_z u_j(y, \tau) \right) dS(y) - V.P. \int_{S_z^k(x)} H_{ik}^{js}(x, y, n(y)) u_j(y, z - m_k r) dS(y), (x, z) \in D_+$$

где $S_\tau^k(x) = \{(y, \tau) : m_k r < z - \tau\}$, $S_z^k(x) = \{(y) : m_k r < z\}$, где последний интеграл сингулярный, берется в смысле главного значения по контуру S или его части.

Доказательство следует из разбиения (28) тензора H на динамические и статические составляющие соответственно типу деформаций. Подставляя (28) в формулу теоремы и производя интегрирование по τ в слагаемом, содержащем $u_{,z}$, получим формулу теоремы. В силу слабых особенностей ядер подынтегральных выражений, содержащих \hat{H}_{ik}^{jd} , первый интеграл регулярен. А второй интеграл берется в смысле главного значения, но уже не по поверхности цилиндра, а по контуру его поперечного сечения.

Заключение. Уравнения (34), (35) являются сингулярными ГИУ неклассического типа. Данный тип ГИУ теоретически практически не изучен, так как решение внутри области определяется граничными значениям напряжений и скорости перемещений, а не самих перемещений, как в формуле Соммильяны. Кроме того область интегрирования по граничной поверхности существенно зависит от z , что характерно для гиперболических уравнений и систем. Это существенно осложняет численное определение решений таких задач на основе метода последовательных приближений. Однако использование метода граничных элементов при численной дискретизации СГИУ позволяет использовать стандартные методы вычислительной математики для компьютерной реализации решения такой задачи.

Рассмотренные здесь и в [5] краевые задачи являются модельными для динамики подземных сооружений типа транспортных тоннелей и протяженных горных выработок, подверженных динамическому воздействию со стороны движущихся транспортных средств и сейсмических нагрузок. Они позволяют исследовать динамику породного массива в окрестности подземных сооружений в зависимости от его физико-механических свойств, скорости движущего транспорта, особенностей транспортной нагрузки, геометрии сооружения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Алексеева Л.А. Сингулярные граничные интегральные уравнения краевых задач эластодинамики в случае дозвуковых бегущих нагрузок // Дифференциальные уравнения. – 2010. – Т. 46, № 4. – С. 512-519.
- [2] Алексеева Л.А. Обобщенные решения краевых задач для одного класса бегущих решений волнового уравнения // Математический журнал. – 2008. – Т. 8, № 2(28). – С. 1-19.
- [3] Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.
- [4] Алексеева Л.А. Фундаментальные решения в упругом пространстве в случае бегущих нагрузок // Прикладная математика и механика. – 1991. – Т. 55, № 15. – С. 854-862.
- [5] Алексеева Л.А. Обобщенные решения уравнений Ламе в случае бегущих нагрузок. Ударные волны // Математический журнал. – 2009. – Т. 9, № 1(31). – С. 16-25.
- [6] Алексеева Л.А. Краевые задачи теории упругости при сверхзвуковых транспортных нагрузках. Единственность решений // Изв. НАН РК. Серия физ.-мат. – 2014. – № 1.
- [7] Владимиров В.С. Обобщенные функции в математической физике. – М.: Наука, 1978.

REFERENCES

- [1] Alexeyeva L.A. *Singular boundary integral equation of boundary value problems in the case of subsonic elastodynamics running loads*. Differential equations. 2010. Vol. 46, № 4. P. 512-519. (in Russ.).
- [2] Alexeyeva L.A. *Generalized solutions of boundary value problems for a class of solutions of traveling wave equation*. Mathematical Journal. 2008. Vol. 8, № 2(28). P. 1-19. (in Russ.).
- [3] Nowacki W. *Theory of Elasticity*. M.: World, 1975. 872 p. (in Russ.).
- [4] Alexeyeva L.A. *Fundamental decisions in the elastic space in the case of heating of the running-portion*. Applied Mathematics and mehanika. 1991. Vol. 55, № 5. P. 854-862. (in Russ.).
- [5] Alexeyeva L.A. *Generalized solutions of Lamé in the case of running loads. Shock waves*. Mathematical journal. 2009. Vol. 9, № 1(31). P. 16-25. (in Russ.).
- [6] Alexeyeva L.A. *Boundary problems of the theory of elasticity in supersonic transport loads. Uniqueness of solutions*. News of NAS RK. Series of physical and mathematical. 2014. №1. (in Russ.).
- [7] Vladimirov V.S. *Generalized functions in mathematical physics*. M.: Science, 1978. (in Russ.).

Поступила 25.02.2015 г.

МАЗМУНЫ

Теориялық және тәжірибелік зерттеулер

| | |
|---|-----|
| <i>Асанова А.Т.</i> Екінші ретті гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін интегралдық шарттары бар бейлокал есептің біркәнді шешілімділігі туралы..... | 5 |
| <i>Кудышев Ж.А., Давлетов А.Е., Габитов И.Р., Кисан А., Мухаметқаримов Е.С.</i> Ауыспалы метаматериалдардағы екінші ретті гармониканың генерациясы процессін сипаттайтын теңдеулердің аналитикалық шешімдері..... | 15 |
| <i>Нұрбақыт Г., Кемелжанова С.Е., Махаббат Е.</i> Толық гамильтонианды енгізу арқылы мезондарың массасын және конституентті массасын анықтау..... | 20 |
| <i>Ауелбеков О.А., Катаев Н.С., Қунелбаев М.М., Салғараева Г.И.</i> Жазық гелиоколлектордың жылуын қоршаған ортада жоғалтуын анықтау..... | 28 |
| <i>Бажиков К.Т., Касимов А.О., Рахымжанов Р.Р., Кенжебаев Д.Б.</i> Талшықты-оптикалық байланыс желілерінің температураның әсеріне тұрақтылығын зерттеу..... | 33 |
| <i>Құдайбергенов А.Қ., Құдайбергенов Асқ.Қ.</i> Бұрғылау қарнағы сызықсыз динамикасының модельдеуде сандық әдістердің салыстырмалы талдауы..... | 37 |
| <i>Бошкаев К.А., Сулейманова Ш.С., Жами Б.А., Таукенова А.С., Аймұратов Е.К.</i> Фок және Керр метрикаларының сәйкес болуы..... | 43 |
| <i>Бараев А., Жанұзақов И.И., Жұмабаев М.Ж., Құлжатаева К.М., Тулеп А.С.</i> Ұңғыма бағанына бекітілген жұмсақ элементке соғу әдісі арқылы әсер ету..... | 49 |
| <i>Батрышев Д.Г., Абдуллин Х.А., Рамазанов Т.С., Габдуллин М.Т., Исмаилов Д.В., Тоғамбаева А.К., Чихрай Е.В.</i> CVD әдісімен көпдеңгейлі көміртекті нанотүтікшелер мен олардың композиттің синтездеу..... | 55 |
| <i>Исахов Ас.А.</i> Роджерс жартыторларындағы минимал элементтер және минимал жабулар..... | 62 |
| <i>Батрышев Д.Г., Абдуллин Х.А., Рамазанов Т.С., Габдуллин М.Т., Исмаилов Д.В., Чихрай Е.В.</i> Бірқабатты және көпқабатты көміртегі нанотүтікшелерін газдық фазадан пиролизтикалық қондыру әдісімен синтездеу..... | 66 |
| <i>Украинец В.Н., Отарбаев Ж.О., Гирнис С.Р.</i> Көлік жүктеме әрекетінен тоннельдің кернеу-деформациялық күйіне екі қабатты қаптамасымен жыныс массивтің контакт шараларының әрекеті..... | 73 |
| <i>Жақып-тегі К.Б.</i> Фотондар динамикасын модельдеу..... | 80 |
| <i>Жұмағұлова Қ.Н., Рамазанов Т.С., Машеева Р.У., Донко З.</i> Тозанды бөлшектердің тербелістеріне сыртқы магнит өрісінің әсері..... | 86 |
| <i>Дәуітбек Достілек.</i> τ -өлшемді операторлар үшін Кларксонның әлсіз мажорланған теңсіздіктері..... | 91 |
| <i>Есқалиев М.Е., Өмірбек Г.Ө., Чанбаева М.К.</i> Әртүрлі ағымдық шарттарға тәуелді пластикалық ортадағы кернеу копоненттерінің таралуы туралы..... | 97 |
| <i>Дүйсенова Н.Б., Байқазиева Р.Т., Нүсіпбекова А.Н.</i> Білім беру жүйесіндегі компьютерлік технологияны қолдану..... | 102 |
| <i>Алтынбеков Ш.</i> Мұнайлы қабат және жер бетінің шөгудің процессін басқару есептерін шешу әдісі туралы..... | 105 |
| <i>Достілек Д.</i> τ -өлшемді операторлар үшін субаддитивті әлсіз мажорланған теңсіздіктер..... | 111 |
| <i>Төленов Қ.</i> Коммутативті емес $H_p(A; l_1)$ және $H_p(A, \ell_\infty)$ кеңістіктерінің кейбір қасиеттері..... | 116 |
| <i>Жауғашева С.А., Ишмұхамедов И.С., Валиолда Д.С., Жүсіпова Н.</i> Ультрасуық атомдардың гармоникалық тұзақта бейнеленуі..... | 120 |
| <i>Исатаев С.И., Тарасов С.Б., Төлеуов Ғ., Исатаев М.С., Болысбекова Ш.А., Байғалиқызы Б.</i> Үшөлшемді ағыншаның бастапқы және өткізгіш бөлімшелеріндегі құйындық құрылымдардың динамикасы..... | 125 |
| <i>Қабылбеков К.А., Аширбаев Х.А., Сабалахова А.П., Жұмағалиева А.И.</i> Жарықтың интерференция құбылысын зерттеуді ұйымдастыруға арналған компьютерлік зертханалық жұмыстың бланкі үлгісі..... | 131 |
| <i>Коширов Т.С., Тұрлыбекова Г.Қ., Нұрахметова К.Қ., Сеитов А.</i> Температуралық және лазерлік әсер ету кезіндегі кремний бетінің модификациясы..... | 137 |
| <i>Мамаев М.Ш., Борашева И.</i> Құрамалы сырықта динамикалық кернеулердің таралуын торлық-характеристика әдісімен сандық зерттеу..... | 145 |
| <i>Қабылбеков К.А., Аширбаев Х.А., Сабалахова А.П., Жұмағалиева А.И.</i> Допплер эффектін зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты ұйымдастырудың бланкі үлгісі..... | 155 |
| <i>Манатов С.М., Сағидолда Е.</i> Наноөлшемді кеуекті кремний қабыршағының физикалық қасиеттерін зерттеу..... | 161 |
| <i>Мусайф М., Ногайбаева М.О., Құдайқұлов А.Қ.</i> Жылу ағынымен жылу алмасулар әсеріндегі шекті ұзындықтағы стерженнің термофизика-механикалық күйін зерттеу..... | 168 |
| <i>Қожамқұлова Ж.Ж., Қойшыева Т.Қ., Есентаев Қ.Ө.</i> Болашақ мұғалімдерді кәсіби дайындау үдерісінде ақпараттық технология құралдарына оқытуды жобалау негіздері..... | 175 |
| <i>Мүсірашев Ж.А., Өмірбек Г.Ө., Рсалина Л.А.</i> Бірінші ретті дифференциалдық теңдеулер үшін Коши есебін шешуге электрондық кестені қолдану..... | 180 |
| <i>Оразбаев С.А., Рамазанов Т.С., Досболаев М.К., Батрышев Д.Г., Буфенди Л.</i> Көміртегі нанобөлшектер синтезінің ЖЖ разряд плазмасының параметрлеріне тәуелділігін зерттеу..... | 186 |
| <i>Ожикенов К.А., Михайлов П.Г., Рахимжанова П., Абдиқұлова З.</i> Физикалық шама датчиктерінің тұрақтылығын қамтамасыз ету мәселелері..... | 191 |

| | |
|---|-----|
| <i>Оразбаев С.А., Усенов Е.А., Рамазанов Т.С., Досболаев М.Қ., Утегенов А.У.</i> Плазма көрсеткішінің деңгейіне байланысты көмірқышқыл нанобөлшектерінің синтезделу процесін..... | 198 |
| <i>Сарсенгельдин М.М., Бижигитова Н.Т.</i> Жылуөткізгіштік тендеуінің жылжымалы аймақтарда аналитикалық шешімі..... | 204 |
| <i>Сүйеубаев О.Б.</i> Кейбір аспектілердің RFID жүйесінде өріс пен толқынға әсері..... | 207 |
| <i>Суранчиева З.Т., Отелбаева А.К.</i> Жоғарғы оқу орнында ақпараттық білім беру ортасында білім алудың негізгі құрылымы..... | 211 |
| <i>Умбетов А.У.</i> Возможности использования биполяризатора изготовленного из исландского шпата..... | 216 |
| <i>Евдокимов А.П., Исакова Г.М., Кыдилова С.А.</i> Дифракциялық тұтас баспалы сәуле таратушылардың энергетикалық және фазалық сипаттамалары..... | 222 |
| <i>Салғараева Г.И., Маханова А.С.</i> Мүмкіндігі шектеулі балаларды оқытуда қолданылатын ақпараттық-коммуникациялық технологиялар..... | 227 |
| <i>Алексеева Л.А.</i> Обобщенные решения и сингулярные граничные интегральные уравнения краевой задачи теории упругости при сверхзвуковых транспортных нагрузках..... | 191 |

СОДЕРЖАНИЕ

Теоретические и экспериментальные исследования

| | |
|--|-----|
| <i>Асанова А.Т.</i> Об однозначной разрешимости нелокальной задачи с интегральными условиями для системы гиперболических уравнений второго порядка..... | 5 |
| <i>Кудышев Ж.А., Давлетов А.Е., Габитов И.Р., Кисан А., Мухаметкаримов Е.С.</i> Об аналитическом решении уравнения, описывающего процесс генерации второй гармоники в переходных метаматериалах..... | 15 |
| <i>Нурбакыт Г., Кемелжанова С.Е., Махаббат Е.</i> Определение конституентных масс и масс мезонов с помощью полного гамильтониана..... | 20 |
| <i>Ауелбеков О.А., Катаев Н.С., Кунелбаев М.М., Салгараева Г.И.</i> Определение тепловых потерь плоских гелиоколлекторов в окружающую среду..... | 28 |
| <i>Бажиков К.Т., Касимов А.О., Рахымжанов Р.Р., Кенжебаев Д.Б.</i> Исследование влияния температуры на устойчивость в сетях волоконно-оптических линий связи..... | 33 |
| <i>Кудайбергенев А.К., Кудайбергенев Аск.К.</i> Сравнительный анализ численных методов при моделировании нелинейной динамики буровых штанг..... | 37 |
| <i>Бошкаев К.А., Сулейманова Ш.С., Жами Б.А., Таукенова А.С., Аймуратов Е.К.</i> Соответствие метрик Фока и Керра..... | 43 |
| <i>Бараев А., Джанзаков И.И., Жумабаев М.Ж., Кулжатаева К.М., Тулеп А.С.</i> Применение метода ударного воздействия через упругий элемент на прихваченную в скважине колонну..... | 49 |
| <i>Батрышев Д.Г., Абдуллин Х.А., Рамазанов Т.С., Габдуллин М.Т., Исмаилов Д.В., Тогамбаева А.К., Чихрай Е.В.</i> Синтез многостенных углеродных нанотрубок и их композитов методом CVD..... | 55 |
| <i>Исахов Ас.А.</i> Минимальные элементы и минимальные покрытия в полурешетках Роджерса..... | 62 |
| <i>Батрышев Д.Г., Абдуллин Х.А., Рамазанов Т.С., Габдуллин М.Т., Исмаилов Д.В., Чихрай Е.В.</i> Синтез одностенных и многостенных углеродных нанотрубок методом пиролитического газофазного осаждения..... | 66 |
| <i>Украинец В.Н., Отарбаев Ж.О., Гирнис С.Р.</i> Влияние условий сопряжения двухслойной обделки тоннеля с породным массивом на его напряженно-деформированное состояние при воздействии транспортной нагрузки..... | 73 |
| <i>Джакупов К.Б.</i> Моделирование динамики фотонов..... | 80 |
| <i>Джумагулова К.Н., Рамазанов Т.С., Машеева Р.У., Донко З.</i> Влияние внешнего магнитного поля на колебания пылевых частиц..... | 86 |
| <i>Даутбек Достилек.</i> Неравенства слабо мажоризационные Кларксона для τ -измеримых операторов..... | 91 |
| <i>Ескалиев М.Е., Омйрбек Г.О., Чанбаева М.К.</i> Об определении распределения компонент пластических напряжений в зависимости от различных условий пластичности..... | 97 |
| <i>Дуйсенова Н.Б., Байказиева Р.Т., Нусипбекова А.Н.</i> Применение компьютерных технологии в системе образовании..... | 102 |
| <i>Алтынбеков Ш.</i> О методике решения задачи об управлении процессом оседания нефтяного пласта и земной поверхности..... | 105 |
| <i>Достилек Д.</i> Субаддитивность слабо мажоризационных неравенств для τ -измеримых операторов..... | 111 |
| <i>Туленов К.</i> Некоторые свойства некоммутативных пространств $H_p(A; l_1)$ и $H_p(A, l_\infty)$ | 116 |
| <i>Жаугашева С.А., Ишмухамедов И.С., Валиолда Д.С., Жусупова Н.К.</i> Описание ультрахолодных атомов в гармонической ловушке..... | 120 |
| <i>Исатаев С.И., Тарасов С.Б., Толеуов Г., Исатаев М.С., Болысбекова Ш.А., Байгалиқызы Б.</i> Динамика вихревых возмущений на начальном и переходном участках трехмерных струи..... | 125 |
| <i>Қабылбеков К.А., Аширбаев Х.А., Сабалахова А.П., Джумагалиева А.И.</i> Модель бланка организации компьютерной лабораторной работы по исследованию интерференции света..... | 131 |
| <i>Кошеров Т.С., Турлыбекова Г.К., Нурахметова К.К., Сеитов А.</i> Модификация поверхности кремния при температурном и лазерном воздействии..... | 137 |
| <i>Мамаев Ш.М., Борашева И.Т.</i> Численное исследование распространения динамических возмущений в составных стержнях сеточно-характеристическим методом..... | 145 |
| <i>Қабылбеков К.А., Аширбаев Х.А., Сабалахова А.П., Джумагалиева А.И.</i> Модель организации компьютерной работы для исследования Допплер эффекта..... | 155 |
| <i>Манакоев С.М., Сагидолда Е.</i> Исследование физических свойств наноразмерных пленок пористого кремния..... | 161 |
| <i>Мусайф М., Ногайбаева М.О., Кудайкулов А.К.</i> Исследование термо-физико-механического состояния стержня фиксированной длины под воздействием теплового потока и теплообмена..... | 168 |
| <i>Кожамкулова Ж.Ж., Койшиева Т.К., Есентаев К.О.</i> Основы проектирования обучения средствам информационной технологии в процессе профессиональной подготовки будущих учителей..... | 175 |
| <i>Мусиралиев Ж.А., Омйрбек Г.О., Рсалина Л.А.</i> Решение задачи Коши для дифференциальных уравнений первого порядка с помощью таблицы..... | 180 |
| <i>Оразбаев С.А., Рамазанов Т.С., Досболаев М.К., Батрышев Д.Г., Буфенди Л.</i> Исследование процесса синтеза углеродных наночастиц в зависимости от параметров плазмы ВЧ разряда..... | 186 |
| <i>Ожикенов К.А., Михайлов П.Г., Рахимжанова П., Абдикулова З.</i> Вопросы обеспечения временной стабильности датчиков физических величин..... | 191 |

| | |
|---|-----|
| Оразбаев С.А., Усенов Е.А., Рамазанов Т.С., Досболаев М.К., Утегенов А.У. Исследование температуры электронов комплексной плазмы в смесях инертных газов в вчср разряде оптическими и зондовыми методами..... | 198 |
| Сарсенгельдин М.М., Бижигитова Н.Т. Аналитическое решение уравнения теплопроводности с разрывными коэффициентами..... | 204 |
| Суйеубаев О.Б. Действие некоторых аспектов на поле и волны в системе RFID..... | 207 |
| Суранчиева З.Т., Отелбаева А.К. Основная структура обучения в высшем учебном заведении с информационно-образовательной средой..... | 211 |
| Умбетов А.У. Возможности использования биполяризатора изготовленного из исландского шпата..... | 216 |
| Евдокимов А.П., Исакова Г.М., Кыдилова С.А. Энергетические и фазовые характеристики дифракционных плоских печатных излучателей..... | 222 |
| Салгараева Г.И., Маханова А.С. Информационно-коммуникативные технологии в обучении детей с ограниченными возможностями здоровья..... | 227 |
| Алексеева Л.А. Обобщенные решения и сингулярные граничные интегральные уравнения краевой задачи теории упругости при сверхзвуковых транспортных нагрузках..... | 191 |

CONTENTS

Theoretical and experimental researches

| | |
|--|-----|
| <i>Asanova A.T.</i> On the unique solvability of a nonlocal problem with integral conditions for system of hyperbolic equations of the second order..... | 5 |
| <i>Kudyshev Zh.A., Davletov A.E., Gabitov I.R., Kisan A., Mukhametkarimov Ye.S.</i> About an analytic solution to the equation describing the process of second harmonic generation in transition metamaterials..... | 15 |
| <i>Nurbakyt G., Kemelzhanova S.E., Makhabbat E.</i> Determination of the constituent mass and the meson mass via the complete hamiltonian..... | 20 |
| <i>Auelbekov O.A., Kataev N.S., Kunelbayev M.M., Salgaraeva G.I.</i> Determination of flat solar collectors of heat losses to the environment..... | 28 |
| <i>Bazhikov K.T., Kasimov A.O., Rakhimzhanov R.R., Kenzhebayev D.B.</i> The research of influence of temperature on stability in networks of fiber-optic connection lines..... | 33 |
| <i>Kudaibergenov A., Kudaibergenov Ask.</i> Comparative analysis of numerical methods for modelling of drill string nonlinear dynamics..... | 37 |
| <i>Boshkayev K.A., Suleymanova S.S., Zhami B.A., Taukenova A.S., Aimuratov Ye.K.</i> Correspondence of the Fock and the Kerr metrics..... | 43 |
| <i>Baraev A., Dzhanzakov I.I., Zhumabaev M.Zh., Kulzhatayeva K.M., Tulep A.S.</i> Application of the method of impact through the elastic element to hastily in the well column..... | 49 |
| <i>Batryshev D.G., Abdullin Kh.A., Ramazanov T.S., Gabdullin M.T., Ismailov D.V., Togambaeva A.K., Chihray E.V.</i> Synthesis of multiwalled carbon nanotubes and its composite by CVD method..... | 55 |
| <i>Issakhov As.A.</i> Minimal elements and minimal covers in Rogers semilattices..... | 62 |
| <i>Batryshev D.G., Abdullin Kh.A., Ramazanov T.S., Gabdullin M.T., Ismailov D.V., Chihray E.V.</i> Synthesis of multi-walled and single-walled carbon nanotubes by CVD method..... | 66 |
| <i>Ukrainets V.N., Otambaev Zh.O., Girnis S.R.</i> Influence of contact conditions on tunnel two-layer lining with a massif on its tense-deformed condition at action of transport loads..... | 73 |
| <i>Zhakupov K.B.</i> Modeling the dynamics of photons..... | 80 |
| <i>Dzhumagulova K.N., Ramazanov T.S., Masheyeva R.U., Donkó Z.</i> Effect of magnetic field on the oscillations of the dust particles..... | 86 |
| <i>Dostilek Dauitbek.</i> Clarkson weak majorization inequalities for τ -measurable operators..... | 91 |
| <i>Yeskaliyev M., Omirbek G.O., Chanbaeva M.K.</i> About determination of plastic stress distributed components according to the different conditions of plasticity..... | 97 |
| <i>Duisenova N.B., Baykazieva R.T., Nusipbekova A.N.</i> Application of computer technologies in the education system..... | 102 |
| <i>Altynbekov Sh.</i> On the method of solving the problem of process control calcium oil reservoirs and surface..... | 105 |
| <i>Dostilek D.</i> Subadditivity weak majorization inequalities for τ -measurable operators..... | 111 |
| <i>Tulenov K.</i> Some properties of the noncommutative $H_p^{(r,s)}(A; I_\infty)$ and $H_q(A; I_1)$ spaces..... | 116 |
| <i>Zhaugasheva S.A., Ishmukhamedov I.S., Valiolda D.S., Zhussupova N.K.</i> Description of ultracold atoms in a harmonic trap..... | 120 |
| <i>Isatayev S., Tarasov S., Toleuov G., Isatayev M., Bolysbekova Sh., Baygalikyzy B.</i> Dynamics of vortex perturbations in initial and transition three jet regions..... | 125 |
| <i>Kabyzbekov K.A., Ashirbaev Kh.A., Sabalakhova A.P., Zhumagalieva A.I.</i> Model of the form of the organization of computer laboratory operation on examination of the light interference..... | 131 |
| <i>Kosherov T.S., Turlybekova G.K., Nurakhmetova K.K., Seitov A.</i> Modification of a surface of silicon at temperature and laser effects..... | 137 |
| <i>Mamayev Sh.M., Borasheva I.T.</i> Numerical analysis of dynamic disturbances in the composite rod by grid-characteristic method..... | 145 |
| <i>Kabyzbekov K.A., Ashirbaev Kh.A., Sabalakhova A.P., Zhumagalieva A.I.</i> Model of the form of the organization of computer laboratory work on research of Doppler effect..... | 155 |
| <i>Manakov S.M., Sagidolda Ye.</i> Investigation of physical properties of nanoscale porous silicon films..... | 161 |
| <i>Marzhan M., Nogaibaeva M.O., Kudaikulov A.K.</i> Research thermo-physical-mechanical state of the rod of fixed length under vozdeystviya heat flow and heat transfer..... | 168 |
| <i>Kozhamkulova Zh.Zh., Koyshieva T.K., Yessentaev K.U.</i> Learning the basics of designing information technology tools for the vocational training of future teachers..... | 175 |
| <i>Musyraliev Zh.A., Omirbek G.O., Rsalina L.A.</i> Cauchy problem for first order differential equations using a table..... | 180 |
| <i>Orzabayev S.A., Ramazanov T.S., Dosbolayev M.K., Batryshev D.G., Boufendi L.</i> Synthesis of the carbon nanoparticles in the gas phase depending on the plasma parameters..... | 186 |
| <i>Ozhikenov K.A., Mikhailov P.G., Rakhimzhanova P., Abdikulov Z.</i> The issue of providing temporary stability of fluid sensors..... | 191 |
| <i>Orzabayev S.A., Ussenov Ye.A., Ramazanov T.S., Dosbolayev M.K., Utegenov A.U.</i> A calculation of the electron temperature of complex plasma in noble gases mixture in CCRF discharge..... | 198 |
| <i>Sarsengeldin M.M., Bizhigitova N.T.</i> Analytical solution of the heat equation with discontinuous coefficients and boundary flux condition..... | 204 |

| | |
|---|-----|
| <i>Suieubaev O.B.</i> Action some aspects of the field and wave in the RFID..... | 207 |
| <i>Suranchieva Z.T., Otelbaeva A.K.</i> The basic structure of teaching in higher education institutions with information and educational environment..... | 211 |
| <i>Umbetov A.U.</i> Possibilities of the use bipolyarizator made from icelandic spar..... | 216 |
| <i>Evdokimov A.P., Iskakova G.M., Kydirova S.A.</i> Power and phase characteristics of diffraction flat printing radiators..... | 222 |
| <i>Salgaraeva G.I., Makhanova A.S.</i> Information and communication technologies in teaching children with disabilities..... | 227 |
| <i>Alexeyeva L.A.</i> The generalized decisions and singular boundary integral equations of the boundary value problem of elastodynamics at supersonic transport loads..... | 191 |

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www.nauka-nanrk.kz

physics-mathematics.kz

Редактор *М. С. Ахметова*

Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 9.06.2015.

Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.

15,7 п.л. Тираж 300. Заказ 3.